

Michael Herchenhan

**Modellierung, Mehrfachregelung und optimale Steuerung
eines leistungsverzweigten hybriden Antriebs**

**Braunschweig : Institut für Regelungstechnik
Braunschweig, Technische Universität, Dissertation, 2008**

Elektronisch veröffentlicht: 10.11.2009

<http://www.digibib.tu-bs.de/?docid=00031123>

Anmerkung:

Diese Dissertation ist 2008 als Buch im Sierke-Verlag Göttingen erschienen. ISBN 978-3-86844-078-2



Modellierung, Mehrfachregelung und optimale Steuerung eines leistungsverzweigten hybriden Antriebs

Von der Fakultät für Elektrotechnik, Informationstechnik, Physik der
Technischen Universität Carolo-Wilhelmina zu Braunschweig

zur Erlangung der Würde eines
Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)

genehmigte

Dissertation

von **Dipl. -Ing. (TU), Dipl. -Ing. (FH) Michael Herchenhan**

aus Fulda

eingereicht am:	20. August 2007
mündliche Prüfung am:	29. August 2008
Referenten:	Univ.-Prof. Dr.-Ing. W. Schumacher Univ.-Prof. Dr.-Ing. W.-R. Canders
Vorsitzender:	Univ.-Prof. em. Dr.-Ing. Dr. h. c. W. Leonhard

2008

Bibliografische Information der Deutschen Bibliothek

Die Deutsche Bibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.ddb.de> abrufbar.

Michael Herchenhan:

Modellierung, Mehrfachregelung und optimale Steuerung eines leistungsverzweigten hybriden Antriebs

© Sierke Verlag, Göttingen
www.sierke-verlag.de
ISBN 978-3-86844-078-2

Alle Rechte vorbehalten.

Das Werk - einschließlich seiner Teile - ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung ist ohne Zustimmung des Verlages unzulässig. Dies gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronische Systeme.

1. Auflage 2008

Vorwort

Die vorliegende Abhandlung dokumentiert wesentliche Ergebnisse meiner Mitarbeit am Forschungsprojekt *Faszination Hybrid*, das durch mehrere Institute der *Technischen Universität Carolo-Wilhelmina zu Braunschweig* gemeinsam mit der Konzernforschung der *Volkswagen AG* bearbeitet wurde. Das *Zentrum für Mechatronik in Braunschweig* bildete dabei die Schnittstelle zwischen Universität und Industrie. Meine Aufgaben im Projekt durfte ich im Rahmen meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter des *Instituts für Regelungstechnik* – welches der *Fakultät für Elektrotechnik, Informationstechnik, Physik* der *Technischen Universität Carolo-Wilhelmina zu Braunschweig* angehört – wahrnehmen.

Danken möchte ich in erster Linie Herrn *Univ.-Prof. Dr.-Ing. W. Schumacher*, Leiter des *Instituts für Regelungstechnik*, der diese Arbeit angeregt und die Berichterstattung übernommen hat. Bei Herrn *Univ.-Prof. Dr.-Ing. W.-R. Canders*, Leiter des *Instituts für elektrische Maschinen, Antriebe und Bahnen* der *Technischen Universität Braunschweig*, bedanke ich mich für die Übernahme der Mitberichterstattung. Ein herzlicher Dank für die Übernahme des Vorsitzes der Promotionskommission gilt dem ehemaligen, langjährigen Leiter des *Instituts für Regelungstechnik* der *Technischen Universität Braunschweig*, Herrn *Univ.-Prof. em. Dr.-Ing. Dr. h. c. W. Leonhard*.

Allen am Projekt *Faszination Hybrid* Beteiligten möchte ich für die gute Zusammenarbeit danken, sie war dem Gelingen dieser Arbeit sehr dienlich. Insbesondere das Zusammentragen der zur mathematischen Beschreibung dynamischer Systeme und zur anschließenden Synthese von Steuer- und Regelalgorithmen erforderlichen Informationen über die im System vorhandenen Komponenten kann durch gute Kooperation erheblich erleichtert werden, was für mich sehr von Vorteil war.

Allen Mitarbeiterinnen und Mitarbeitern des *Instituts für Regelungstechnik* möchte ich für das kollegiale Umfeld danken. Meinen Kollegen Herrn *Dr.-Ing. M. Chouikha* und Herrn *M.Sc. V. Chu Duc* möchte ich ferner für die angenehme gemeinsame Zeit im Büro danken.

Tann (Rhön), im August 2008

MICHAEL HERCHENHAN

Inhaltsverzeichnis

Nomenklatur	IX
Bildverzeichnis	XXIII
Kurzfassung	XXVII
1 Einleitung	1
1.1 Motivation	1
1.2 Grundlegende Topologien hybrider Antriebsstränge	2
1.3 Allgemeines zur Steuerung und Regelung hybrider Antriebe und Stand der Technik	4
1.4 Der Antriebsstrang der TU Braunschweig	8
1.5 Ziele dieser Arbeit	12
2 Mathematische Beschreibung des Antriebsstrangs	13
2.1 Der Kern des Antriebsstrangs	14
2.1.1 Winkelgeschwindigkeiten des Ravigneaux-Satzes	18
2.1.1.1 Winkelgeschwindigkeiten im Überblick	22
2.1.2 Die Dynamik des Kerns	22
2.1.2.1 Systemgrößen des Kerns	23
2.1.2.2 Die Dynamikgleichungen des Kerns	25
2.1.2.3 Zustandsbeschreibung des Kerns	30
2.1.3 Drehmomente des Kerns im stationären Zustand	32
2.2 Der Nachschaltsatz	34
2.2.1 Winkelgeschwindigkeiten des Nachschaltsatzes	36
2.2.2 Die Dynamik des Nachschaltsatzes	37
2.2.2.1 Systemgrößen des Nachschaltsatzes	38
2.2.2.2 Die Dynamikgleichungen des Nachschaltsatzes	39
2.2.2.3 Zustandsbeschreibung des Nachschaltsatzes	42

2.2.3	Drehmomente des Nachschaltsatzes im stationären Zustand	44
2.3	Verbrennungskraftmaschine, Differentialgetriebe und Räder	46
2.4	Gesamtmodell für den Antriebsstrang	48
2.4.1	Die Winkelgeschwindigkeiten im Antriebsstrang	48
2.4.2	Die Dynamik des gesamten Antriebsstrangs	52
2.4.2.1	Systemgrößen und Ordnung des gesamten Antriebsstrangs	52
2.4.2.2	Zustandsdifferentialgleichung des gesamten Antriebsstrangs bei maximaler Ordnung	54
2.4.2.3	Zustandsdifferentialgleichung des gesamten Antriebsstrangs bei nicht geschlossenen Abtriebskupplungen	58
2.4.2.4	Zustandsbeschreibung des gesamten Antriebsstrangs bei nicht geschlossenen Abtriebskupplungen	59
2.4.2.5	Vektordifferentialgleichung 1. Ordnung für den gesamten Antriebsstrang	61
2.4.2.6	Zustandsbeschreibung des Antriebsstrangs in Mode 1 . . .	66
2.4.2.7	Zustandsbeschreibung des Antriebsstrangs in Mode 2 . . .	69
2.4.3	Verallgemeinerte Zustandsbeschreibung für Mode 1 und Mode 2 . .	71
2.4.3.1	Verallgemeinerte Zustandsdifferentialgleichung	71
2.4.3.2	Verallgemeinerte Ausgangsgleichungen	72
2.4.3.3	Verallgemeinerte Matrizen und die Vorteile der Verallge- meinerung	72
2.4.4	Drehmomente des Antriebsstrangs im stationären Zustand	74
3	Fahrwiderstände und Reifenschlupf	77
3.1	Allgemeine Grundlagen	78
3.2	Zustandsbeschreibung für Fahrwiderstände und Reifenschlupf	82
4	Mathematische Beschreibung und Struktur des gesamten Antriebs	85
4.1	Systemgrößen und Ordnung des gesamten Antriebs	86
4.2	Der gesamte Antrieb bei nicht geschlossenen Abtriebskupplungen	88
4.3	Der gesamte Antrieb in einem der Modi	96
4.4	Approximative verallgemeinerte Beschreibung beider Modi zur Reglersynthese	100
5	Steuerung und Regelung des Antriebsstrangs im normalen Fahrbetrieb	107
6	Wiederstart der Verbrennungskraftmaschine	121
6.1	Wiederstart ohne Kupplung	124

6.1.1	Gleichungssystem zur Steuerung des Wiederstarts ohne Kupplung	125
6.1.2	Wiederstart unter Vorgabe der Winkelbeschleunigung	130
6.1.3	Zeitoptimaler Wiederstart	139
6.1.4	Die Anpassungsphase und der Eintritt in die Anlaufphase	152
6.1.5	Empfindlichkeit gegenüber Unsicherheiten	155
6.1.6	Zugkraftschätzung und Schätzfehler	165
6.1.7	Wiederstart bei schleifender Abtriebskupplung	170
6.2	Wiederstart mit Kupplung	171
6.2.1	Gleichungssystem zur Steuerung des Wiederstarts mit Kupplung	173
6.2.2	Die Anlaufphase	174
6.2.2.1	Zeitoptimale Vorgabe des Kupplungsmoments	180
6.2.3	Empfindlichkeit gegenüber Unsicherheiten	184
6.3	Struktur der Steuerung und Regelung des Wiederstarts	191
7	Modewechsel	193
7.1	Gleichungssysteme zur Steuerung des Modewechsels	194
7.1.1	Gleichungssystem für den asynchronen Modewechsel	194
7.1.2	Gleichungssystem für den synchronen Modewechsel	197
7.2	Steuerung des Modewechsels	199
7.2.1	Freiheitsgrade und Ansteuerung der Aktoren beim asynchronen Mo- dewechsel	199
7.2.2	Freiheitsgrad und Ansteuerung der Aktoren beim synchronen Mo- dewechsel	203
7.2.3	Umschaltkriterien	207
7.2.3.1	Umschaltkriterium für den asynchronen Modewechsel	207
7.2.3.2	Umschaltkriterium für den synchronen Modewechsel	213
7.2.3.3	Umschaltkriterien für den Modewechsel bei elektrischer Fahrt	214
7.3	Simulationsergebnisse und Empfindlichkeit gegenüber Unsicherheiten	214
7.4	Struktur der Steuerung und Regelung des Modewechsels	224
8	Zusammenfassung und Ausblick	227
A	Besetztheitsstrukturen der (Unter-) Eingangsmatrizen	235
A.1	Besetztheitsstruktur der Unter-Eingangsmatrix $A^1\mathbf{B}$	235
A.2	Besetztheitsstruktur der Unter-Eingangsmatrix $A^2\mathbf{B}$	238
A.3	Besetztheitsstrukturen der (Unter-) Eingangsmatrizen $M^{1u}\mathbf{B}$ und $M^{1v}\mathbf{B}$	239
A.4	Besetztheitsstrukturen der (Unter-) Eingangsmatrizen $M^{2u}\mathbf{B}$ und $M^{2v}\mathbf{B}$	243

B Beschreibung des gesamten Antriebs bei formschlüssiger Verbindung zur Fahrbahn	249
C Technische Daten	255
C.1 Technische Daten des Antriebs	255
C.1.1 Technische Daten des Antriebsstrangs	255
C.1.2 Fahrwiderstandsdaten	257
D Matrizen der Zustandsdifferentialgleichungen aus Abschnitt 4.4	259
D.1 Besetztheitsstrukturen der Matrizen der approximativen Zustands-DGL . .	259
D.2 Reifenschlupfabhängige Matrizen der äquivalenten Zustandsdifferentialgleichung	262
E Alternative Formulierung der Optimalsteuerungsaufgabe und der Satz von Feldbaum	265
Literatur	269

Nomenklatur

Formelzeichen in lateinischer Schrift

A	Querspantfläche des Fahrzeugs
$Rx\mathbf{a}$	Zustandsrückführung in der approximativen Beschreibung des gesamten Antriebs
$RxS\mathbf{a}$	(reifenschlupfabhängige) Zustandsrückführung innerhalb des gesamten Antriebs
$1ers\mathbf{B}$	Eingangsmatrix eines Ersatz-Teilsystems des Antriebsstrangs ohne Verbrennungskraftmaschine in Mode 1
$2ers\mathbf{B}$	Eingangsmatrix eines Ersatz-Teilsystems des Antriebsstrangs ohne Verbrennungskraftmaschine in Mode 2
$^a\mathbf{B}$	Kupplungs-Eingangsmatrix der geschlossenen Kupplungen
$A\mathbf{B}$	Eingangsmatrix des Antriebsstrangs
$A^1\mathbf{B}$	Unter-Eingangsmatrix des Antriebsstrangs bei maximaler Ordnung
$A^2\mathbf{B}$	Unter-Eingangsmatrix des Antriebsstrangs bei nicht geschlossenen Abtriebskupplungen
$A^3\mathbf{B}$	Unter-Eingangsmatrix des Antriebsstrangs
$A^4\mathbf{B}$	Unter-Eingangsmatrix des Antriebsstrangs
$AE\mathbf{B}$	Eingangsmatrix des Antriebsstrangs bei maximaler Ordnung
$AV\mathbf{B}$	Eingangsmatrix des Antriebsstrangs bei nicht geschlossenen Abtriebskupplungen
$K\mathbf{B}$	Eingangsmatrix des Kerns
$M^1\mathbf{B}$	Eingangsmatrix für Mode 1
$M^{1e}\mathbf{B}$	Unter-Eingangsmatrix für Mode 1 bei nicht geschlossener Kupplung zwischen Verbrennungskraftmaschine und Hohlrad
$M^{1u}\mathbf{B}$	Unter-Eingangsmatrix für Mode 1
$M^{1v}\mathbf{B}$	Eingangsmatrix für Mode 1 bei geschlossener Kupplung zwischen

	Verbrennungskraftmaschine und Hohlrad
$M^2\mathbf{B}$	Eingangsmatrix für Mode 2
$M^{2e}\mathbf{B}$	Unter-Eingangsmatrix für Mode 2 bei nicht geschlossener Kupplung zwischen Verbrennungskraftmaschine und Hohlrad
$M^{2u}\mathbf{B}$	Unter-Eingangsmatrix für Mode 2
$M^{2v}\mathbf{B}$	Eingangsmatrix für Mode 2 bei geschlossener Kupplung zwischen Verbrennungskraftmaschine und Hohlrad
$MW^1\mathbf{b}^T$	Eingangsmatrix im Modell für synchronen Modewechsel
$M^x\mathbf{B}$	verallgemeinerte Eingangsmatrix für Mode 1 und Mode 2 bei nicht geschlossener Kupplung zwischen Verbrennungskraftmaschine und Hohlrad
$M^{xu}\mathbf{B}$	verallgemeinerte Unter-Eingangsmatrix für Mode 1 und Mode 2
$M^{xv}\mathbf{B}$	verallgemeinerte Eingangsmatrix für Mode 1 und Mode 2 bei geschlossener Kupplung zwischen Verbrennungskraftmaschine und Hohlrad
$N\mathbf{B}$	Eingangsmatrix des Nachschaltsatzes
$R^1\mathbf{B}$	Eingangsmatrix in der approximativen Beschreibung des gesamten Antriebs in Mode 1
$R^2\mathbf{B}$	Eingangsmatrix in der approximativen Beschreibung des gesamten Antriebs in Mode 2
$R^{1S}\mathbf{B}$	(reifenschlupfabhängige) Eingangsmatrix des gesamten Antriebs in Mode 1
$R^{2S}\mathbf{B}$	(reifenschlupfabhängige) Eingangsmatrix des gesamten Antriebs in Mode 2
$R^x\mathbf{B}$	verallgemeinerte Eingangsmatrix in der approximativen Beschreibung des gesamten Antriebs
$R^{xS}\mathbf{B}$	(reifenschlupfabhängige) verallgemeinerte Eingangsmatrix des gesamten Antriebs
$^S\mathbf{b}_1$	Kupplungs-Eingangsvektor der Kupplung KM1
$^S\mathbf{b}_2$	Kupplungs-Eingangsvektor der Kupplung KM2
$^S\mathbf{b}_3$	Kupplungs-Eingangsvektor der Kupplung zwischen Verbrennungskraftmaschine und Hohlrad
$^u\mathbf{B}$	Kupplungs-Eingangsmatrix der nicht geschlossenen Kupplungen
$W^{1x}\mathbf{B}$	(alternative) verallgemeinerte Eingangsmatrix für Mode 1 und Mode 2 bei geschlossener Kupplung zwischen Verbrennungskraftmaschine und Hohlrad
$W^{2x}\mathbf{B}$	(alternative) verallgemeinerte Eingangsmatrix bzgl. der Software-Variablen für Mode 1 und Mode 2 bei geschlossener Kupplung zwischen Verbrennungskraftmaschine und Hohlrad

$W^{3x}\mathbf{B}$	(alternative) verallgemeinerte Eingangsmatrix für Mode 1 und Mode 2 bei nicht geschlossener Kupplung zwischen Verbrennungskraftmaschine und Hohlrad
c_x	Luftwiderstandsbeiwert des Fahrzeugs
c_W	Luftwiderstandsbeiwert des Fahrzeugs bei $\tau_L = 0$
$^K\mathbf{C}$	Ausgangsmatrix des Kerns
$^{Nx}\mathbf{C}$	verallgemeinerte Ausgangsmatrix des Nachschaltsatzes
$^S\mathbf{C}$	Pseudo-Ausgangsmatrix
D	Dämpfung der (geschlossenen) Drehzahlregelung
$^{R1}\mathbf{E}$	Störgrößeneingangsmatrix der approximativen Beschreibung des gesamten Antriebs in Mode 1
$^{R1S}\mathbf{E}$	(reifenschlupfabhängige) Störgrößeneingangsmatrix des gesamten Antriebs in Mode 1
$^{R2}\mathbf{E}$	Störgrößeneingangsmatrix der approximativen Beschreibung des gesamten Antriebs in Mode 2
$^{R2S}\mathbf{E}$	(reifenschlupfabhängige) Störgrößeneingangsmatrix des gesamten Antriebs in Mode 2
$^{Rx}\mathbf{E}$	verallgemeinerte Störgrößeneingangsmatrix in der approximativen Beschreibung des gesamten Antriebs
$^{Rx1}\mathbf{E}$	verallgemeinerte Störgrößen-Untereingangsmatrix in der approximativen Beschreibung des gesamten Antriebs
$^{RxS}\mathbf{E}$	(reifenschlupfabhängige) verallgemeinerte Störgrößeneingangsmatrix des gesamten Antriebs
F_1	Reaktionskraft zwischen Planetenrad 1 und Hohlrad
F_2	Reaktionskraft zwischen Planetenrad 1 und Sonnenrad 1
F_3	Reaktionskraft zwischen Planetenrad 2 und Sonnenrad 2
F_4	Reaktionskraft zwischen Planetenrad 1 und Planetenrad 2
F_5	Reaktionskraft zwischen Zahnrad an Welle 1 und Zahnrad an Welle 3
F_6	Reaktionskraft zwischen Zahnrad an Welle 2 und Zahnrad an Welle 4
F_7	Reaktionskraft zwischen Zahnrad an Welle 3 und Zahnrad an Welle 6
F_8	Reaktionskraft zwischen Zahnrad an Welle 5 und Zahnrad an Welle 6
F_B	Beschleunigungswiderstand
F_{Lx}	Luftwiderstand
F_{nl}	nichtlinearer Zugkraftanteil
F_{nl0}	(um den Rollwiderstand) reduzierter nichtlinearer Zugkraftanteil

F_R	Rollwiderstand
f_R	Rollwiderstandsbeiwert
f_{R0}	Koeffizient 0. Ordnung im Rollwiderstandsbeiwert-Polynom
f_{R1}	Koeffizient 1. Ordnung im Rollwiderstandsbeiwert-Polynom
f_{R4}	Koeffizient 4. Ordnung im Rollwiderstandsbeiwert-Polynom
F_{St}	Steigungswiderstand
$F_W(s)$	Führungsübertragungsfunktion der Drehzahlregelung
F_x	Umfangskraft
F_z	Radlast
g	Erdbeschleunigung
${}^{Mx}\mathbf{H}$	Schätzermatrix für Zugkraft und Drehmoment der Verbrennungskraftmaschine
\mathbf{I}	Einheitsmatrix
i_{1ers}	Übersetzungsverhältnis zwischen Welle 2 und Rädern in Mode 1
i_{end}	(Gesamt-) Übersetzung für Differentialgetriebe und evtl. weitere Übersetzungen zwischen Differentialgetriebe und Rädern
i_{F2}	Fiktive Standübersetzung des Ravigneaux-Satzes
i_{R1}	Standübersetzung 1 des Ravigneaux-Satzes
i_{R2}	Standübersetzung 2 des Ravigneaux-Satzes
i_{N16}	Übersetzung zwischen Welle 1 und Welle 6
i_{N24}	Übersetzung zwischen Welle 2 und Welle 4
i_{N36}	Übersetzung zwischen Welle 3 und Welle 6
i_{N56}	Übersetzung zwischen Welle 5 und Welle 6
J	Gütemaß (Zielfunktional)
J_{1ers}	Auf Welle 2 bezogenes Ersatz-Massenträgheitsmoment für den hinteren Teil des Antriebsstrangs in Mode 1
J_{2ers}	Auf Welle 1 bezogenes Ersatz-Massenträgheitsmoment für den hinteren Teil des Antriebsstrangs in Mode 2
${}^K\mathbf{J}$	Trägheitsmatrix des Kerns
${}^N\mathbf{J}$	Trägheitsmatrix des Nachschaltsatzes
J_{end}	(Gesamt-) Massenträgheitsmoment für Differentialgetriebe und alle Wellen, die sich zwischen dem Differentialgetriebe und den Rädern befinden (auf die Eingangsseite des Differentialgetriebe bezogen)
J_m	der Fahrzeugmasse äquivalentes Massenträgheitsmoment
J_P	Massenträgheitsmoment des Planetenträgers

\hat{J}_P	Gesamtes Massenträgheitsmoment von Planetenträger und hinterem Teil des Antriebsstrangs in Mode 2
J_{Pr1}	Gesamtes Massenträgheitsmoment des im Sonnenrad 1 kämmenden „Planetenrad-Trios“ (bezgl. der eigenen Achsen)
J_{Pr2}	Gesamtes Massenträgheitsmoment des im Sonnenrad 2 kämmenden „Planetenrad-Trios“ (bezgl. der eigenen Achsen)
J_R	Massenträgheitsmoment des Hohlrades einschließlich der Ausgangswelle der Kupplung zwischen Verbrennungskraftmaschine und Hohlrad
J_{Rad}	Summe der Massenträgheitsmomente aller Räder
\tilde{J}_{Rad}	äquivalentes (Gesamt-) Massenträgheitsmoment für Fahrzeugmasse und Räder
J_{S1}	Massenträgheitsmoment des Sonnenrades 1 einschließlich Elektromaschine 1
J_{S2}	Massenträgheitsmoment des Sonnenrades 2 einschließlich Elektromaschine 2
\tilde{J}_{S2}	Massenträgheitsmoment des Sonnenrades 2 des fiktiven Kerns einschließlich Elektromaschine 2
\hat{J}_{S2}	Gesamtes Massenträgheitsmoment von Sonnenradwelle 2 und hinterem Teil des Antriebsstrangs in Mode 1
J_{VKM}	Massenträgheitsmoment der Verbrennungskraftmaschine einschließlich Zwei-Massen-Schwinger und Eingangswelle der Kupplung zwischen Verbrennungskraftmaschine und Kern
J_{W1}	Massenträgheitsmoment der Welle 1 (einschließlich Ausgangswelle Kupplung KM2)
J_{W2}	Massenträgheitsmoment der Welle 2
J_{W3}	Massenträgheitsmoment der Welle 3
J_{W4}	Massenträgheitsmoment der Welle 4 (einschließlich Eingangswelle Kupplung KM1)
J_{W5}	Massenträgheitsmoment der Welle 5 (einschließlich Ausgangswelle Kupplung KM2)
J_{W6}	Massenträgheitsmoment der Welle 6
K	Regler-Ausgangsmatrix
K_R	Reglerverstärkung der Hauptregler
${}^{Rx}S\mathbf{k}$	(reifenschlupfabhängige) und Schlupf- Differentialquotientenproportionale Zustandsrückführung innerhalb des gesamten Antriebs

m	Fahrzeugmasse (inklusive Insassen und Beladung)
M_{ab}	Drehmoment auf Differentialgetriebe
M_{brems}	Bremsmoment (von mechanischer Bremsanlage)
M_{E1}	Drehmoment der Elektromaschine 1
$M_{E1,B}$	(zeit-) optimales Drehmoment der Elektromaschine 1 bei Missachtung der Elektromaschinen-Grenzen
$M_{E1,M}$	(zeit-) optimales Drehmoment der Elektromaschine 1 bei Missachtung der Batteriegrenzen
$M_{E1,max}$	maximaler Betrag des Drehmoments der Elektromaschine 1
$M_{E1,soll}$	Sollwert für das Drehmoment der Elektromaschine 1
M_{E2}	Drehmoment der Elektromaschine 2
$M_{E2,M}$	(zeit-) optimales Drehmoment der Elektromaschine 2 bei Missachtung der Batteriegrenzen
$M_{E2,max}$	maximaler Betrag des Drehmoments der Elektromaschine 2
$M_{E2,soll}$	Sollwert für das Drehmoment der Elektromaschine 2
M_{Ej}	abhängiges Elektromaschinen-Drehmoment
M_{Ek}	unabhängiges Elektromaschinen-Drehmoment
$M_{Ek,soll}$	Sollwert für das unabhängige Elektromaschinen-Drehmoment
M_{KM1}	Drehmoment, das von Kupplung KM1 übertragen wird
$M_{KM1,soll}$	Sollwert für das Kupplungsmoment M_{KM1}
M'_{KM1}	maximal von Kupplung KM1 übertragbarer Drehmoment-Absolutbetrag
M_{KM2}	Drehmoment, das von Kupplung KM2 übertragen wird
$M_{KM2,soll}$	Sollwert für das Kupplungsmoment M_{KM2}
M'_{KM2}	maximal von Kupplung KM2 übertragbarer Drehmoment-Absolutbetrag
\hat{M}_{KM2}	Teil des Drehmoments, das in Mode 2 von Kupplung KM2 übertragen wird
M_{KM0}	Kupplungsmoment der während des Modewechsels zu öffnenden Abtriebskupplung
$M_{KM y}$	verallgemeinertes Kupplungsmoment
$\hat{M}_{KM y}$	transformiertes verallgemeinertes Kupplungsmoment
M_L	Lastmoment in der approximativen Beschreibung des gesamten Antriebsstrangs
M_R	Drehmoment auf Hohlradwelle
$M_{R,min}$	minimal zulässiges Drehmoment, das über die Kupplung zwischen Verbrennungskraftmaschine und Hohlrad übertragen werden darf

$M_{R,soll}$	Sollwert für das Kupplungsmoment M_R
M'_R	maximal von Kupplung zwischen Verbrennungskraftmaschine und Hohlrad übertragbarer Drehmoment-Absolutbetrag
M_{Rad}	Radmoment (insgesamt)
\tilde{M}_{Rad}	Brutto-Radmoment (insgesamt)
\hat{M}_{Rad}	Auf Welle 2 bezogenes Brutto-Radmoment (insgesamt) in Mode 1
\check{M}_{Rad}	Auf Welle 1 bezogenes Brutto-Radmoment (insgesamt) in Mode 2
$M_{Rad,M soll}$	Sollwert des Radmoments während des Modewechsels
$M_{Rad,W soll}$	Sollwert des Radmoments während des Wiederstarts
M_{S2}	Drehmoment auf Sonnenradwelle 2
M_V	Drehmoment der Elektromaschine 2, wenn die Elektromaschine 1 an ihrer Drehmomentgrenze betrieben wird
M_{VKM}	durch den effektiven Mitteldruck erzeugtes, um die Reibungsverluste reduziertes Drehmoment der Verbrennungskraftmaschine
$M_{VKM,soll}$	Sollwert für das Drehmoment der Verbrennungskraftmaschine
M_{W2}	Drehmoment auf Welle 2
\hat{M}_{W2}	Teil des Drehmoments auf Welle 2 in Mode 1
\tilde{M}_{W2}	Drehmoment auf Welle 2 des fiktiven Kerns
$^a\mathbf{m}$	Vektor der abhängigen Kupplungsmomente
$^u\mathbf{m}$	Vektor der unabhängigen Kupplungsmomente
P_{Bat}	Batterieleistung
$P_{Bat,max}$	maximaler Betrag der Batterieleistung
$P_{Bat,soll}$	Sollwert für die Batterieleistung
P_{Bord}	elektrische Leistung, die in das Bordnetz abfließt
P_{E1}	mechanische Leistung der Elektromaschine 1
P_{E2}	mechanische Leistung der Elektromaschine 2
P_{EM}	Summe der mechanischen Leistungen der Elektromaschinen
$P_{EM,max}$	maximaler Betrag der Summe der mechanischen Leistungen der Elektromaschinen
P_{VKM}	mechanische Leistung der Verbrennungskraftmaschine
$P_{VKM,soll}$	Sollwert für die mechanische Leistung der Verbrennungskraftmaschine
$^{M1}\mathbf{P}$	Hilfsmatrix
$^A\mathbf{Q}$	Momentenverstärkungsmatrix des gesamten Antriebsstrangs
$^K\mathbf{Q}$	Momentenverstärkungsmatrix des Kerns
$^N\mathbf{Q}$	Momentenverstärkungsmatrix des Nachschaltsatzes

${}^N\tilde{\mathbf{Q}}$	gekürzte Momentenverstärkungsmatrix des Nachschaltsatzes
v	Geschwindigkeit
$R_1(s)$	Übertragungsfunktion der Regler für Verbrennungskraftmaschinen-Drehzahl und Batterieleistung
$R_2(s)$	Übertragungsfunktion des Stromreglers der Elektromaschine 1
$R_3(s)$	Übertragungsfunktion des Stromreglers der Elektromaschine 2
$R_4(s)$	Übertragungsfunktion des Kupplungsmoment-Reglers der Kupplung zwischen Verbrennungskraftmaschine und Hohlrad
$R_5(s)$	Übertragungsfunktion des Kupplungsmoment-Reglers bzw. der Kupplungsmoment-Steuerung der Kupplung KM1
$R_6(s)$	Übertragungsfunktion des Kupplungsmoment-Reglers bzw. der Kupplungsmoment-Steuerung der Kupplung KM2
r_{Pr1}	(Wälzkreis-) Radius des Planetenrades 1
r_{Pr2}	(Wälzkreis-) Radius des Planetenrades 2
r_R	(Wälzkreis-) Radius des Hohlrades
r_{Rad0}	kleinster (radialer) Abstand zwischen Reifenlatsch und Drehachse des Rades (Radius des fiktiven starren Rades)
r_{RF}	(Wälzkreis-) Radius des fiktiven Hohlrades
r_{S1}	(Wälzkreis-) Radius des Sonnenrades 1
r_{S2}	(Wälzkreis-) Radius des Sonnenrades 2
r_{W1}	(Wälzkreis-) Radius des Zahnrades an Welle 1
r_{W2}	(Wälzkreis-) Radius des Zahnrades an Welle 2
r_{W3}	(Wälzkreis-) Radius des Zahnrades an Welle 3
r_{W4}	(Wälzkreis-) Radius des Zahnrades an Welle 4
r_{W5}	(Wälzkreis-) Radius des Zahnrades an Welle 5
r_{W6}	(Wälzkreis-) Radius des Zahnrades an Welle 6
S_R	Reifenschlupf
${}^{M1}\mathbf{S}$	Steuermatrix für den asynchronen Modewechsel
${}^{M2}\mathbf{S}$	Steuermatrix für den synchronen Modewechsel
${}^{W1x}\mathbf{S}$	Steuermatrix für den Wiederstart unter Vorgabe der Winkelbeschleunigung
${}^{W2x}\mathbf{s}^T$	Steuervektor für das abhängige Elektromaschinen-Drehmoment
${}^{W3x}\mathbf{S}$	Steuermatrix für den Wiederstart mit Kupplung
${}^{W4x}\mathbf{s}^T$	Steuervektor für das Elektromaschinen-Drehmoment
${}^{W5x}\mathbf{s}^T$	Steuervektor für das Kupplungsmoment

s	Unabhängige Variable im Bildbereich
\tilde{S}_R	Schlupfgeschwindigkeit (an den Antriebsrädern)
S_{RC}	kritischer Reifenschlupf
t	Zeit
t_f	Endzeit
t_{M0}	Zeitpunkt des Beginns des Modewechsels
t_{MA}	Zeitpunkt des Beginns der Anpassungsphase
t_{MB}	Zeitpunkt des Beginns der Öffnungsphase
t_{MF}	Zeitpunkt der Beendigung der Öffnungsphase und des Modewechsels
T_N	Nachstellzeit der Hauptregler
t_{W0}	Zeitpunkt des Beginns des Wiederstarts
t_{WA}	Zeitpunkt des Beginns der Anpassungsphase
t_{WF}	Zeitpunkt der Beendigung der Anpassungsphase und des Wiederstarts
t_{WS}	Zeitpunkt des Beginns der Synchronisierungsphase
\mathbf{u}^*	optimale Steuertrajektorie
${}^1\mathbf{u}$	Eingangsvektor für den Antriebsstrang ohne Verbrennungskraftmaschine in Mode 1
${}^{1ers1}\mathbf{u}$	Eingangsvektor eines Ersatz-Teilsystems des Antriebsstrangs ohne Verbrennungskraftmaschine in Mode 1
${}^{1ers2}\mathbf{u}$	Eingangsvektor eines Ersatz-Teilsystems des Antriebsstrangs ohne Verbrennungskraftmaschine in Mode 1
${}^2\mathbf{u}$	Eingangsvektor für den Antriebsstrang ohne Verbrennungskraftmaschine in Mode 2
${}^{2ers1}\mathbf{u}$	Eingangsvektor eines Ersatz-Teilsystems des Antriebsstrangs ohne Verbrennungskraftmaschine in Mode 2
${}^{2ers2}\mathbf{u}$	Eingangsvektor eines Ersatz-Teilsystems des Antriebsstrangs ohne Verbrennungskraftmaschine in Mode 2
$A^1\mathbf{u}$	Unter-Eingangsvektor des Antriebsstrangs
$A^2\mathbf{u}$	Unter-Eingangsvektor des Antriebsstrangs
$A^3\mathbf{u}$	Unter-Eingangsvektor des Antriebsstrangs
$A^4\mathbf{u}$	Unter-Eingangsvektor des Antriebsstrangs
$A^5\mathbf{u}$	Unter-Eingangsvektor des Antriebsstrangs
$Rx\mathbf{u}$	(im Sinne der Regelung) Eingangsvektor des gesamten Antriebs
$W^1\mathbf{u}$	Eingangsvektor bzgl. Software-Variablen
v	(Betrag der) Geschwindigkeit (des Fahrzeugs)

\vec{v}	Geschwindigkeit (des Fahrzeugs)
V_1	Verstärkungsfaktor für Drehzahlregelung
V_2	Verstärkungsfaktor für Leistungsregelung
v_r	(Betrag der) resultierenden Anströmgeschwindigkeit
\vec{v}_r	resultierende Anströmgeschwindigkeit
v_W	(Betrag der) Windgeschwindigkeit
\vec{v}_W	Windgeschwindigkeit
${}^1\mathbf{x}$	Zustandsvektor des Antriebsstrangs ohne Verbrennungskraftmaschine in Mode 1
${}^2\mathbf{x}$	Zustandsvektor des Antriebsstrangs ohne Verbrennungskraftmaschine in Mode 2
${}^{Mx}\mathbf{x}$	Zustandsvektor in Mode 1 und Mode 2
y_1	Regler-Ausgangsgröße
y_2	Regler-Ausgangsgröße
Z	Zugkraft
z_{Pr1}	Zähnezahl des Planetenrades 1
z_{Pr2}	Zähnezahl des Planetenrades 2
z_R	Zähnezahl des Hohlrades
z_{RF}	Zähnezahl des fiktiven Hohlrades
z_{S1}	Zähnezahl des Sonnenrades 1
z_{S2}	Zähnezahl des Sonnenrades 2
z_{W1}	Zähnezahl des Zahnrades an Welle 1
z_{W2}	Zähnezahl des Zahnrades an Welle 2
z_{W3}	Zähnezahl des Zahnrades an Welle 3
z_{W4}	Zähnezahl des Zahnrades an Welle 4
z_{W5}	Zähnezahl des Zahnrades an Welle 5
z_{W6}	Zähnezahl des Zahnrades an Welle 6
${}^{Rx}\mathbf{z}$	(im Sinne der Regelung) Störgrößenvektor des gesamten Antriebs
${}^{Rx1}\mathbf{z}$	(im Sinne der Regelung) Störgrößen-Untervektor des gesamten Antriebs

Formelzeichen in griechischer Schrift

α	Gelände-Steigungswinkel
${}^1\beta$	Hilfsvektor
${}^2\beta$	Hilfsvektor

${}^3\beta$	Hilfsgröße
${}^4\beta$	Hilfsgröße
${}^5\boldsymbol{\beta}$	Hilfsvektor
${}^6\boldsymbol{\beta}$	Hilfsvektor
${}^7\boldsymbol{\beta}$	Hilfsvektor
${}^8\boldsymbol{\beta}$	Hilfsvektor
δ_1	relativer Fehler des Drehmoments der Verbrennungskraftmaschine
δ_2	relativer Fehler des Drehmoments der Elektromaschine 1
δ_3	relativer Fehler des Drehmoments der Elektromaschine 2
δ_4	relativer Fehler des Kupplungsmoments der nicht geschlossenen Abtriebskupplung
δ_5	relativer Fehler des Kupplungsmoments M_R
ζ_K	Verhältnis zwischen (Wälzkreis-) Radius und Zähnezahl im Ravigneaux-Satz
ζ_{N1}	Verhältnis zwischen (Wälzkreis-) Radius und Zähnezahl in Gruppe 1 des Nachschaltsatzes
ζ_{N2}	Verhältnis zwischen (Wälzkreis-) Radius und Zähnezahl in Gruppe 2 des Nachschaltsatzes
ϑ	Endzeitterm des Zielfunktional
μ_g	Gleitbeiwert
μ_h	Haftbeiwert
μ_K	Kraftschluss
ξ	Lastexponent
ρ	Luftdichte
σ	Signumfunktion
τ_L	Anströmwinkel
τ_W	Winkel zwischen Windgeschwindigkeit und gefahrterer Geschwindigkeit (Vektoren)
ϕ	Integrand des Zielfunktional
$\boldsymbol{\psi}_1^T$	Restriktionskoeffizienten-Vektor der Kupplung KM1
$\boldsymbol{\psi}_2^T$	Restriktionskoeffizienten-Vektor der Kupplung KM2
$\boldsymbol{\psi}_3^T$	Restriktionskoeffizienten-Vektor der Kupplung zwischen Verbrennungskraftmaschine und Hohlrad
$\boldsymbol{\Psi}$	Restriktionskoeffizienten-Matrix (der <i>aktiven</i> Restriktionen)
ω_0	Eigenkreisfrequenz der ungedämpften Schwingung

	der (geschlossenen) Drehzahlregelung
ω_P	Winkelgeschwindigkeit des Planetenträgers
ω_{Pr1}	Winkelgeschwindigkeit des Planetenrades 1
ω_{Pr2}	Winkelgeschwindigkeit des Planetenrades 2
ω_R	Winkelgeschwindigkeit der Hohlradwelle
$^M\omega_R$	Winkelgeschwindigkeit der Hohlradwelle, bei welcher ein Modewechsel ausgelöst wird
$^{S0}\omega_R$	Winkelgeschwindigkeit der Hohlradwelle, bei dem die Abtriebskupplungen keinen Schlupf führen
$\dot{\omega}_{R,soll}$	Sollwert der Winkelbeschleunigung der Hohlradwelle
ω_{Rad}	Winkelgeschwindigkeit der Räder
ω_{S1}	Winkelgeschwindigkeit der Sonnenradwelle 1
ω_{S2}	Winkelgeschwindigkeit der Sonnenradwelle 2
ω_{SKM1}	Schlupf-Winkelgeschwindigkeit der Kupplung KM1
ω_{SKM2}	Schlupf-Winkelgeschwindigkeit der Kupplung KM2
ω_{SKMy}	verallgemeinerte Schlupf-Winkelgeschwindigkeit
$\dot{\omega}_{SKMy,soll}$	Sollwert für die Schlupf-Winkelbeschleunigung der beim Modewechsel schließenden Kupplungen
ω_{SVKM}	Schlupf-Winkelgeschwindigkeit der Kupplung zwischen Verbrennungskraftmaschine und Hohlrad
ω_{VKM}	Winkelgeschwindigkeit der Verbrennungskraftmaschine
$\omega_{VKM,soll}$	Sollwert für die Winkelgeschwindigkeit der Verbrennungskraftmaschine
ω_{VKMz}	ZündWinkelgeschwindigkeit der Verbrennungskraftmaschine
ω_{W1}	Winkelgeschwindigkeit der Welle 1
ω_{W2}	Winkelgeschwindigkeit der Welle 2
ω_{W3}	Winkelgeschwindigkeit der Welle 3
ω_{W4}	Winkelgeschwindigkeit der Welle 4
ω_{W5}	Winkelgeschwindigkeit der Welle 5
ω_{W6}	Winkelgeschwindigkeit der Welle 6
ω_{Rad}	Winkelgeschwindigkeit der Räder

Abkürzungen

Anp.	Anpassungsphase
Bat	Batterie

DGL Differentialgleichung
EM Elektromaschine
G Getriebe
VKM Verbrennungskraftmaschine

Bildverzeichnis

1.1	Grundlegende Topologien hybrider Antriebsstränge	3
1.2	Komponenten eines hybriden Antriebsstrangs mit Steuerung und Regelung	5
1.3	Arbeitspunktvorgabe für die Verbrennungskraftmaschine bei einem Getriebe mit stufenlos variabler Übersetzung	8
1.4	Topologie des Antriebsstrangs	9
1.5	Ravigneaux-Satz als Hauptgetriebe	10
1.6	Nachschaltsatz	11
2.1	Fiktive Zerlegung des Ravigneaux-Satzes	15
2.2	Reaktionskräfte und äußere Drehmomente im Nachschaltsatz	34
4.1	Struktur des gesamten Antriebs	92
4.2	Struktur des gesamten Antriebs bei geschlossener Kupplung zwischen Verbrennungskraftmaschine und Hohlrad	95
4.3	Struktur des gesamten Antriebs in Mode 1 bzw. Mode 2	99
4.4	Struktur des gesamten Antriebs in Mode 1 bzw. Mode 2 bei geschlossener Kupplung zwischen Verbrennungskraftmaschine und Hohlrad	101
4.5	Approximatives Strukturbild zur Synthese der Regelung für „normalen Fahrbetrieb“ (mit Verbrennungskraftmaschine) in Mode 1 bzw. Mode 2	106
5.1	Vereinfachte Regelstrecke(n)	109
5.2	Regelung für normalen Fahrbetrieb in Mode 2	112
5.3	Näherungsweise äquivalentes System zur Regelung für normalen Fahrbetrieb	114
5.4	Simulationsergebnisse für $V_1 = 1 \text{ s}$ und $V_2 = 1 \frac{1}{\text{W s}}$	116
5.5	Simulationsergebnisse für $V_1 = 10 \text{ s}$ und $V_2 = 100 \frac{1}{\text{W s}}$	118
5.6	Simulationsergebnisse für $V_1 = 10 \text{ s}$ und $V_2 = 100 \frac{1}{\text{W s}}$ bei einer angenommenen Masse von 1400 kg und einer tatsächlichen Masse von 2500 kg . . .	119

6.1	Unterschied und Gemeinsamkeit beider Arten des Wiederstarts bzgl. des chronologischen Ablaufs	123
6.2	Anlaufphase in Mode 1 bei einem Radmoment von 2 kN bzw. einer Fahrleistung von 8 kW und $M_{brems} = M_{KMy} = 0$	134
6.3	Anlaufphase in Mode 2 bei einem Radmoment von 2 kN bzw. einer Fahrleistung von 8 kW und $M_{brems} = M_{KMy} = 0$	136
6.4	Simulationsergebnisse für Wiederstart unter Vorgabe der Winkelbeschleunigung in Mode 1 bei 10 km/h und einer Zugkraft von 2000 N	138
6.5	Simulationsergebnisse für Wiederstart unter Vorgabe der Winkelbeschleunigung in Mode 2 bei 50 km/h und einer Leistung von 8 kW (Zugkraft = 576 N)	138
6.6	Dauer der Anlaufphase bei einem Radmoment von 2 kN bzw. einer Fahrleistung von 8 kW und $M_{brems} = M_{KMy} = 0$	147
6.7	Dauer der Anlaufphase und absolute Extrema der wesentlichen Systemgrößen bei Begrenzung der mechanischen Gesamtleistung der Elektromaschinen auf 20 kW, einer Zugkraft von 2 kN bzw. einer Fahrleistung von 8 kW und $M_{brems} = M_{KMy} = 0$	149
6.8	Simulationsergebnisse für zeitoptimalen Wiederstart bei Begrenzung der mechanischen Gesamtleistung der Elektromaschinen auf 20 kW	151
6.9	Drehmomente und Zugkraftabweichung während der Anpassungsphase . .	154
6.10	Maximaler Zugkraftfehler durch Fehler in den Elektromaschinen-Drehmomenten	163
6.11	Simulationsergebnisse für Mode 1 bei 10 km/h Anfangsgeschwindigkeit, 2 kN (Soll-) Zugkraft, $m = 2800$ kg, ${}_sm = 1400$ kg, $\delta_2 = 0,05$, $\delta_3 = -0,05$, 6 % Geländesteigung, Steuerung für Fahrt in ebenem Gelände parametrisiert. . .	165
6.12	Maximaler Schätzfehler durch Fehler in den Elektromaschinen-Drehmomenten	169
6.13	Maximale Zugkraftdifferenz bei Wiederstart durch Fehler in den Elektromaschinen-Drehmomenten	170
6.14	Chronologischer Ablauf des Wiederstarts mit Kupplung	172
6.15	Elektromaschinen-Drehmomente bei Steuerung der Anlaufphase gemäß (6.32)	176
6.16	Drehmomente der Elektromaschinen in Mode 1 bei Steuerung der Anlaufphase gemäß (6.32) mit $\dot{\omega}_R = 0$	177
6.17	Drehmomente der Elektromaschinen und zulässige Winkelgeschwindigkeiten des Hohlrades in Mode 2 bei Steuerung der Anlaufphase gemäß (6.32) mit $\dot{\omega}_R = 0$	178

6.18	Mechanische Gesamtleistung der Elektromaschinen für $\omega_R = 125 \text{ s}^{-1}$ bei Steuerung der Anlaufphase gemäß (6.32) mit $\dot{\omega}_R = 0$	179
6.19	Simulationsergebnisse für die Anlaufphase bei zeitoptimaler Wahl des Kupplungsmoments ($P_{EM,max} = 20 \text{ kW}$, Zeitkonstante der Stromregelkreise = 5 ms)	185
6.20	Anlaufphase bei einer Zeitkonstante der Stromregelkreise von 2 ms	186
6.21	Maximaler Zugkraftfehler durch Fehler in den Elektromaschinen-Drehmomenten bei $\delta_3 = -\delta_5$	190
6.22	Maximaler Zugkraftfehler durch Fehler im Kupplungsmoment M_R und im Elektromaschinen-Drehmoment M_{E2}	190
6.23	Struktur der Steuerung/Regelung des Wiederstarts mit Sensorik und Aktorik	191
7.1	Chronologischer Ablauf des synchronen Modewechsels	207
7.2	Winkelgeschwindigkeit des Hohlrades, bei der die Abtriebskupplungen keinen Schlupf führen	210
7.3	Mögliches Umschaltkriterium für den asynchronen Modewechsel	211
7.4	Wechsel von Mode 1 nach Mode 2 bei 50 km/h und geschlossener Kupplung zwischen Verbrennungskraftmaschine und Hohlrad	215
7.5	Wechsel von Mode 2 nach Mode 1 bei 20 km/h und offener Kupplung zwischen Verbrennungskraftmaschine und Hohlrad	216
7.6	Wechsel von Mode 1 nach Mode 2 bei 50 km/h, Parameter- und Messfehlern und geschlossener Kupplung zwischen Verbrennungskraftmaschine und Hohlrad	223
7.7	Struktur der Steuerung/Regelung des Modewechsels mit Sensorik und Aktorik	225
A.1	Ausschnitt des Antriebsstrangs, der durch (2.44) beschrieben wird	236
A.2	Sukzessive Konstruktion eines zu (2.57) äquivalenten Systems	241
A.3	Sukzessive Konstruktion eines zu (2.59) äquivalenten Systems	245
B.1	Struktur des gesamten Antriebs bei formschlüssiger Verbindung zwischen Fahrzeug und Fahrbahn	252
D.1	Sukzessive Konstruktion eines zur approximativen Beschreibung (4.7) äquivalenten Systems	261

Kurzfassung

Im Rahmen eines interdisziplinären Forschungsprojekts wurde an der Technischen Universität Carolo-Wilhelmina zu Braunschweig in Zusammenarbeit mit der Volkswagen AG ein leistungsverzweigter hybrider Antriebsstrang für den Betrieb in zwei Fahrbereichen konzipiert. Diese Arbeit befasst sich mit der Steuerung und Regelung des vorbezeichneten Antriebsstrangs und der dazu erforderlichen Modellierung.

Zuerst wird der Antriebsstrang in mehrere Baugruppen aufgeteilt. Danach wird für jede Baugruppe zunächst eine separate mathematische Beschreibung hergeleitet und in den Zustandsraum überführt. So entsteht gleichzeitig eine Bibliothek an Modellen, die auch im Rahmen anderer Projekte eingesetzt werden können. Die Zustandsmodelle der Baugruppen werden dann zu einem Zustandsmodell für den gesamten Antriebsstrang vereinigt und mit den Fahrwiderstandsgleichungen schließlich zu einem Gesamtmodell für den gesamten Antrieb komponentiert.

Im normalen Fahrbetrieb – also wenn gerade keinerlei Schaltvorgänge im Antriebsstrang stattfinden – ist der Arbeitspunkt der Verbrennungskraftmaschine und die Batterieleistung den Vorgaben der Betriebsstrategie entsprechend einzustellen. Es wird erklärt, wie diese Aufgabe in einem der Fahrbereiche – ähnlich wie etwa beim Toyota Prius – durch mehrere separate Regelungen gelöst werden kann und erklärt, warum der selbe Ansatz in dem anderen Fahrbereich Stabilitätsprobleme erwarten lässt. Schließlich wird eine stabile nicht-lineare Mehrfachregelung für den betreffenden Fahrbereich entworfen und untersucht.

(Um-) Schaltvorgänge in Antriebssträngen können den Fahrkomfort durch unangenehme Zugkraftschwankungen empfindlich stören und das Reaktionsvermögen des Antriebs auf den Fahrerwunsch verzögern. Deshalb müssen derartige transiente Vorgänge möglichst ohne Zugkraftschwankungen zügig vollzogen werden. Ein bei jedem Vollhybriden notwendiger Schaltvorgang ist der Wiederstart der Verbrennungskraftmaschine. Wenn der Antriebsstrang über mehrere Fahrbereiche (hier auch als Modi bezeichnet) verfügt, stellen die Wechsel zwischen den Modi weitere notwendige Schaltvorgänge dar. Für alle erforderlichen Schaltvorgänge werden im Rahmen dieser Arbeit verschiedene, zueinander alternative

Steueralgorithmen entworfen, die auch in anderen Antriebssträngen eingesetzt werden können, sofern diese aus systemtheoretischer Sicht die gleiche Struktur aufweisen, wie der Antriebsstrang der TU Braunschweig. Die Steuerung der Schaltvorgänge ist in einigen Fällen jedoch nicht ohne die Kenntnis einiger Systemgrößen möglich, die nicht gemessen werden können. Deshalb werden Gleichungen zur möglichst genauen Schätzung der betreffenden Systemgrößen hergeleitet. Abschließend wird untersucht, ob die Schaltvorgänge auch trotz Mess- und Parameterfehler hinreichend genau gesteuert werden können. Die Ergebnisse der verschiedenen Steueralgorithmien werden schließlich miteinander verglichen.

1 Einleitung

1.1 Motivation

Der globale Klimawandel und seine Folgen erobern seit einigen Jahren schon die Aufmerksamkeit unserer Gesellschaft. Naturkatastrophen wie Waldbrände und Überschwemmungen infolge extremer Witterungsereignisse, sowie Medienberichte über Prognosen, wonach extreme Witterungsereignisse aufgrund des nachweislich stattfindenden globalen Klimawandels in Zukunft häufiger und intensiver zu erwarten sind als in der Vergangenheit, verschaffen der Klimaproblematik zusätzliche Beachtung. Ein weiteres Problem liegt in der Endlichkeit der Ölvorräte der Erde und in der Langsamkeit des Entstehungsprozesses von Öl in Bezug zu dem derzeitigen (noch steigenden) Bedarf.

Den beschriebenen Problemen soll mit einer Reduzierung des Ölbedarfs (Kraftstoffbedarfs) und einer Senkung der Emission klimarelevanter Gase begegnet werden.

Auch die Automobilbranche ist gefordert, ihren Beitrag zu leisten. Mit den Automobilverbänden werden konkrete Ziele zur Emissionsreduzierung ausgehandelt [1], [22]. So muss die durchschnittliche CO₂-Emission der in Europa, Japan und Korea verkauften Neufahrzeuge bis zum Jahr 2008 auf 140 g/km gesenkt werden. In den USA sind die Ziele langfristiger angelegt und unterschreiten ab dem Jahr 2011 den Grenzwert von 140 g/km.

Ein vollkommener Wechsel zu anderen Energieträgern wie etwa dem klimaneutralen Wasserstoff ist aufgrund der fehlenden Infrastruktur nicht kurzfristig möglich. Wesentlich schneller realisieren lässt sich der breite Einsatz hybrider Antriebe mit Otto- oder Dieselmotoren. Die Kombination aus Verbrennungskraftmaschine und Elektromaschine(n) bietet die Möglichkeit, beim Bremsen Energie zurückzugewinnen und in einer Batterie zu speichern (Rekuperation). Diese Energie steht dann entweder dem Bordnetz zur Verfügung oder kann später wieder zum Antreiben des Fahrzeugs eingesetzt werden. Durch rein elektrisches Fahren lässt sich so der Betrieb der Verbrennungskraftmaschine im ungünstigen

Teillastbereich vermeiden. Leistungsverzweigte Antriebsstränge oder CVT-Konzepte offerieren zudem große Freiheiten bei der Wahl des Arbeitspunktes der Verbrennungskraftmaschine [17].

Das Einsparpotential hybrider Antriebe hinsichtlich der Verbrauchs- und Emissionswerte ermöglichen die deutliche Unterschreitung der Grenzwerte und geben Anlass, in die Forschung und Entwicklung dieser Antriebstechnologie zu investieren. Die erwartete Verbrauchsreduzierung hybrider Antriebe wird bei einer gleichzeitig weiter geführter Optimierung bereits bestehender Technologien im Allgemeinen mit etwa 15 % angegeben [14].

Neben großen Automobilkonzernen, die teilweise auch in Zusammenarbeit mit Universitäten und anderen öffentlichen Forschungseinrichtungen, an hybriden Antrieben forschen und entwickeln, werden seit einigen Jahren auch öffentliche Fördermittel für entsprechende Projekte oder die Einrichtung von Sonderforschungsbereichen bereitgestellt (siehe etwa [16]).

An der Technischen Universität Braunschweig wurde in Zusammenarbeit mit der Volkswagen AG im Rahmen eines interdisziplinären Projekts ein leistungverzweigter hybrider Antriebsstrang mit zwei Fahrbereichen (im Folgenden als Modi bezeichnet) konzipiert. In dieser Arbeit soll dessen Steuerung und Regelung ausführlich behandelt werden. Die Ziele dieser Arbeit werden in Abschnitt 1.5 noch genauer beschrieben.

1.2 Grundlegende Topologien hybrider Antriebsstränge

Bei hybriden Antriebssträngen unterscheidet man im Wesentlichen zwischen drei verschiedenen grundlegenden Topologien, die in Bild 1.1 skizziert sind und an dieser Stelle kurz erläutert werden sollen. Eine tiefgründigere Gliederung der verschiedenen Konzepte findet sich etwa in [11].

Bei seriellen Hybriden (Bild 1.1(a)) fehlt eine mechanische Verbindung zwischen der Verbrennungskraftmaschine und den Rädern. Die gesamte mechanische Leistung der Verbrennungskraftmaschine wird von der mit ihr mechanisch verbundenen Elektromaschine aufgenommen und in elektrische Energie umgewandelt. Durch die andere Elektromaschine an den Rädern wird dann elektrische Leistung wieder in mechanische Leistung umgewandelt um so das Fahrzeug anzutreiben. Zwischen den Elektromaschinen kann entweder elektrische Leistung entnommen und in der Batterie gespeichert werden, oder zusätzliche elektrische Leistung aus der Batterie zur Unterstützung der Verbrennungskraftmaschine

1.2 Grundlegende Topologien hybrider Antriebsstränge

3

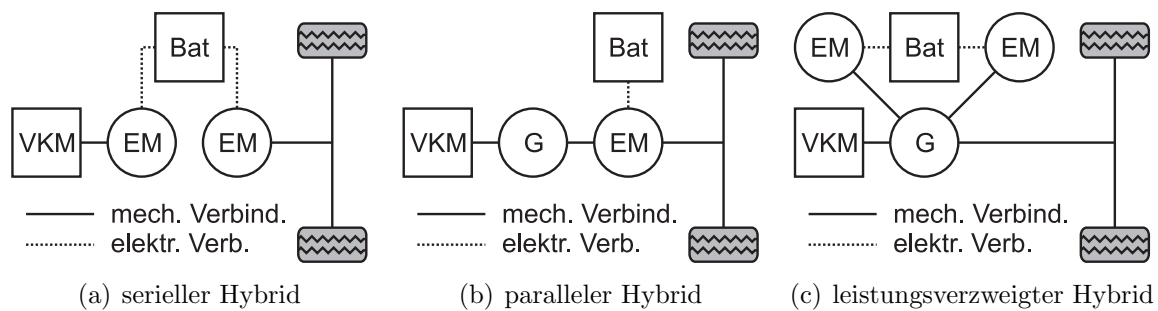


Bild 1.1: Grundlegende Topologien hybrider Antriebsstränge

Abkürzungen: Bat $\hat{=}$ Batterie, EM $\hat{=}$ Elektromaschine, G $\hat{=}$ Getriebe,
VKM $\hat{=}$ Verbrennungskraftmaschine

in Richtung der Räder eingespeist werden. Außerdem kann auch rein elektrisch gefahren werden, also bei abgeschalteter Verbrennungskraftmaschine. Wegen der fehlenden mechanischen Verbindung zu den Rädern kann die Drehzahl der Verbrennungskraftmaschine und somit ihr gesamter Arbeitspunkt bei entsprechend dimensionierten Elektromaschinen nahezu vollkommen frei gewählt werden. Die einzigen Restriktionen sind dabei die physikalischen Grenzen der Verbrennungskraftmaschine selbst und einige zu berücksichtigende Aspekte hinsichtlich des Geräuschpegels, die im nächsten Abschnitt noch erläutert werden. Dieses hohe Maß an Freiheit bei der Wahl des Arbeitspunktes ermöglicht einerseits das Betreiben der Verbrennungskraftmaschine in verbrauchs- und emissionsgünstigen Regionen ihres Kennfeldes. Andererseits muss die von ihr abgegebene mechanische Leistung mehrfach gewandelt werden um bis zu den Rädern zu gelangen. Diese mehrfache Wandlung zwischen mechanischer und elektrischer Leistung ist mit erheblich höheren Verlusten verbunden als die Übertragung über eine mechanische Verbindung. Außerdem müssen alle drei Energiewandler (also die Verbrennungskraftmaschine und beide Elektromaschinen) für die volle Fahrleistung ausgelegt werden.

In parallelen Hybriden (Bild 1.1(b)) kann bzw. können die Elektromaschine/n für eine wesentlich kleinere Leistung ausgelegt werden, weil sie hier in eine mechanische Verbindung zwischen der Verbrennungskraftmaschine und den Rädern integriert ist bzw. sind. Dadurch ergeben sich Einsparungen hinsichtlich Gewicht und Kosten. Je nach Auslegung der Elektromaschine/n unterscheidet man verschiedene Klassen paralleler Hybridkonzepte [11]. Bei einer Elektromaschinenleistung von bis zu 6 kW spricht man von Startergenerator-Systemen. Hier dient die Elektromaschine lediglich der Rekuperation und als Starter für die Verbrennungskraftmaschine. In der Klasse der Minimal-, Soft- oder Mild-Hybride werden Elektromaschinen mit insgesamt 5 kW bis 12 kW auch zur Lieferung zusätzlicher

Antriebsleistung (Boost-Betrieb) eingesetzt. Ab einer installierten Elektromaschinenleistung von 12 kW spricht man von Vollhybriden und fährt auch rein elektrisch, d. h. mit abgeschalteter Verbrennungskraftmaschine.

Um eine Kombination aus seriell und parallel Hybrid handelt es sich bei leistungsverzweigten Hybriden (Bild 1.1(c)). Zu deren Realisierung sind mindestens zwei Elektromaschinen erforderlich. Ein einfaches Planetengetriebe oder ein so genannter Ravigneaux-Satz¹ verbindet dabei Verbrennungskraftmaschine und Elektromaschinen miteinander und mit dem Abtrieb. Ein Teil der von der Verbrennungskraftmaschine erzeugten mechanischen Leistung wird über eine mechanische Verbindung mit hohem Wirkungsgrad auf die Räder übertragen. Die restliche mechanische Leistung wird in elektrische Leistung umgewandelt. Die andere Elektromaschine trägt durch Wandlung elektrischer in mechanische Leistung zum Antreiben des Fahrzeugs bei. Im elektrischen Übertragungspfad entstehen deutlich höhere Verluste als im mechanischen Übertragungspfad. Um einen hohen Gesamtwirkungsgrad zu erzielen, muss deshalb ein Großteil der von der Verbrennungskraftmaschine erzeugten Leistung über den mechanischen Pfad übertragen werden². Genau wie bei seriellen Hybriden ist auch hier im elektrischen Übertragungspfad eine Entnahme elektrischer Leistung zur Speicherung in der Batterie oder ein Zuschuss zusätzlicher Antriebsleistung, aber auch das rein elektrische Fahren möglich. Das Übersetzungsverhältnis zwischen der Verbrennungskraftmaschine und den Rädern ist ebenfalls stufenlos variabel, der Wirkungsgrad ist aber höher als bei seriellen Hybriden.

1.3 Allgemeines zur Steuerung und Regelung hybrider Antriebe und Stand der Technik

Bild 1.2 zeigt die wesentlichen Komponenten eines hybriden Antriebsstrangs mit seiner Steuerung und Regelung, die durch die Farbgebung des Hintergrunds derart gekennzeichnet ist, dass die nicht zur Steuerung und Regelung gehörenden Komponenten vor weißem Hintergrund dargestellt sind. Innerhalb der Steuerung und Regelung lassen sich im Wesent-

¹Was unter Ravigneaux-Sätzen und einfachen Planetengetrieben zu verstehen ist, wird in Abschnitt 1.4 noch ersichtlich. Weitere Informationen sind etwa in [10] zu finden.

²Liegt der mechanische Wirkungsgrad bei 99 % und der Wirkungsgrad im elektrischen Pfad bei 80 %, dann darf die elektrische Leistung nicht höher sein als 30 % der von der Verbrennungskraftmaschine erzeugten mechanischen Leistung, wenn ein Gesamtwirkungsgrad von über 90 % erreicht werden soll [19].

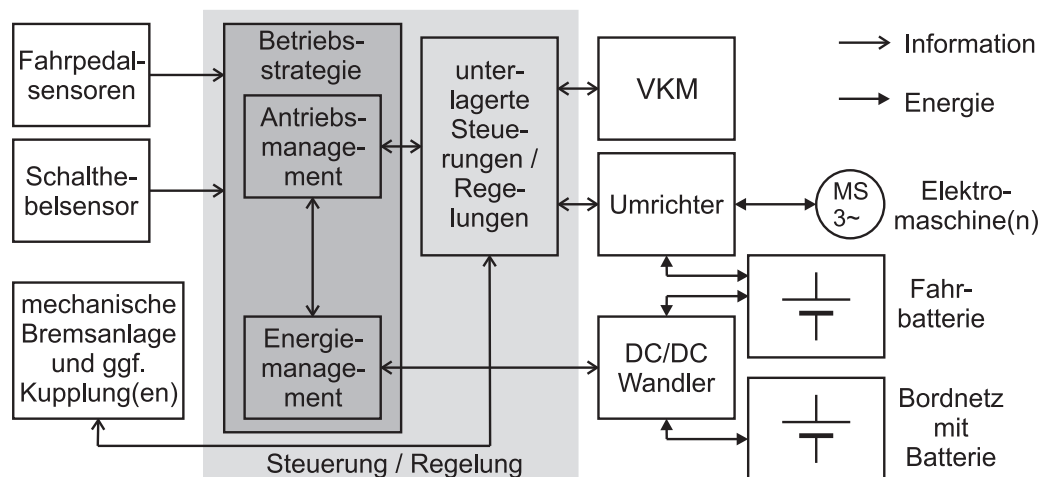


Bild 1.2: Komponenten eines hybriden Antriebsstrangs mit Steuerung und Regelung

lichen zwei Hierarchieebenen bilden. Die obere Hierarchieebene wird durch das Energiemanagement und das Antriebsmanagement gebildet, sie soll als Betriebsstrategie bezeichnet werden. In der unteren Hierarchieebene befinden sich einige unterlagerte Steuerungen und Regelungen. Sie sorgen für die Umsetzung der Entscheidungen und die Einhaltung der Vorgaben der Betriebsstrategie.

Für das Energiemanagement ist die Topologie des Antriebsstrangs weitgehend gleichgültig, so dass diese Komponente der Betriebsstrategie ohne aufwendige Anpassungen an den jeweiligen Antriebsstrang in eine breite Produktpalette integriert werden kann. Die Hauptaufgabe des Energiemanagements ist die verbrauchsgünstige Aufteilung der vom Antriebsstrang geforderten Last auf die Verbrennungskraftmaschine und die Elektromaschine(n). Dabei sind zwei wesentliche Restriktionen zu berücksichtigen, wobei der Belastung der Batterie die höchste Aufmerksamkeit gebührt, um sie vor einer thermischen Zerstörung oder zu schneller Alterung zu schützen. Im Ladezustand der Batterie liegt die zweite Restriktion. Schließlich darf die Batterie einerseits nicht überladen werden, andererseits muss ein Mindest-Ladezustand gewährleistet sein, um die Funktionstüchtigkeit des Antriebs zu bewahren. Eine weitere Aufgabe des Energiemanagements liegt in der Entscheidung darüber, ob die Verbrennungskraftmaschine überhaupt einen Beitrag zur Antriebsleistung liefern soll, oder ob sie abgeschaltet wird (Start-Stopp-Funktion). Zum Energiemanagement für hybride Antriebsstränge sind in der Literatur bereits verschiedene Ansätze zu finden, etwa in [1], [13] oder [31]. Auch über die Einbeziehung von Informationen über Verkehrsinfrastruktur und Verkehrssituation in das Energiemanagement wird in [18] berichtet.

Im normalen Fahrbetrieb, d. h. wenn die Verbrennungskraftmaschine an der Bereitstellung

der Antriebsleistung beteiligt ist und nicht gerade ein Schaltvorgang im Antriebsstrang stattfindet, generiert das Energiemanagement im Wesentlichen einen Sollwert $P_{Bord,soll}$ für die elektrische Leistung P_{Bord} , die zur Aufladung der Bordnetzbatteie aus dem elektrischen Zwischenkreis des Antriebsstrangs in das Bordnetz abgeführt werden soll und einen Sollwert $P_{Bat,soll}$ für die Batterieleistung³ P_{Bat} . Entsprechend dem erstgenannten Sollwert hat der DC/DC-Wandler zwischen dem elektrischen Zwischenkreis des Antriebsstrangs und dem Bordnetz zu agieren. Der Sollwert für die Batterieleistung wird an das Antriebsmanagement weitergeleitet. Dieser wird allerdings bei Rekuperation ignoriert um die Batterie mit der maximal möglichen Leistung zu laden, sofern keine Überladung droht.

Das Antriebsmanagement hat für den zuverlässigen Betrieb des Antriebsstrangs bei günstigem Wirkungsgrad zu sorgen und ist somit oberste Instanz bei der Steuerung

- des normalen Fahrbetriebs mit Verbrennungskraftmaschine
- der elektrischen Fahrt bzw. Rekuperation und Bremsung
- des zugkraftunterbrechungsfreien Abschaltens bzw. (Wieder-) Startens der Verbrennungskraftmaschine und
- von (Um-) Schaltvorgängen im Antriebsstrang bzw. Getriebe.

Die vielfältigen Aufgaben des Antriebsmanagements lassen schon erahnen, dass eine nahezu universelle Einsetzbarkeit wie beim Energiemanagement nicht zu erwarten ist. Das Antriebsmanagement für eine bestimmte Antriebsstrang-Topologie lässt sich allenfalls dann auf eine andere Topologie anwenden, wenn beide Topologien aus systemtheoretischer Sicht identische Strukturen aufweisen.

Während des normalen Fahrbetriebs liegt eine wesentliche Aufgabe des Antriebsmanagements in der Festlegung des Arbeitspunktes der Verbrennungskraftmaschine. In jedem Fall ist festzulegen, welches Drehmoment sie liefern soll. Während bei Getriebe mit diskreten Übersetzungen zur vollständigen Festlegung des Arbeitspunktes noch zu entscheiden ist, welche der Übersetzungen geschaltet werden soll, empfiehlt sich bei Getriebe mit stufenlos variabler Übersetzung die direkte Vorgabe eines Sollwertes $\omega_{VKM,soll}$ für die Winkelgeschwindigkeit der Verbrennungskraftmaschine. Ob das Antriebsmanagement darüber hinaus noch weitere Größen frei festlegen kann bzw. muss, hängt von dem jeweiligen Antriebsstrang ab.

³Im Folgenden ist mit Batterie stets die Batterie im elektrischen Zwischenkreis des Antriebsstrangs, also die Fahrbatterie gemeint. Mit Batterieleistung ist immer deren elektrische Leistung gemeint.

1.3 Allgemeines zur Steuerung und Regelung hybrider Antriebe und Stand der Technik 7

Die Wahl des Arbeitspunktes der Verbrennungskraftmaschine orientiert sich stets an dem Sollwert $P_{VKM,soll}$ ihrer mechanischen Leistung. Dieser kann unter Vernachlässigung aller Verluste der Getriebemechanik und des elektrischen Zweiges, wie in Bild 1.3 dargestellt, aus der gefahrenen Geschwindigkeit v und den Sollwerten $M_{Rad,soll}$ des Radmoments, $P_{Bat,soll}$ der Batterieleistung und $P_{Bord,soll}$ der elektrischen Leistung, die in das Bordnetz abfließen soll, berechnet werden. Der Sollwert $M_{Rad,soll}$ des Radmoments resultiert dabei aus einer Drehmomentcharakteristik, die der Interpretation des Fahrerwunsches anhand der Fahrpedalstellung dient. Die anderen beiden Sollwerte werden bekanntlich vom Energiemanagement vorgegeben. Wegen der Vernachlässigung der Verluste wird das tatsächliche Radmoment bei genauer Regelung der Batterieleistung und der elektrischen Leistung, die in das Bordnetz abgeführt wird, von dem Sollwert abweichen. Auf eine genaue Einhaltung dieses Sollwerts kann aber verzichtet werden. Schließlich kann der Fahrer diesen Fehler durch entsprechende Bedienung der Fahrpedale ausgleichen, falls er ein anderes Radmoment wünscht.

In einem von der Winkelgeschwindigkeit und dem Drehmoment der Verbrennungskraftmaschine aufgespannten Koordinatensystem muss der Arbeitspunkt der Verbrennungskraftmaschine auf der Hyperbel liegen, auf der $M_{VKM} \cdot \omega_{VKM} = P_{VKM,soll}$ ist. Bei einem Getriebe mit stufenlos variabler Übersetzung erscheint es zunächst naheliegend, auf dieser Hyperbel den Punkt mit den günstigsten Verbrauchs- und/oder Emissionswerten als Arbeitspunkt auszuwählen. Neben diesem ökonomischen und ökologischen Gesichtspunkt ist aber noch ein weiterer Aspekt zu berücksichtigen, nämlich die psychologische Wirkung des Geräuschpegels auf den Fahrer. Dieser schließt aus einem steigenden Geräuschpegel (möglicherweise im Unterbewusstsein) auf eine steigende Geschwindigkeit und umgekehrt. Damit ein entspanntes Fahren nach Gehör ohne ständigen Blick auf den Tachometer auch weiterhin noch in gewohnter Weise möglich ist, dürfen irreführende Entwicklungen des Geräuschpegels nicht auftreten. Anderenfalls dürfte die Fahrt aufgrund des häufiger erforderlich werdenden Blicks auf den Tachometer deutlich anstrengender werden als die gewohnte Fahrt in konventionellen Fahrzeugen. Deshalb empfiehlt es sich, den Sollwert $\omega_{VKM,soll}$ für die Winkelgeschwindigkeit der Verbrennungskraftmaschine durch ein so genanntes Variogramm vorzugeben. Dieses ordnet einer bestimmten Fahrpedalauslenkung und einer bestimmten Geschwindigkeit einen eindeutigen Sollwert der Verbrennungskraftmaschine derart zu, dass die Winkelgeschwindigkeit bei (zumindest nahezu) konstanter Pedalauslenkung mit steigender Geschwindigkeit garantiert steigt und mit fallender Geschwindigkeit garantiert fällt. Wie in Bild 1.3 dargestellt, ergibt sich der Sollwert für das Drehmoment der Verbrennungskraftmaschine dann aus den Sollwerten für ihre Leistung

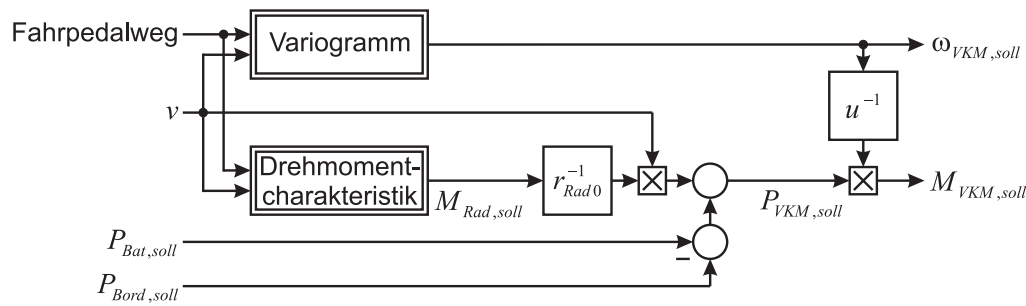


Bild 1.3: Arbeitspunktvorgabe für die Verbrennungskraftmaschine bei einem Getriebe mit stufenlos variabler Übersetzung

und ihre Winkelgeschwindigkeit.

Aus Bild 1.3 geht deutlich hervor, dass die Drehmomentcharakteristik und das Variogramm den Arbeitspunkt der Verbrennungskraftmaschine gemeinsam vorgeben. Sie können deshalb nicht unabhängig voneinander ausgelegt werden, sondern müssen im Sinne günstiger Verbrauchs- und Emissionswerte aufeinander abgestimmt werden. Aus Raumgründen kann auf die Auslegung von Drehmomentcharakteristik und Variogramm nicht näher eingegangen werden. Grundlegende Anhaltspunkte für die Wahl des Arbeitspunktes der Verbrennungskraftmaschine in leistungsverzweigten Antriebssträngen sind in [19] zu finden.

Insgesamt gibt die Betriebsstrategie also bei normaler Fahrt mit Verbrennungskraftmaschine in jedem Fall Sollwerte für das Drehmoment und die Winkelgeschwindigkeit der Verbrennungskraftmaschine, die Batterieleistung und die elektrische Leistung vor, die in das Bordnetz abgeführt werden soll. Für die Einhaltung dieser Sollwerte haben unterlagerte Steuerungen und Regelungen zu sorgen. Für den Antriebsstrang relevant sind die unterlagerten Steuerungen und Regelungen für Batterieleistung und Drehmoment und Winkelgeschwindigkeit der Verbrennungskraftmaschine.

Ergänzende einführende Informationen findet man auch in [28].

1.4 Der Antriebsstrang der TU Braunschweig

Bild 1.4 zeigt die Topologie des Antriebsstrangs der TU Braunschweig. Es sei angemerkt, dass lediglich die Topologie dargestellt werden soll. Rückschlüsse auf die Topografie des Antriebsstrangs sind nur begrenzt möglich, da bei der Erstellung von Bild 1.4 auf Übersichtlichkeit geachtet wurde, die bei der Berücksichtigung der voraussichtlichen räumlichen

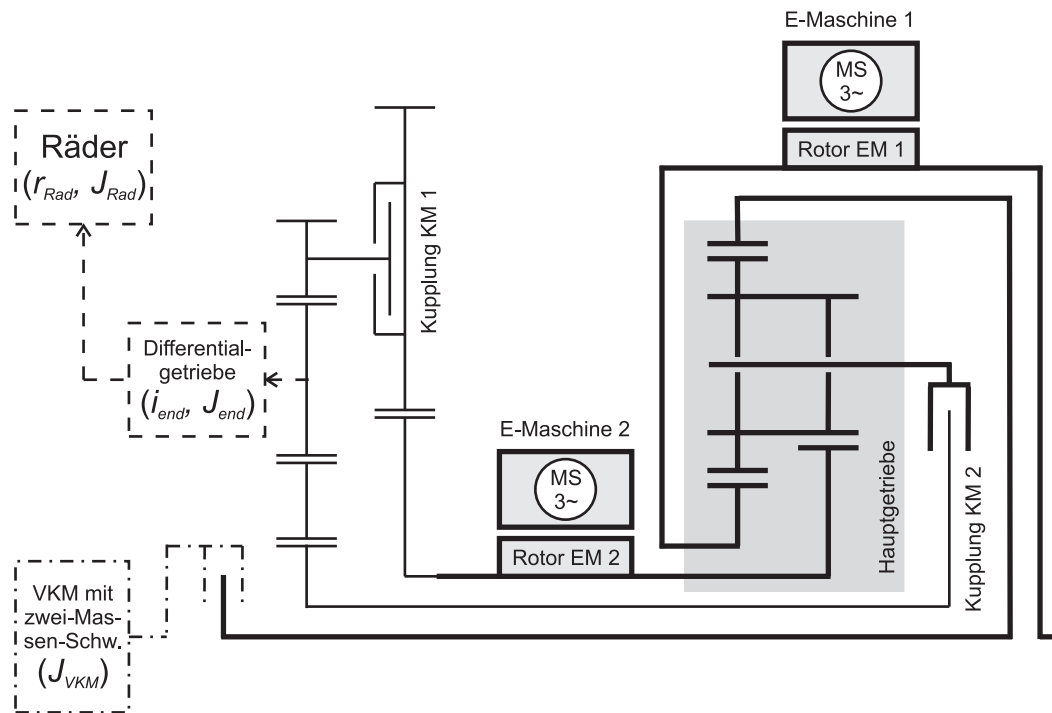


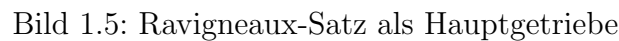
Bild 1.4: Topologie des Antriebsstrangs

Anordnung der teilweise sich gegenseitig verdeckenden Zahnräder nicht mehr gegeben wäre. Diese Übersichtlichkeit erkaufte man sich zwangsläufig auch durch Verzicht auf Maßstabstreue.

Der Antriebsstrang lässt sich in mehrere Baugruppen aufteilen, denen unterschiedliche Aufgaben und Bedeutungen innerhalb des gesamten Antriebsstrangs zugeordnet werden können. Durch unterschiedliche Linienarten und -Stärken wird diese Aufteilung in Bild 1.4 angedeutet.

Die durch dicke durchgezogene Linien hervorgehobene Baugruppe kann als der Kern des Antriebsstrangs betrachtet werden. Neben einigen (passiven) mechanischen Komponenten zur Kraftübertragung beinhaltet dieser auch die beiden Elektromaschinen. Gemeinsam mit der Verbrennungskraftmaschine bildet diese Baugruppe den aktiven Teil des Antriebsstrangs, welcher die vom Fahrer geforderte Antriebsleistung liefert.

Eine zentrale Rolle innerhalb dieses Kerns kommt dem grau hinterlegten Zahnradsatz zu, weil es die Energiewandler (Verbrennungskraftmaschine und Elektromaschinen) miteinander und mit dem Abtrieb verbindet und somit für die im Antriebsstrang möglichen Leistungsflüsse maßgeblich ist. Wegen seiner herausragenden Bedeutung innerhalb des Antriebsstrangs soll dieses als Hauptgetriebe bezeichnet werden. Bild 1.5 zeigt das Hauptge-



⁴Unter einem Ravnigneaux-Satz versteht man eine Verschaltung mehrerer Planetengetriebe miteinander. Ravnigneaux-Sätze können in verschiedenen Ausführungen konstruiert werden. Der interessierte Leser sei zur genaueren Lektüre etwa auf [10] verwiesen.

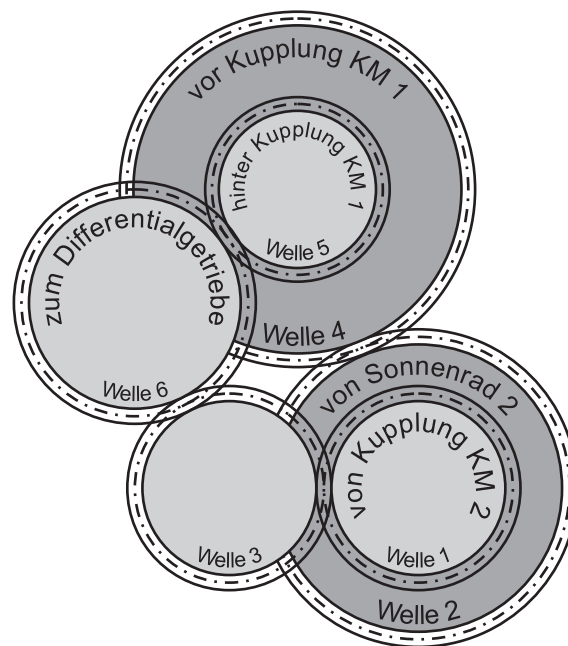


Bild 1.6: Nachschaltsatz

werden.

Die dünneren durchgezogenen Linien in Bild 1.4 veranschaulichen einen Zahnradsatz, der im Folgenden als Nachschaltsatz bezeichnet werden soll. Bild 1.6 zeigt dessen Topologie nochmals, ebenfalls unter Verzicht auf Maßstabstreue, von der linken Seite des Bildes 1.4 aus betrachtet⁵. Er ist durch die Kupplungen KM1 und KM2, die im Folgenden als Abtriebskupplungen bezeichnet werden sollen, von dem Kern getrennt und ermöglicht die Übertragung der im Kern erzeugten Leistung über zwei mechanische Wege mit unterschiedlichen Übersetzungsverhältnissen, je nachdem, welche Abtriebskupplung geschlossen ist. Vorgesehen ist der Betrieb des Antriebsstrangs in zwei verschiedenen Modi. Wenn die Kupplung KM1 geschlossen und die Kupplung KM2 nicht geschlossen ist, wird der Antriebsstrang in Mode 1 betrieben, im umgekehrten Fall in Mode 2.

Das Übersetzungsverhältnis zwischen der Verbrennungskraftmaschine und den Rädern ist in beiden Modi variabel, aber durch die Drehzahlgrenzen der Elektromaschinen begrenzt. In Mode 1 gestatten diese Drehzahlgrenzen höhere Werte des besagten Übersetzungsverhältnisses als in Mode 2. Auf die Entscheidung zwischen den Modi wird noch in Abschnitt 7.2.3 eingegangen.

Die in Bild 1.4 gestrichelt oder in Strichpunktlinien dargestellten Komponenten des An-

⁵Auch hier soll lediglich die Topologie, nicht die genaue Topografie dargestellt werden.

triebsstrangs bedürfen keiner näheren Erläuterung. Ergänzende Informationen über den Antriebsstrang findet man auch in der Offenlegungsschrift [26].

1.5 Ziele dieser Arbeit

Die Ziele dieser Arbeit liegen vordergründig in der Synthese von Regelungen und Steueralgorithmien, die für den Betrieb des an der TU Braunschweig konzipierten Antriebsstrangs erforderlich sind und auch in andere Antriebsstränge integriert werden können, sofern diese aus systemtheoretischer Sicht die gleiche Struktur aufweisen.

Essentiell für den Betrieb des Antriebsstrangs ist die in Kapitel 5 betrachtete Regelung für den normalen Fahrbetrieb mit Verbrennungskraftmaschine, die Steuerung des Wiederstarts der Verbrennungskraftmaschine, die in Kapitel 6 behandelt wird und die Steuerung des Modewechsels, einem Umschaltvorgang im Antriebsstrang. Dieser Steuerung widmet sich das Kapitel 7. Wiederstart und Modewechsel sollen so gesteuert werden, dass sie so schnell wie möglich, spätestens aber nach 300 ms abgeschlossen sind und trotz möglicher Mess- und Parameterfehler keine Zugkraftschwankungen über 1000 N zu erwarten sind. Im Idealfall, also wenn weder Mess- noch Parameterfehler vorliegen, sollen keine Zugkraftschwankungen auftreten.

Damit werden die wichtigsten Aufgaben des Antriebsmanagements ausführlich behandelt. In der Steuerung des elektrischen Fahrens ist die einfachste Aufgabenstellung zu sehen. Auf deren Behandlung sei in dieser Abhandlung aus Raumgründen verzichtet und stattdessen auf [19] verwiesen.

Voraussetzung für das erfolgreiche Erreichen der gesetzten Ziele sind mathematische Beschreibungen des Antriebsstrangs und des gesamten Antriebs. Bei deren sukzessiven Herleitung in den Kapiteln 2 bis 4 wird zusätzlich das Ziel verfolgt, eine Bibliothek aus mathematischen Beschreibungen der einzelnen Komponenten des Antriebsstrangs zu erhalten, auf die auch im Rahmen anderer Anwendungen zurückgegriffen werden kann.

2 Mathematische Beschreibung des Antriebsstrangs

Um ein System zielgerichtet analysieren zu können, und um eine solide Grundlage für die Synthese geeigneter Algorithmen zu dessen gezielter Beeinflussung (Steuerung und/oder Regelung) bereit zu stellen, hat man das betrachtete System mathematisch zu beschreiben.

Beschrieben werden soll die Kinetik des Antriebsstrangs, wobei aber ausschließlich die Drehbewegungen der Wellen im Antriebsstrang berücksichtigt werden sollen¹. Folglich wird ein Teil des Übertragungsverhaltens *schleifender* Kupplungen, nämlich die Entstehung der Kupplungsmomente M_R , M_{KM1} und M_{KM2} aus den dafür maßgeblichen physikalischen Eingangsgrößen der Kupplungen/Kupplungssysteme, nicht berücksichtigt. Das elektrische Übertragungsverhalten der Elektromaschinen, also vom Anlegen einer elektrischen Spannung bis zu dem Aufbau eines Drehmoments, ist ebenfalls nicht der Kinetik zuzuordnen und fließt deshalb nicht in die Beschreibung ein. Das mechanische Übertragungsverhalten der Elektromaschinen ist aber (in Form der Massenträgheitsmomente) zu berücksichtigen. Gleiches gilt für die Verbrennungskraftmaschine inklusive Zwei-Massen-Schwinger, deren mechanisches Übertragungsverhalten vereinfacht durch die Berücksichtigung eines (konzentrierten) Massenträgheitsmoments in die Beschreibung des Antriebsstrangs einfließen soll. Die von der Beschreibung des Antriebsstrangs ausgenommenen Übertragungsglieder sind bei der Modellierung der Regelkreise zu berücksichtigen.

Die Auswahl eines geeigneten Beschreibungsmittels fällt in diesem Fall nicht schwer. Wie leicht zu erkennen ist, handelt es sich bei dem Antriebsstrang um ein Mehrgrößensystem mit „verwickelter“ Struktur. Deshalb erhält man durch eine Beschreibung in Form von Vektordifferentialgleichungen einen besseren Überblick als durch eine Beschreibung im Frequenzbereich. Außerdem ist die steuerungs- und regelungstechnische Behandlung

¹Bewegungen des Antriebsstrangs relativ zur Umgebung des Fahrzeugs und deren Kräfte und Drehmomente sollen nicht Gegenstand der mathematischen Beschreibung des Antriebsstrangs sein.

von Mehrgrößensystemen im Frequenzbereich nur dann möglich, wenn diese entkoppelt und somit auf ein System von mehreren Eingrößensystemen zurückgeführt werden. Nahe liegend ist also eine Beschreibung im Zustandsraum, die auch generell bessere Einsichten in das Verhalten eines Systems ermöglicht als Übertragungsfunktionen. Die Zustandsbeschreibung (verkoppelter) dynamischer Mehrgrößensysteme ist als das übersichtlichste Beschreibungsmittel anzusehen, wenn von den im physikalischen Sinne unabhängigen Größen auf die abhängigen Größen (also von der Ursache auf die Wirkung) geschlossen werden soll.

Im Fall des Antriebsstrangs gemäß Bild 1.4 ist es sinnvoll, die einzelnen Baugruppen zunächst separat zu betrachten und die einzelnen Beschreibungen anschließend zu *einem* mathematischen Modell für den gesamten Antriebsstrang zu vereinigen. Auf diese Weise werden die Beschreibungen der einzelnen Baugruppen direkt zugänglich und können auch für andere Anwendungen eingesetzt werden.

2.1 Der Kern des Antriebsstrangs

Bei der Herleitung des mathematischen Modells für den Kern des Antriebsstrangs ist es hilfreich, sich den in Bild 1.5 dargestellten Ravigneaux-Satz etwas anders vorzustellen. Hierzu wird dieser gedanklich in zwei Teile zerlegt, indem ein Teil des Planetenträgers, einschließlich Planetenrädern, vom Rest des Ravigneaux-Satzes abgetrennt und separat betrachtet wird. Aufgrund der symmetrischen Eigenschaften der Planetensätze ist es dabei zulässig, nur je ein großes und ein kleines Planetenrad als Repräsentanten für das jeweilige „Planetenrad-Trio“ darzustellen. Man gelangt so zu der in Bild 2.1 illustrierten Zerlegung des Ravigneaux-Satzes. Bei den gestrichelt dargestellten Sensoren handelt es sich um rein fiktive Sensoren, die in Wirklichkeit nicht vorhanden sind.

Anhand dieser Darstellung ist es nun leicht möglich, die Drehmomentbeziehungen für den stationären Zustand und die Beziehungen zwischen den Winkelgeschwindigkeiten zu finden. Eine Erleichterung bei der mathematischen Beschreibung des dynamischen Verhaltens der betrachteten Baugruppe ist ebenfalls mit dieser Darstellung verbunden. Die soeben erwähnten Gleichungen sollen jeweils in einem eigenen Abschnitt hergeleitet werden. Dabei wird zuerst auf die Beziehungen zwischen den Winkelgeschwindigkeiten eingegangen, die bei der anschließenden Beschreibung der Systemdynamik bereits zum Einsatz kommen. Zuletzt werden die Drehmomentbeziehungen für den stationären Zustand unter Ausnutzung einiger Erkenntnisse aus dem vorher genannten Abschnitt hergeleitet.

2.1 Der Kern des Antriebsstrangs

15

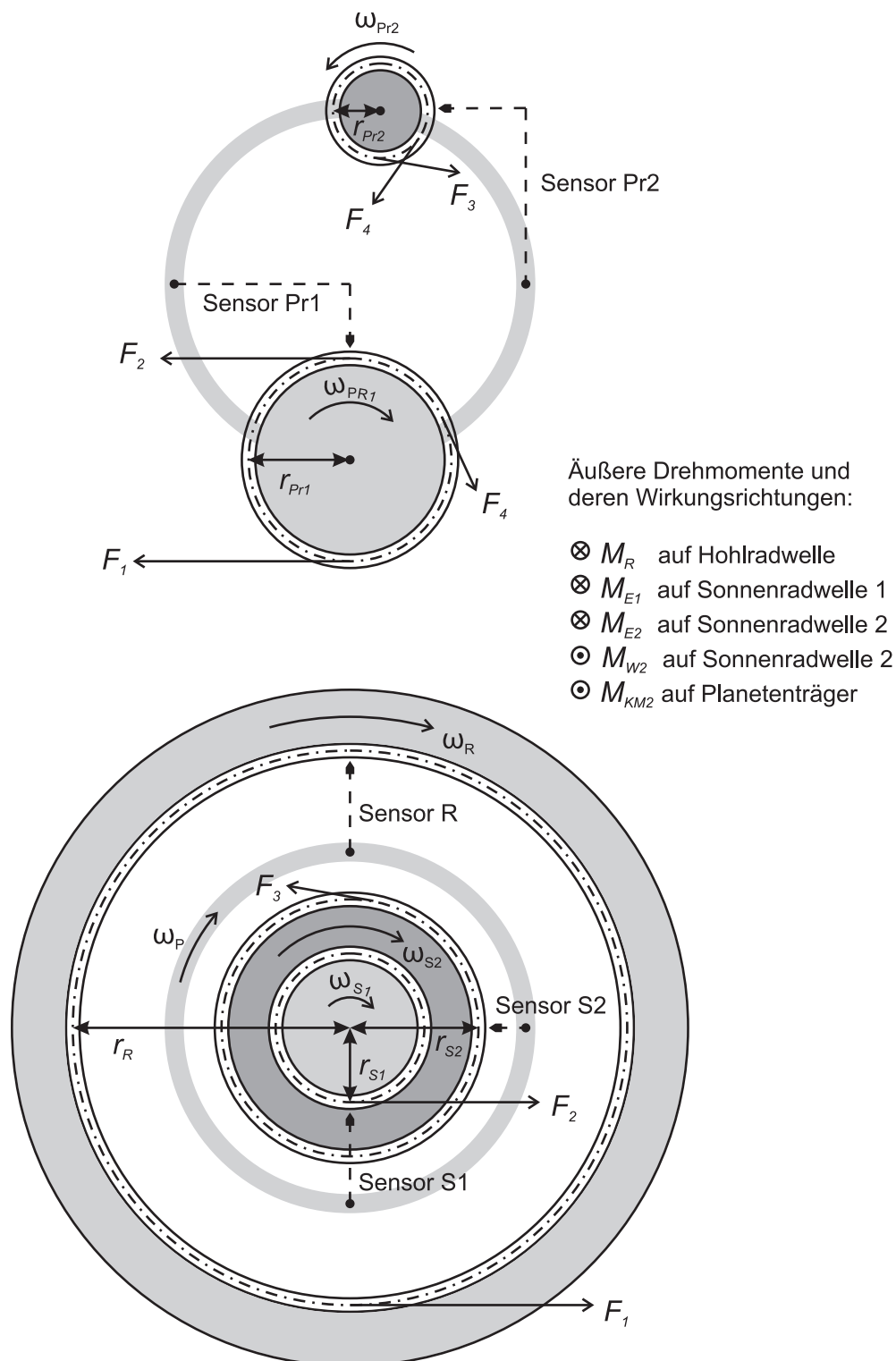


Bild 2.1: Fiktive Zerlegung des Ravigneaux-Satzes

Tabelle 2.1: Formelzeichen für die Zähnezahlen des Ravigneaux-Satzes

z_R	Zähnezahl des Hohlrades	z_{S2}	Zähnezahl des Sonnenrades 2
z_{S1}	Zähnezahl des Sonnenrades 1	z_{Pr2}	Zähnezahl des Planetenrades 2
z_{Pr1}	Zähnezahl des Planetenrades 1		

Tabelle 2.2: Formelzeichen für die Massenträgheitsmomente des Kerns

J_P	Massenträgheitsmoment des Planetenträgers (d. h. Massenträgheitsmoment aller Planetenräder bezgl. der Achse des Planetenträgers + Welle des Planetenträgers + Kupplungs-Eingangswelle KM2)
J_{Pr1}	Gesamtes Massenträgheitsmoment des im Sonnenrad 1 kämmenden „Planetenrad-Trios“ (bezgl. der eigenen Achsen)
J_{Pr2}	Gesamtes Massenträgheitsmoment des im Sonnenrad 2 kämmenden „Planetenrad-Trios“ (bezgl. der eigenen Achsen)
J_R	Massenträgheitsmoment des Hohlrades einschließlich der Ausgangswelle der Kupplung zwischen Verbrennungskraftmaschine und Hohlrad
J_{S1}	Massenträgheitsmoment des Sonnenrades 1 einschließlich Elektromaschine 1
J_{S2}	Massenträgheitsmoment des Sonnenrades 2 einschließlich Elektromaschine 2

Bevor mit der Abarbeitung der einzelnen Themenfelder begonnen wird, sollen noch einige grundlegende Zusammenhänge und Begriffe erklärt werden, die dann von Bedeutung sein werden.

Zuerst sind noch einige Formelzeichen zu definieren, die nicht aus Bild 2.1 hervorgehen. Dies betrifft die Zähnezahlen des Ravigneaux-Satzes, deren Formelzeichen gemäß Tabelle 2.1 definiert seien. Die Formelzeichen für die Massenträgheitsmomente des Kerns gehen aus Tabelle 2.2 hervor.

Ein in der Fachliteratur (siehe etwa [2], [10]) geläufiger Begriff ist die so genannte Standübersetzung. Dieser Begriff soll auch hier eingeführt werden, weil man dadurch die Zähnezahlen der Zahnräder aus der gesamten mathematischen Beschreibung des Ravigneaux-Satzes eliminieren kann, wovon man sich später in Abschnitt 2.1.2.3 noch überzeugen kann. Damit wird ein höherer Grad an Allgemeingültigkeit erreicht. Für den Ravigneaux-Satz aus Bild 1.5 lassen sich zwei Standübersetzungen bestimmen, die man folgendermaßen zu definieren hat:

$$i_{R1} := -\frac{z_R}{z_{S1}} \quad (2.1a)$$

$$i_{R2} := \frac{z_R}{z_{S2}}. \quad (2.1b)$$

Um bei der gesamten mathematischen Beschreibung komplett auf Zähnezahlen verzichten zu können, wird noch eine weitere, aber rein fiktive Standübersetzung benötigt, die man wie folgt zu definieren hat:

$$i_{F2} := -\frac{z_{RF}}{z_{S2}}. \quad (2.2)$$

Dabei bezeichnet z_{RF} die Zähnezahl eines fiktiven Hohlrades, das in denjenigen Planetenrädern kämmt, die nicht im realen Hohlrad kämmen. Die Formelzeichen aller anderen Zähnezahlen gehen aus Tabelle 2.3 auf Seite 35 hervor.

Warum man die gemäß (2.1a) bis (2.2) definierten Größen als Standübersetzungen bezeichnet, kann man in Abschnitt 2.1.1 leichter einsehen als an dieser Stelle.

Es ist leicht einzusehen, dass zwei Zahnräder nur dann problemlos ineinander kämmen können, wenn die Teilungen² beider Zahnräder übereinstimmen. Da bei dem hier betrachteten Ravigneaux-Satz die großen und kleinen Planetenräder ineinander kämmen und diese wiederum in den Sonnenrädern, im fiktiven Hohlrad und im Hohlrad kämmen, müssen alle Zahnräder die gleiche Teilung aufweisen. Also als Gleichung ausgedrückt:

$$\frac{2 \cdot \pi \cdot r_R}{z_R} = \frac{2 \cdot \pi \cdot r_{RF}}{z_{RF}} = \frac{2 \cdot \pi \cdot r_{Pr1}}{z_{Pr1}} = \frac{2 \cdot \pi \cdot r_{Pr2}}{z_{Pr2}} = \frac{2 \cdot \pi \cdot r_{S1}}{z_{S1}} = \frac{2 \cdot \pi \cdot r_{S2}}{z_{S2}},$$

wobei r_{RF} den (Wälzkreis-) Radius des fiktiven Hohlrades bezeichnet. Durch Kürzen und Einführen eines Formelzeichens erhält man daraus:

$$\zeta_K := \frac{r_R}{z_R} = \frac{r_{RF}}{z_{RF}} = \frac{r_{Pr1}}{z_{Pr1}} = \frac{r_{Pr2}}{z_{Pr2}} = \frac{r_{S1}}{z_{S1}} = \frac{r_{S2}}{z_{S2}}. \quad (2.3)$$

Außerdem kann man einen weiteren Zusammenhang direkt aus Bild 2.1 ablesen, nämlich:

$$r_{Pr1} = \frac{r_R - r_{S1}}{2}, \quad (2.4)$$

daraus folgt mit (2.3) wiederum:

$$z_{Pr1} = \frac{z_R - z_{S1}}{2}. \quad (2.5)$$

²Unter der Teilung eines Zahnrades versteht man den Abstand zweier gleichliegender Flanken auf dem Wälzkreis. (Die Wälzkreise der Zahnräder sind in Bild 2.1 als Strichpunktlinien angedeutet.)

Entsprechend gilt für Planetenrad 2:

$$r_{Pr2} = \frac{r_{RF} - r_{S2}}{2}, \quad (2.6)$$

bzw.

$$z_{Pr2} = \frac{z_{RF} - z_{S2}}{2}. \quad (2.7)$$

2.1.1 Winkelgeschwindigkeiten des Ravigneaux-Satzes

Die Beziehungen zwischen den Winkelgeschwindigkeiten in Ravigneaux-Sätzen werden in der einschlägigen Fachliteratur, etwa in [10], zwar behandelt. Hier soll aber eine Herleitung vorgestellt werden, die auch ohne spezielle Fachkenntnisse im Bereich der Getriebetechnik leicht nachvollzogen werden kann. Dazu ist es hilfreich, sich auf den Wälzkreisen der Zahnräder (also auf den Strichpunkt-Linien) angebrachte feine Netze von Rasterpunkten vorzustellen. Weiterhin denke man sich am Planetenträger einige Geschwindigkeitssensoren befestigt. Jeder dieser Sensoren, die in Bild 2.1 durch gestrichelte Linien angedeutet sind, nehme die Geschwindigkeit auf, mit der sich die gedachten Rasterpunkte auf dem Wälzkreis des jeweiligen Zahnrades tangential an ihm vorbei bewegen. Bei den Messungen werden die Vorzeichen je nachdem, ob sich die Rasterpunkte aus der Perspektive der Sensoren von links nach rechts oder in umgekehrter Richtung bewegen (wobei die Blickrichtungen der Sensoren durch die Pfeilrichtungen angedeutet sind). Dabei setze Sensor Pr1 und Sensor S2 ein positives Vorzeichen, wenn sich die Rasterpunkte von rechts nach links bewegen, anderenfalls sei das Vorzeichen negativ. Jeder andere Sensor definiere das Vorzeichen umgekehrt.

Bei den nun folgenden Überlegungen sei eine gleichförmige Übertragung der Bewegung vorausgesetzt³. Wie leicht einzusehen ist, müssen dabei die Umfangsgeschwindigkeiten beider Wälzkreise von ineinander kämmenden Zahnrädern im Berührungspunkt – dem so genannten Wälzpunkt – gleich sein. In der Fachsprache spricht man in diesem Zusammenhang vom Verzahnungsgesetz. Näheres darüber und unter welchen konstruktiven Bedingungen das Verzahnungsgesetz eingehalten wird, findet man etwa in [2].

Da das Planetenrad 1 und das Sonnenrad 1 ineinander kämmen, müssen die Sensoren

³Anderenfalls gelten die hergeleiteten Beziehungen nur noch für die arithmetischen Mittelwerte der Winkelgeschwindigkeiten in einem eingeschwungenen Zustand.

S1 und Pr1 – den obigen Ausführungen zufolge – identische Geschwindigkeiten erfassen⁴. Planetenrad 1 und Hohlrads kämmen ebenfalls ineinander, so dass auch Sensor R die gleiche Geschwindigkeit aufnehmen muss, wie der Sensor Pr1. Also müssen die von den Sensoren Pr1, R und S1 erfassten Geschwindigkeiten identisch sein. Mathematisch formuliert muss also gelten:

$$r_{Pr1} \cdot \omega_{Pr1}(t) = r_R \cdot (\omega_R(t) - \omega_P(t)) = r_{S1} \cdot (\omega_P(t) - \omega_{S1}(t)), \quad (2.8)$$

wobei der Ausdruck links neben dem ersten Gleichheitszeichen die vom Sensor Pr1 erfasste Geschwindigkeit darstellt, der Ausdruck rechts neben dem ersten Gleichheitszeichen beziffert die Geschwindigkeit des Sensors R, während der Ausdruck ganz rechts die Geschwindigkeit des Sensors S1 quantisiert. Mit (2.3) kann man in Verbindung mit (2.5) umformen zu:

$$(z_R - z_{S1}) \cdot \omega_{Pr1}(t) = 2 \cdot z_R \cdot (\omega_R(t) - \omega_P(t)) = 2 \cdot z_{S1} \cdot (\omega_P(t) - \omega_{S1}(t)),$$

was mit (2.1a) weiter umgeformt werden kann zu:

$$\omega_{Pr1}(t) = \frac{2 \cdot i_{R1}}{1 + i_{R1}} \cdot (\omega_R(t) - \omega_P(t)) = \frac{2}{1 + i_{R1}} \cdot (\omega_{S1}(t) - \omega_P(t)). \quad (2.9)$$

Weiterhin kämmen Planetenrad 2 und Sonnenrad 2 ineinander. Deshalb müssen auch die Sensoren S2 und Pr2 gleiche Geschwindigkeiten erfassen. Es muss also gelten:

$$r_{Pr2} \cdot \omega_{Pr2}(t) = r_{S2} \cdot (\omega_{S2}(t) - \omega_P(t)), \quad (2.10)$$

wobei der Ausdruck links neben dem Gleichheitszeichen die vom Sensor Pr2 erfasste Geschwindigkeit darstellt, während der Ausdruck rechts neben dem Gleichheitszeichen die Geschwindigkeit des Sensors S2 beziffert. Mit (2.3) kann man in Verbindung mit (2.7)

⁴An dieser Stelle wird klar, warum die Sensoren unterscheiden müssen, in welcher Richtung sie von den Rasterpunkten passiert werden. Bewegen sich nämlich die Rasterpunkte des Planetenrades 1 von rechts nach links am Sensor Pr1 vorbei, so müssen die Rasterpunkte des Sonnenrades 1 den Sensor S1 von links nach rechts passieren. Dann, oder wenn beide Sensoren in umgekehrter Richtung passiert werden, müssen und dürfen die beiden erfassten Geschwindigkeiten identisch sein, anderenfalls müssen sie voneinander abweichen. Genau dieses wird durch die Richtungsunterscheidung in Verbindung mit der obigen Definition der Vorzeichen gewährleistet. Anderenfalls würde sich eine falsch angenommene Drehrichtung *nicht* in abweichenden Geschwindigkeiten niederschlagen, was für die Herleitung der gesuchten Beziehungen fatal wäre.

umformen zu:

$$(z_{RF} - z_{S2}) \cdot \omega_{Pr2}(t) = 2 \cdot z_{S2} \cdot (\omega_{S2}(t) - \omega_P(t)),$$

was mit (2.2) umgeformt wird zu:

$$\omega_{Pr2}(t) = \frac{2}{1 + i_{F2}} \cdot (\omega_P(t) - \omega_{S2}(t)). \quad (2.11)$$

Aber auch die beiden Planetenräder kämmen ineinander, so dass auch zwischen den Messwerten von Sensor Pr1 und Sensor Pr2 keine Diskrepanz auftreten kann. Also kann man (2.8) und (2.10) gleichsetzen und man erhält unter Berücksichtigung von (2.3):

$$z_R \cdot (\omega_R(t) - \omega_P(t)) = z_{S1} \cdot (\omega_P(t) - \omega_{S1}(t)) = z_{S2} \cdot (\omega_{S2}(t) - \omega_P(t)),$$

woraus sich mit (2.1)

$$(\omega_R(t) - \omega_P(t)) = \frac{1}{i_{R1}} \cdot (\omega_{S1}(t) - \omega_P(t)) = \frac{1}{i_{R2}} \cdot (\omega_{S2}(t) - \omega_P(t)) \quad (2.12)$$

ergibt. Beim Vergleich der drei durch Gleichheitszeichen voneinander getrennten Ausdrücke in (2.12) ist festzustellen, dass die Winkelgeschwindigkeit ω_P des Planetenträgers in allen drei Ausdrücken vertreten ist. Zudem enthält jeder Ausdruck neben ω_P nur eine weitere Winkelgeschwindigkeit. Ist also ω_P bekannt, dann muss nur noch eine der drei anderen in (2.12) vorkommenden Winkelgeschwindigkeiten bekannt sein, um die restlichen beiden ebenfalls in der Gleichung vorkommenden Winkelgeschwindigkeiten berechnen zu können. Anderenfalls genügt die Kenntnis zweier beliebiger anderer in der Gleichung vorkommender Winkelgeschwindigkeiten, um ω_P berechnen zu können, anschließend kann auch die dann noch verbleibende Winkelgeschwindigkeit berechnet werden.

Mit (2.12) hat man also eine Gleichung, mit der man anhand der Winkelgeschwindigkeiten zweier beliebiger nach außen geführter Wellen des Ravigneaux-Satzes die Winkelgeschwindigkeiten der beiden anderen nach außen geführten Wellen berechnen kann. Da die Planetenräder von außen nicht direkt zugänglich sind, spielen deren Winkelgeschwindigkeiten, die aus (2.9) und (2.11) berechnet werden können, allenfalls eine untergeordnete Rolle, so dass (2.12) die wesentlichen Beziehungen zwischen den Winkelgeschwindigkeiten im Ravigneaux-Satz darstellt.

Unabhängig von dem Stellenwert der einzelnen Winkelgeschwindigkeiten ist aber festzu-

halten, dass aus *zwei* bekannten Winkelgeschwindigkeiten alle anderen Winkelgeschwindigkeiten des Ravigneaux-Satzes berechnet werden können. In der Getriebetechnik bezeichnet man die Anzahl der Bewegungen, die beliebig vorgegeben werden können und müssen, um den Bewegungszustand eindeutig zu bestimmen, als Laufgrad [2]. In diesem Fall liegt also ein Laufgrad von *Zwei* vor.

Bei vier Wellen gibt es sechs verschiedene Möglichkeiten, zwei Winkelgeschwindigkeiten beliebig vorzugeben. Man hat also zwischen sechs Fällen zu unterscheiden, für die sich aus (2.12) jeweils zwei Gleichungen aufstellen lassen, mit denen die abhängigen (also nicht beliebig vorgegebenen) Winkelgeschwindigkeiten der anderen beiden Wellen berechnet werden können. Diese sollen hier nicht alle aufgeführt werden. Im weiteren Verlauf dieser Arbeit wird einer dieser sechs möglichen Fälle eine zentrale Rolle spielen, deshalb sollen die Gleichungen für diesen speziellen Fall, in welchem die Winkelgeschwindigkeiten ω_R von Hohlrad und ω_P von Planetenträger als bekannt vorausgesetzt werden, an dieser Stelle explizit angegeben werden. Aus (2.12) ergibt sich:

$$\begin{pmatrix} \omega_{S1}(t) \\ \omega_{S2}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i_{R1} & (1 - i_{R1}) \\ i_{R2} & (1 - i_{R2}) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \omega_R(t) \\ \omega_P(t) \end{pmatrix}. \quad (2.13)$$

(2.9) liefert für diesen Fall bereits eine explizite Gleichung zur Berechnung der Winkelgeschwindigkeit des Planetenrades 1. Eine auf diesen Fall zugeschnittene Gleichung für die Winkelgeschwindigkeit des Planetenrades 2 erhält man durch Einsetzen von (2.13) in (2.11):

$$\omega_{Pr2}(t) = \frac{2 \cdot i_{R2}}{1 + i_{F2}} \cdot (\omega_P(t) - \omega_R(t)). \quad (2.14)$$

Mit (2.13) wird nun auch der Begriff „Standübersetzung“ plausibel. Es zeigt sich nämlich, dass i_{R1} bzw. i_{R2} das (Übersetzungs-) Verhältnis zwischen den Winkelgeschwindigkeiten von Sonnenrad 1 bzw. Sonnenrad 2 und dem Hohlrad, bei Stillstand des Planetenträgers angibt. Da das fiktive Hohlrad topologisch betrachtet in der selben Relation zum Sonnenrad 2 steht, wie das real existierende Hohlrad zum Sonnenrad 1 und die entsprechenden Zähnezahlen in (2.1a) und (2.2) ebenfalls in den gleichen Relationen zueinander stehen, muss i_{F2} das (Übersetzungs-) Verhältnis zwischen den Winkelgeschwindigkeiten von Sonnenrad 2 und dem fiktiven Hohlrad bei stillstehendem Planetenträger angeben.

2.1.1.1 Winkelgeschwindigkeiten im Überblick

Die wesentlichen Erkenntnisse über die Winkelgeschwindigkeiten sollen an dieser Stelle nochmals kurz zusammengefasst und kommentiert werden.

Der Ravigneaux-Satz weist einen Laufgrad von Zwei auf. Man kann und muss also zwei Winkelgeschwindigkeiten beliebig vorgeben, um dessen Bewegungszustand eindeutig zu bestimmen.

Die Beziehungen zwischen den Winkelgeschwindigkeiten im Ravigneaux-Satz werden durch ein Gleichungssystem, bestehend aus den Gleichungen (2.9), (2.11) und (2.12), vollständig wiedergegeben. Neben den Standübersetzungen enthält dieses Gleichungssystem keine weiteren von der Konstruktion des Ravigneaux-Satzes abhängigen Parameter. Bei der Kenntnis zweier beliebiger Winkelgeschwindigkeiten ermöglicht das Gleichungssystem die Berechnung sämtlicher anderer Winkelgeschwindigkeiten innerhalb dieser Baugruppe.

Die für den Kern des Antriebsstrangs wesentlichen Informationen stecken in Gleichung (2.12). Diese liefert nämlich eine vollständige Beschreibung der Beziehungen zwischen den Winkelgeschwindigkeiten derjenigen Wellen, die mit anderen Baugruppen des Antriebsstrangs verbunden sind. Die anderen beiden Gleichungen des o. g. Gleichungssystems dienen lediglich der Berechnung der Winkelgeschwindigkeiten der Planetenräder im Ravigneaux-Satz, die nicht mit anderen Baugruppen in direktem Kontakt stehen.

Für den Fall, dass die Winkelgeschwindigkeiten von Hohlrad und Planetenträger bekannt sind, bilden die Gleichungen (2.9), (2.13) und (2.14) die Basis zur Berechnung der anderen Winkelgeschwindigkeiten.

2.1.2 Die Dynamik des Kerns

Im Folgenden soll das dynamische Verhalten des Kerns mathematisch beschrieben werden. Wie bereits erwähnt, ist der Ravigneaux-Satz als das wesentliche mechanische Element des Kerns zu betrachten. Aus der Fachliteratur geht hervor, dass Ravigneaux-Sätze keine Selbsthemmung zulassen und sich durch hohe Wirkungsgrade auszeichnen [10]. Für die Standwirkungsgrade werden Werte von rund neunundneunzig Prozent angegeben. Somit kann die mathematische Beschreibung unter Vernachlässigung der Verluste (die hauptsächlich auf Zahnreibung zurückzuführen sind [10]) als hinreichend genau betrachtet werden. Der Mehraufwand für eine Berücksichtigung dieser Verluste steht also in keinem vernünftigen Verhältnis zu dem erzielbaren Nutzen und soll deshalb nicht betrieben werden.

Auch die Torsion und mögliche Unwuchten in den Wellen des Antriebsstrangs sollen im Rahmen dieser Arbeit außer Acht bleiben.

2.1.2.1 Systemgrößen des Kerns

Unabhängig von der Form der Beschreibung hat man zuerst die im physikalischen Sinne unabhängigen Größen im System ausfindig zu machen. Betrachtet man zuerst nur die mechanischen Komponenten unter Vernachlässigung der Torsion, so handelt es sich beim Kern des Antriebsstrangs um ein System rotierender starrer Körper. Dabei sind Drehmomente und Winkelgeschwindigkeiten die einzigen Systemgrößen, die berücksichtigt werden sollen. Da man ein Drehmoment als Ursache und eine Winkelgeschwindigkeit als Wirkung zu verstehen hat, sind die Drehmomente auf die Wellen des Kerns unabhängige Größen, sofern diese nicht wiederum von anderen Größen der selben Baugruppe abhängig sind (und damit wieder als die Wirkung anderer Ursachen zu verstehen wären). Aber selbst wenn einige Drehmomente von anderen Größen abhängig sind (dies trifft auf die Drehmomente der Elektromaschinen und die Kupplungsmomente zu), sind sie hier trotzdem als unabhängige Größen zu verstehen, da vereinbart wurde, den Antriebsstrang hier nur aus kinetischer Sicht zu beschreiben, während andere Übertragungsglieder des Antriebsstrangs bei der Modellierung der Regelkreise mit berücksichtigt werden. Im Folgenden werden die Drehmomente des Kerns aufgezählt und auf die Definition deren Vorzeichen eingegangen.

Wie in Bild 2.1 auf Seite 15 veranschaulicht, sollen die Drehmomente der Elektromaschinen mit positiven Vorzeichen versehen werden, wenn sie (als Vektoren aufgefasst) in die Zeichnungsebene hinein zeigen. In Verbindung mit der dargestellten Vorzeichendefinition für die Winkelgeschwindigkeiten, werden die mechanischen Leistungen der Elektromaschinen im Motorbetrieb positiv und im Generatorbetrieb negativ gezählt.

Um die mechanischen Leistungen, die an den Nachschaltsatz weitergegeben werden, als vom Kern abgegebene (also negative) Leistungen zu interpretieren, sind die Vorzeichen der auf die Sonnenradwelle 2 und auf den Planetenträger wirkenden Drehmomente M_{W2} und M_{KM2} positiv zu werten, wenn deren Vektoren antiparallel zu den Vektoren der zugehörigen Winkelgeschwindigkeiten verlaufen. Den Vorzeichendefinitionen für die Winkelgeschwindigkeiten von Sonnenrad 2 und Planetenträger entsprechend, müssen die Drehmomente M_{W2} und M_{KM2} also positiv gezählt werden, wenn deren Vektoren aus der Zeichnungsebene heraus zeigen.

Das Drehmoment M_R auf das Hohlrad sei positiv gezählt, wenn dessen Vektor in die Zeichnungsebene hinein zeigt, damit eine von der Verbrennungskraftmaschine an das Hohlrad abgegebene Leistung ein positives Vorzeichen erhält. Eine Übersicht über die Vorzeichendefinitionen aller Drehmomente findet man auch in Bild 2.1 auf Seite 15.

Nachdem nun die unabhängigen Größen benannt und deren Vorzeichen vereinbart wurden, ist als nächstes zu vereinbaren, welche der voneinander unabhängigen Quantitätsgrößen des Systems als Zustandsgrößen ausgewählt werden sollen. Da von den mechanischen Größen ausschließlich Drehmomente und Winkelgeschwindigkeiten in die Beschreibung einfließen sollen und das elektrische Übertragungsverhalten der Elektromaschinen an dieser Stelle ebenfalls nicht berücksichtigt werden soll, sind die Winkelgeschwindigkeiten die einzigen zu berücksichtigenden Quantitätsgrößen des Systems. Wie aus Abschnitt 2.1.1 hervorgeht, sind genau zwei Winkelgeschwindigkeiten voneinander unabhängig, so dass die Winkelgeschwindigkeiten zweier willkürlich ausgewählter Wellen (einschließlich je einem der großen und kleinen Planetenräder) des Ravigneaux-Satzes die Rolle der Zustandsgrößen übernehmen können. Weil die Winkelgeschwindigkeit ω_R des Hohlrades später noch von zentraler Bedeutung sein wird, verdient sie den Status einer Zustandsgröße. Bei der Auswahl der zweiten Zustandsgröße kann man zwei verschiedene Winkelgeschwindigkeiten aus unterschiedlichen Aspekten heraus favorisieren, nämlich die Winkelgeschwindigkeiten ω_{S2} und ω_P von Sonnenrad 2 und Planetenträger. Eine Entscheidung für ω_{S2} wirkt sich vereinfachend auf die spätere Vereinigung der Beschreibungen von Kern und Nachschaltsatz aus, wenn die Winkelgeschwindigkeit ω_{W2} von Welle 2 bei der Beschreibung des Nachschaltsatzes zur Zustandsgröße erklärt wird. Dann fallen bei der Vereinigung der separaten Beschreibungen nämlich zwei Zustandsgrößen (ω_{S2} und ω_{W2}) ohne Umrechnung zu einer einzigen Zustandsgröße zusammen. Wird stattdessen die Winkelgeschwindigkeit ω_P des Planetenträgers zur Zustandsgröße erklärt, ist eine Vereinigung zweier Zustandsgrößen zu einer nicht mehr gegeben. Das bedeutet aber nicht, dass das compoundierte Modell für Kern und Nachschaltsatz deshalb mehr Terme enthält als anderenfalls. Außerdem lassen sich die Zusammenhänge zwischen den Zustandsgrößen und den von ihnen abhängigen Winkelgeschwindigkeiten dann – wie in (2.13) ersichtlich – ohne gebrochen rationale Terme ausdrücken, was anderenfalls nicht gegeben wäre. Da die Zusammenhänge zwischen den Zustandsgrößen und den anderen Winkelgeschwindigkeiten im Ravigneaux-Satz auch in die Zustandsdifferentialgleichungen einfließen, erweist sich die Entscheidung für ω_P als Erleichterung bei der Herleitung der Zustandsdifferentialgleichungen. Die meisten Argumente sprechen also für die Winkelgeschwindigkeit ω_P des Planetenträgers als zweite Zustandsgröße, deshalb soll die Wahl zu deren Gunsten ausfallen.

2.1.2.2 Die Dynamikgleichungen des Kerns

In diesem Abschnitt sollen die dynamischen Gleichungen des Kerns aufgestellt und auf eine Form gebracht werden, aus der sie im nächsten Abschnitt durch eine einzige Matrizenmultiplikation in den Zustandsraum überführt werden können.

Man nehme wieder Bild 2.1 auf Seite 15 zu Hilfe und stelle sich vor, auf die Wellen des Kerns wirken die äußeren Drehmomente, die bereits beschrieben wurden und im Bild nebst ihrer Wirkungsrichtungen nochmals aufgeführt sind. Unter Vernachlässigung der Zahnreibungsverluste üben die Zahnräder an ihren Berührungspunkten die im Bild eingezeichneten Kräfte aufeinander aus. Nach dem Reaktionsprinzip ($\text{actio} = \text{reactio}$) ist beispielsweise die Kraft, die das Hohlrad auf das Planetenrad 1 ausübt, hinsichtlich des Betrags genau so groß wie die Kraft, die das Planetenrad 1 auf das Hohlrad ausübt, aber die beiden Kräfte wirken in entgegengesetzter Richtung. Für alle anderen Kräfte zwischen zwei ineinander kämmenden Zahnrädern gilt selbstverständlich das Gleiche. Weiterhin verursachen die äußeren Drehmomente an jedem Zahnrad eine bestimmte Winkelbeschleunigung, die aber auch Null sein kann.

Insgesamt beeinflussen die fünf äußeren Drehmomente – welche bekanntlich die unabhängigen Größen sind – *zehn* abhängige Größen, nämlich die Kräfte F_1 bis F_4 sowie die Winkelbeschleunigungen der beiden Sonnenräder, des Hohlrades, der (beiden Repräsentanten der) Planetenräder und des Planetenträgers. Von den zehn abhängigen Größen sind zwar nur die Winkelbeschleunigungen im Rahmen der mathematischen Beschreibung von Interesse, aber dennoch ist vorerst ein Gleichungssystem zusammenzustellen, welches die Berechnung aller abhängigen Größen ermöglicht. Deshalb wird ein System von *zehn* linear unabhängigen Gleichungen benötigt, das alle abhängigen und unabhängigen Größen zueinander in Relation setzt und dabei alle wesentlichen physikalischen Gesetzmäßigkeiten des betrachteten Systems berücksichtigt. Mit den *Bewegungsdifferentialgleichungen* für die beiden Sonnenräder, das Hohlrad, die (beiden Repräsentanten der) Planetenräder und den Planetenträger ergeben sich *sechs* Gleichungen, welche die äußeren Drehmomente, die Kräfte F_1 bis F_4 und die Winkelbeschleunigungen aller Zahnräder und Wellen zueinander in Relation setzen. Die restlichen *vier* Gleichungen, welche zusätzliche *Relationen zwischen den Winkelbeschleunigungen* liefern, erhält man aus (2.9), (2.13) und (2.14). Somit hat man die benötigten zehn Gleichungen. Da in den Bewegungsdifferentialgleichungen und allen Winkelgeschwindigkeits-Relationen alle wesentlichen physikalischen Gesetzmäßigkeiten berücksichtigt sind und somit keine weiteren Gleichungen existieren können, welche Informationen liefern, die nicht schon aus den vorhandenen Gleichungen gezogen werden

können, und die Existenz eines universell und eindeutig lösbar Gleichungssystems aus rein physikalischer Sicht zu erwarten ist, darf unterstellt werden, dass das zusammengestellte Gleichungssystem universell und eindeutig lösbar ist.

Weil die Kräfte F_1 bis F_4 nicht Gegenstand der mathematischen Beschreibung des Kerns sein sollen, sind die Mitglieder des Gleichungssystems so umzuformen und ineinander einzusetzen, dass ein neues Gleichungssystem entsteht, das diese Kräfte nicht enthält. Außerdem sind alle zeitlichen Differentialquotienten der Winkelgeschwindigkeiten durch die zeitlichen Differentialquotienten der Zustandsgrößen auszudrücken, da schließlich eine Zustandsbeschreibung entstehen soll. Wichtig ist dabei, dass alle Gleichungen des ursprünglichen Gleichungssystems in das neue Gleichungssystem einfließen.

Begonnen werden kann mit der Bewegungsdifferentialgleichung für Planetenrad 1. Aus Bild 2.1 folgt in Verbindung mit (2.9):

$$\left(F_1(t) + F_4(t) - F_2(t)\right) \cdot r_{Pr1} = \frac{2 \cdot i_{R1} \cdot J_{Pr1}}{1 + i_{R1}} \cdot \left(\dot{\omega}_R(t) - \dot{\omega}_P(t)\right),$$

was unter Einbeziehung von (2.4) umgeformt werden kann zu:

$$F_4(t) = \frac{4 \cdot i_{R1} \cdot J_{Pr1}}{(1 + i_{R1}) \cdot (r_R - r_{S1})} \cdot \left(\dot{\omega}_R(t) - \dot{\omega}_P(t)\right) + F_2(t) - F_1(t). \quad (2.15)$$

Die Bewegungsdifferentialgleichung für Planetenrad 2 ergibt sich in Verbindung mit (2.14) zu:

$$\left(F_3(t) - F_4(t)\right) \cdot r_{Pr2} = \frac{2 \cdot i_{R2} \cdot J_{Pr2}}{1 + i_{F2}} \cdot \left(\dot{\omega}_P(t) - \dot{\omega}_R(t)\right),$$

was unter Einbeziehung von (2.6) umgeformt werden kann zu:

$$F_4(t) = F_3(t) - \frac{4 \cdot i_{R2} \cdot J_{Pr2}}{(1 + i_{F2}) \cdot (r_{RF} - r_{S2})} \cdot \left(\dot{\omega}_P(t) - \dot{\omega}_R(t)\right). \quad (2.16)$$

Nun setzt man (2.15) und (2.16) gleich und erhält:

$$\begin{aligned} 4 \cdot \left(\frac{i_{R1} \cdot J_{Pr1}}{(1 + i_{R1}) \cdot (r_R - r_{S1})} - \frac{i_{R2} \cdot J_{Pr2}}{(1 + i_{F2}) \cdot (r_{RF} - r_{S2})} \right) \cdot \left(\dot{\omega}_R(t) - \dot{\omega}_P(t)\right) = \\ = F_1(t) - F_2(t) + F_3(t). \end{aligned} \quad (2.17)$$

Die Bewegungsdifferentialgleichung für den Planetenträger ergibt sich gemäß Bild 2.1 zu:

$$J_P \cdot \dot{\omega}_P(t) = F_1(t) \cdot r_R + F_2(t) \cdot r_{S1} + F_3(t) \cdot r_{S2} - M_{KM2}. \quad (2.18)$$

Die Bewegungsdifferentialgleichung für das Hohlrad kann umgeformt werden zu:

$$F_1(t) = \frac{M_R(t) - J_R \cdot \dot{\omega}_R(t)}{r_R}. \quad (2.19)$$

Die Bewegungsdifferentialgleichung für das Sonnenrad 1 ergibt sich in Verbindung mit (2.13) zu:

$$J_{S1} \cdot \left(i_{R1} \cdot \dot{\omega}_R(t) + (1 - i_{R1}) \cdot \dot{\omega}_P(t) \right) = M_{E1}(t) - F_2(t) \cdot r_{S1}$$

und kann umgeformt werden zu:

$$F_2(t) = \frac{1}{r_{S1}} \cdot M_{E1}(t) - \frac{J_{S1}}{r_{S1}} \cdot \left(i_{R1} \cdot \dot{\omega}_R(t) + (1 - i_{R1}) \cdot \dot{\omega}_P(t) \right). \quad (2.20)$$

Die Bewegungsdifferentialgleichung für das Sonnenrad 2 ergibt sich in Verbindung mit (2.13) zu:

$$J_{S2} \cdot \left(i_{R2} \cdot \dot{\omega}_R(t) + (1 - i_{R2}) \cdot \dot{\omega}_P(t) \right) = M_{E2}(t) - M_{W2} - F_3(t) \cdot r_{S2}$$

und kann umgeformt werden zu:

$$F_3(t) = \frac{1}{r_{S2}} \cdot \left(M_{E2}(t) - M_{W2}(t) \right) - \frac{J_{S2}}{r_{S2}} \cdot \left(i_{R2} \cdot \dot{\omega}_R(t) + (1 - i_{R2}) \cdot \dot{\omega}_P(t) \right). \quad (2.21)$$

Durch Einsetzen von (2.19), (2.20) und (2.21) in (2.17) ergibt sich nach Umformung:

$$\begin{aligned}
& \left(4 \cdot \left(\frac{i_{R1} \cdot J_{Pr1}}{(1 + i_{R1}) \cdot (r_R - r_{S1})} - \frac{i_{R2} \cdot J_{Pr2}}{(1 + i_{F2}) \cdot (r_{RF} - r_{S2})} \right) + \right. \\
& \quad \left. + \frac{J_R}{r_R} - \frac{i_{R1} \cdot J_{S1}}{r_{S1}} + \frac{i_{R2} \cdot J_{S2}}{r_{S2}} \right) \cdot \dot{\omega}_R(t) + \\
& + \left(4 \cdot \left(\frac{i_{R2} \cdot J_{Pr2}}{(1 + i_{F2}) \cdot (r_{RF} - r_{S2})} - \frac{i_{R1} \cdot J_{Pr1}}{(1 + i_{R1}) \cdot (r_R - r_{S1})} \right) + \right. \\
& \quad \left. + \frac{(i_{R1} - 1) \cdot J_{S1}}{r_{S1}} + \frac{(1 - i_{R2}) \cdot J_{S2}}{r_{S2}} \right) \cdot \dot{\omega}_P(t) = \\
& = \frac{M_R(t)}{r_R} - \frac{M_{E1}(t)}{r_{S1}} + \frac{M_{E2}(t) - M_{W2}(t)}{r_{S2}}.
\end{aligned}$$

Multipliziert man mit r_R durch, so ergibt sich unter Beachtung von (2.3), (2.1a) und (2.1b):

$$\begin{aligned}
& \left(4 \cdot \left(\frac{i_{R1} \cdot J_{Pr1}}{(1 + i_{R1}) \cdot \left(1 + \frac{1}{i_{R1}} \right)} + \frac{i_{R2} \cdot J_{Pr2}}{(1 + i_{F2}) \cdot \left(\frac{i_{F2}}{i_{R2}} + \frac{1}{i_{R2}} \right)} \right) + \right. \\
& \quad \left. + J_R + i_{R1}^2 \cdot J_{S1} + i_{R2}^2 \cdot J_{S2} \right) \cdot \dot{\omega}_R(t) + \\
& + \left(-4 \cdot \left(\frac{i_{R1} \cdot J_{Pr1}}{(1 + i_{R1}) \cdot \left(1 + \frac{1}{i_{R1}} \right)} + \frac{i_{R2} \cdot J_{Pr2}}{(1 + i_{F2}) \cdot \left(\frac{1}{i_{R2}} + \frac{i_{F2}}{i_{R2}} \right)} \right) + \right. \\
& \quad \left. + (1 - i_{R1}) \cdot i_{R1} \cdot J_{S1} + (1 - i_{R2}) \cdot i_{R2} \cdot J_{S2} \right) \cdot \dot{\omega}_P(t) = \\
& = M_R(t) + i_{R1} \cdot M_{E1}(t) + i_{R2} \cdot (M_{E2}(t) - M_{W2}(t)),
\end{aligned}$$

was umgeformt werden kann zu:

$$\begin{aligned}
 & \left(4 \cdot \left(\frac{i_{R1}^2 \cdot J_{Pr1}}{(1 + i_{R1})^2} + \frac{i_{R2}^2 \cdot J_{Pr2}}{(1 + i_{F2})^2} \right) + J_R + i_{R1}^2 \cdot J_{S1} + i_{R2}^2 \cdot J_{S2} \right) \cdot \dot{\omega}_R(t) + \\
 & \quad + \left(-4 \cdot \left(\frac{i_{R1}^2 \cdot J_{Pr1}}{(1 + i_{R1})^2} + \frac{i_{R2}^2 \cdot J_{Pr2}}{(1 + i_{F2})^2} \right) + \right. \\
 & \quad \left. + (1 - i_{R1}) \cdot i_{R1} \cdot J_{S1} + (1 - i_{R2}) \cdot i_{R2} \cdot J_{S2} \right) \cdot \dot{\omega}_P(t) = \\
 & = M_R(t) + i_{R1} \cdot M_{E1}(t) + i_{R2} \cdot (M_{E2}(t) - M_{W2}(t)). \quad (2.22)
 \end{aligned}$$

Setzt man nun (2.19), (2.20) und (2.21) noch in (2.18) ein, so ergibt sich nach Umformung:

$$\begin{aligned}
 & (J_R + i_{R1} \cdot J_{S1} + i_{R2} \cdot J_{S2}) \cdot \dot{\omega}_R(t) + \\
 & + (J_P + (1 - i_{R1}) \cdot J_{S1} + (1 - i_{R2}) \cdot J_{S2}) \cdot \dot{\omega}_P(t) = \\
 & = M_R(t) + M_{E1}(t) + M_{E2}(t) - M_{W2}(t) - M_{KM2}(t). \quad (2.23)
 \end{aligned}$$

Richtet man nun das Augenmerk auf (2.22) und (2.23) und verfolgt deren Entstehung zurück, so ist festzustellen, dass fast alle Gleichungen des ursprünglichen Gleichungssystems in (2.22) eingeflossen sind. Die einzige Gleichung, die nicht in (2.22) berücksichtigt ist, ist die Bewegungsdifferentialgleichung des Planetenträgers. Diese ist aber neben anderen Gleichungen in (2.23) eingeflossen. Somit hat man mit (2.22) und (2.23) ein Gleichungssystem, welches alle wesentlichen physikalischen Gesetzmäßigkeiten des als starr angenommenen Kerns berücksichtigt und dessen dynamisches Verhalten vollständig beschreibt. Weiterhin ist festzustellen, dass keine weiteren abhängigen Größen neben den Differentialquotienten der Zustandsgrößen vorkommen. Diese treten aber nicht separat in den beiden Gleichungen auf, sondern paarweise. Deshalb ist die Herleitung der Zustandsdifferentialgleichungen für den Kern mit (2.22) und (2.23) noch nicht als abgeschlossen zu betrachten. Dennoch kann man das Gleichungssystem (2.22) (2.23) als implizites Zustandsdifferentialgleichungssystem des Kerns auffassen, da es die Abhängigkeit der zeitlichen Differentialquotienten der Zustandsgrößen von den unabhängigen Größen (und den Zustandsgrößen) in impliziter Form beschreibt und die expliziten Zustandsdifferentialgleichungen leicht aus diesem Gleichungssystem gewonnen werden können.

Für die spätere Verwendung ist eine kürzere Schreibweise vorteilhaft. (2.22) und (2.23) kann zusammengefasst werden zu:

$${}^K\mathbf{J} \cdot \begin{pmatrix} \dot{\omega}_R(t) \\ \dot{\omega}_P(t) \end{pmatrix} = {}^K\mathbf{Q} \cdot \begin{pmatrix} M_R(t) \\ M_{E1}(t) \\ M_{E2}(t) \\ M_{W2}(t) \\ M_{KM2}(t) \end{pmatrix} \quad (2.24a)$$

mit folgenden Koeffizienten der Trägheitsmatrix des Kerns ${}^K\mathbf{J}$:

$${}^Kj_{11} = 4 \cdot \left(\frac{i_{R1}^2 \cdot J_{Pr1}}{(1 + i_{R1})^2} + \frac{i_{R2}^2 \cdot J_{Pr2}}{(1 + i_{F2})^2} \right) + J_R + i_{R1}^2 \cdot J_{S1} + i_{R2}^2 \cdot J_{S2}, \quad (2.24b)$$

$$\begin{aligned} {}^Kj_{12} = & -4 \cdot \left(\frac{i_{R1}^2 \cdot J_{Pr1}}{(1 + i_{R1})^2} + \frac{i_{R2}^2 \cdot J_{Pr2}}{(1 + i_{F2})^2} \right) + \\ & + (1 - i_{R1}) \cdot i_{R1} \cdot J_{S1} + (1 - i_{R2}) \cdot i_{R2} \cdot J_{S2}, \end{aligned} \quad (2.24c)$$

$${}^Kj_{21} = J_R + i_{R1} \cdot J_{S1} + i_{R2} \cdot J_{S2}, \quad (2.24d)$$

$${}^Kj_{22} = J_P + (1 - i_{R1}) \cdot J_{S1} + (1 - i_{R2}) \cdot J_{S2} \quad (2.24e)$$

und der Matrix ${}^K\mathbf{Q}$, die im Folgenden als Momentenverstärkungsmatrix des Kerns bezeichnet werden soll:

$${}^K\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} 1 & i_{R1} & i_{R2} & -i_{R2} & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}. \quad (2.24f)$$

2.1.2.3 Zustandsbeschreibung des Kerns

Im vorherigen Abschnitt wurden die dynamischen Gleichungen des Kerns unter der Annahme verlustloser starrer mechanischer Komponenten hergeleitet und gemäß (2.24) auf eine Form gebracht, aus der sie nun sehr einfach in den Zustandsraum überführt werden können. Aus Abschnitt 2.1.1 gehen auch die Zusammenhänge zwischen den einzelnen Winkelgeschwindigkeiten im Kern und den Zustandsgrößen hervor ((2.9), (2.13) und (2.14)), so dass alle nötigen Vorarbeiten geleistet wurden um eine vollständige Zustandsbeschreibung für den Kern anzugeben.

2.1 Der Kern des Antriebsstrangs

31

Als vollständige Zustandsbeschreibung lässt sich also angeben:

Zustandsdifferentialgleichung:

$$\begin{pmatrix} \dot{\omega}_R(t) \\ \dot{\omega}_P(t) \end{pmatrix} = {}^K\mathbf{B} \cdot \begin{pmatrix} M_R(t) \\ M_{E1}(t) \\ M_{E2}(t) \\ M_{W2}(t) \\ M_{KM2}(t) \end{pmatrix} \quad (2.25a)$$

mit der Eingangsmatrix ${}^K\mathbf{B}$ des Kerns:

$${}^K\mathbf{B} = {}^K\mathbf{J}^{-1} \cdot {}^K\mathbf{Q}. \quad (2.25b)$$

Ausgangsgleichungen:

$$\begin{pmatrix} \omega_{S1}(t) \\ \omega_{S2}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i_{R1} & (1 - i_{R1}) \\ i_{R2} & (1 - i_{R2}) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \omega_R(t) \\ \omega_P(t) \end{pmatrix}, \quad (2.25c)$$

$$\omega_{Pr1}(t) = \frac{2 \cdot i_{R1}}{1 + i_{R1}} \cdot (\omega_R(t) - \omega_P(t)), \quad (2.25d)$$

$$\omega_{Pr2}(t) = \frac{2 \cdot i_{R2}}{1 + i_{F2}} \cdot (\omega_P(t) - \omega_R(t)). \quad (2.25e)$$

In (2.25b) ist (vgl. (2.24)):

$${}^K j_{11} = 4 \cdot \left(\frac{i_{R1}^2 \cdot J_{Pr1}}{(1 + i_{R1})^2} + \frac{i_{R2}^2 \cdot J_{Pr2}}{(1 + i_{F2})^2} \right) + J_R + i_{R1}^2 \cdot J_{S1} + i_{R2}^2 \cdot J_{S2}, \quad (2.25f)$$

$$\begin{aligned} {}^K j_{12} = & -4 \cdot \left(\frac{i_{R1}^2 \cdot J_{Pr1}}{(1 + i_{R1})^2} + \frac{i_{R2}^2 \cdot J_{Pr2}}{(1 + i_{F2})^2} \right) + \\ & + (1 - i_{R1}) \cdot i_{R1} \cdot J_{S1} + (1 - i_{R2}) \cdot i_{R2} \cdot J_{S2}, \end{aligned} \quad (2.25g)$$

$${}^K j_{21} = J_R + i_{R1} \cdot J_{S1} + i_{R2} \cdot J_{S2}, \quad (2.25h)$$

$${}^K j_{22} = J_P + (1 - i_{R1}) \cdot J_{S1} + (1 - i_{R2}) \cdot J_{S2}, \quad (2.25i)$$

$${}^K\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} 1 & i_{R1} & i_{R2} & -i_{R2} & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}. \quad (2.25j)$$

Damit ist die Zustandsbeschreibung für den Kern des Antriebsstrangs nun abgeschlossen. Als konstruktionsspezifische Parameter gehen die in Tabelle 2.2 genannten Massenträgheitsmomente der Wellen (inklusive Zahnräder, Kupplungswellen und Elektromaschinen) und die drei gemäß (2.1) definierten Standübersetzungen in die Beschreibung ein. Wie bei der Einführung des Begriffs der Standübersetzung bereits erwähnt, kann man sich an dieser Stelle davon überzeugen, dass die Standübersetzungen die einzigen in der Beschreibung benötigten Informationen über die Zähnezahlen darstellen, so dass die Zähnezahlen nicht explizit bekannt sein müssen, was der Beschreibung einen höheren Grad an Allgemeingültigkeit verschafft.

Abschließend sei noch einmal kurz die Eingangsmatrix ${}^K\mathbf{B}$ des Kerns betrachtet. Deren Elemente wurden wegen ihrer Länge und dem fehlenden Zugewinn an Anschaulichkeit nicht explizit angegeben. Dies ist aber auch nicht notwendig, um trotzdem eine Eigenschaft dieser Matrix zu erkennen, die später noch von Bedeutung sein wird. Mit (2.24f) ergibt sich nämlich aus (2.25b):

$${}^K\mathbf{B} = \frac{1}{\det({}^K\mathbf{J})} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} {}^Kj_{22} & -{}^Kj_{12} \\ -{}^Kj_{21} & {}^Kj_{11} \end{pmatrix}}_{{}^K\mathbf{J}_{Adj}} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & i_{R1} & i_{R2} & -i_{R2} & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}}_{{}^K\mathbf{Q}}.$$

Wie leicht zu erkennen ist, enthält die adjungierte Trägheitsmatrix ${}^K\mathbf{J}_{Adj}$ des Kerns kein Element, das unabhängig von den Parametern des Ravigneaux-Satzes den Wert Null aufweist. Die Momentenverstärkungsmatrix ${}^K\mathbf{Q}$ des Kerns weist erwartungsgemäß ausschließlich vom Nullvektor verschiedene Spaltenvektoren auf. Die Konjunktion beider Bedingungen *schließt die Existenz von Elementen der Eingangsmatrix ${}^K\mathbf{B}$ aus, die unabhängig von den Parametern des Ravigneaux-Satzes den Wert Null haben.*

2.1.3 Drehmomente des Kerns im stationären Zustand

Für den stationären Zustand erhält man die Beziehungen zwischen den Drehmomenten des Kerns sehr einfach aus den in Abschnitt 2.1.2.2 hergeleiteten dynamischen Gleichungen (2.24). Durch Nullsetzen der zeitlichen Differentialquotienten der Zustandsgrößen ergibt

sich:

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = {}^K\mathbf{Q} \cdot \begin{pmatrix} M_R \\ M_{E1} \\ M_{E2} \\ M_{W2} \\ M_{KM2} \end{pmatrix} \quad (2.26a)$$

mit der Momentenverstärkungsmatrix des Kerns (vgl. (2.24f):

$${}^K\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} 1 & i_{R1} & i_{R2} & -i_{R2} & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}, \quad (2.26b)$$

die ausschließlich die gemäß (2.1) definierten Standübersetzungen des Ravigneaux-Satzes als konstruktionsspezifische Parameter enthält.

Es ergibt sich also ein System aus zwei linearen Gleichungen mit den fünf Drehmomenten als Variablen. Dieses Gleichungssystem ist vollständig bestimmt, wenn drei der fünf Drehmomente bekannt sind. Das bedeutet im physikalischen Sinne, dass die Werte von genau drei Drehmomenten beliebig vorgegeben werden können und müssen, damit sich bei einem eindeutig bestimmten Drehmomentengleichgewicht ein stationärer Zustand einstellt. Wird der Kern mit mehr als drei beliebig vorgegebenen Drehmomenten beaufschlagt, die das dann überbestimmte Gleichungssystem nicht befriedigen, kann sich kein stationärer Zustand einstellen. Letzteres ist für den Entwurf der Steuerung und Regelung des Antriebsstrangs von elementarer Bedeutung.

Abschließend sei angemerkt, dass klar zwischen dem Ravigneaux-Satz und dem kompletten Kern, der vorstehend betrachtet wurde, zu unterscheiden ist. Wird nämlich speziell der Ravigneaux-Satz betrachtet, dann sind die Drehmomente M_{E2} und M_{W2} durch Addition zu einem Drehmoment zusammenzufassen, mit dem die Sonnenradwelle 2 beaufschlagt wird. Das entsprechende Gleichungssystem für den Ravigneaux-Satz hat also nur vier Drehmomente als Variablen (und die Momentenverstärkungsmatrix hat nur vier Spalten). Bei dem Ravigneaux-Satz selbst können im stationären Zustand deshalb nur zwei Drehmomente beliebig vorgegeben werden.

Äußere Drehmomente und deren Wirkungsrichtungen:

- ⊙ M_{KM1} auf Welle 5
- $-M_{KM1}$ auf Welle 4
- ⊗ M_{KM2} auf Welle 1
- ⊗ M_{W2} auf Welle 2
- ⊙ M_{ab} auf Welle 6

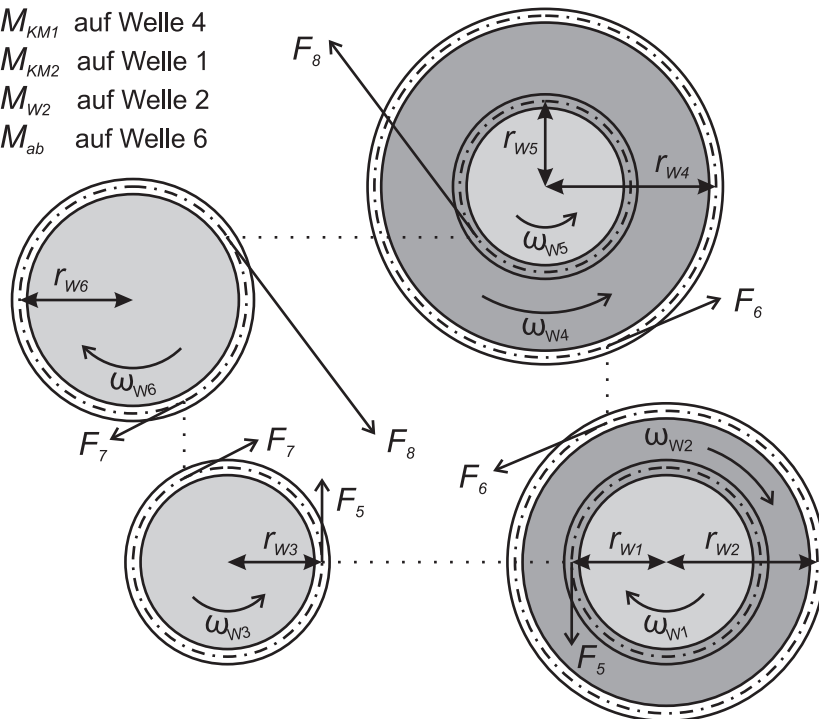


Bild 2.2: Reaktionskräfte und äußere Drehmomente im Nachschaltsatz

2.2 Der Nachschaltsatz

Auch bei dem Nachschaltsatz lässt sich die mathematische Beschreibung erleichtern, indem dieser gemäß Bild 2.2 fiktiv zerlegt wird. Welche Zahnräder ineinander kämmen, ist an der unterschiedlichen Einfärbung zu erkennen und zusätzlich durch gepunktete Linien angedeutet. Es kämmen jeweils die gleich eingefärbten Zahnräder ineinander (vgl. Bild 1.6).

Zunächst sind noch einige Symbole zu definieren, die nicht aus Bild 2.2 hervorgehen. Anschließend werden in jeweils eigenen Abschnitten die Beziehungen zwischen den Winkelgeschwindigkeiten des Nachschaltsatzes aufgestellt, die dynamischen Gleichungen aufgestellt, welche in einem nachfolgenden Abschnitt in den Zustandsraum überführt werden. Schließlich werden noch die Beziehungen zwischen den Drehmomenten im stationären Zustand aufgestellt.

Die Formelzeichen für die Zähnezahlen der Zahnräder seien gemäß Tabelle 2.3 definiert, die Wahl der Formelzeichen für die Massenträgheitsmomente des Nachschaltsatzes zeigt

Tabelle 2.3: Formelzeichen für die Zähnezahlen des Nachschaltsatzes

z_{W1}	Zähnezahl des Zahnrades an Welle 1
z_{W2}	Zähnezahl des Zahnrades an Welle 2
z_{W3}	Zähnezahl des Zahnrades an Welle 3
z_{W4}	Zähnezahl des Zahnrades an Welle 4
z_{W5}	Zähnezahl des Zahnrades an Welle 5
z_{W6}	Zähnezahl des Zahnrades an Welle 6

Tabelle 2.4: Formelzeichen für die Massenträgheitsmomente des Nachschaltsatzes

J_{W1}	Massenträgheitsmoment der Welle 1 (einschließlich Ausgangswelle Kupplung KM2)
J_{W2}	Massenträgheitsmoment der Welle 2
J_{W3}	Massenträgheitsmoment der Welle 3
J_{W4}	Massenträgheitsmoment der Welle 4 (einschließlich Eingangswelle Kupplung KM1)
J_{W5}	Massenträgheitsmoment der Welle 5 (einschließlich Ausgangswelle Kupplung KM2)
J_{W6}	Massenträgheitsmoment der Welle 6

Tabelle 2.4.

Weil die Teilungen derjenigen Zahnräder, die ineinander kämmen, identisch sein müssen, muss gelten (vgl. (2.3)):

$$\zeta_{N1} := \frac{r_{W1}}{z_{W1}} = \frac{r_{W3}}{z_{W3}} = \frac{r_{W5}}{z_{W5}} = \frac{r_{W6}}{z_{W6}} \quad (2.27)$$

und

$$\zeta_{N2} := \frac{r_{W2}}{z_{W2}} = \frac{r_{W4}}{z_{W4}}. \quad (2.28)$$

Für den Nachschaltsatz seien folgende Übersetzungen definiert:

$$i_{N16} := \frac{z_{W6}}{z_{W1}}, \quad (2.29a)$$

$$i_{N36} := \frac{z_{W6}}{z_{W3}}, \quad (2.29b)$$

$$i_{N56} := \frac{z_{W6}}{z_{W5}}, \quad (2.29c)$$

und

$$i_{N24} := \frac{z_{W4}}{z_{W2}}. \quad (2.29d)$$

2.2.1 Winkelgeschwindigkeiten des Nachschaltsatzes

Der Nachschaltsatz lässt sich topologisch in zwei Gruppen von Wellen einteilen, wobei jeweils nur die Zahnräder derjenigen Wellen ineinander kämmen, die der selben Gruppe angehören. So bilden die Wellen 1, 3, 5 und 6, deren Zahnräder in Bild 1.6 bzw. Bild 2.2 hell eingefärbt sind, die erste Gruppe. Die zweite Gruppe wird durch die Wellen 2 und 4 gebildet, deren Zahnräder in den Bildern dunkel eingefärbt sind. Über die Kupplung KM1, die zwischen den Wellen 4 und 5 angeordnet ist, kann ein Energieaustausch zwischen den beiden Gruppen erfolgen.

Für jede Gruppe kann die Winkelgeschwindigkeit einer Welle beliebig vorgegeben werden. Definiert man die Winkelgeschwindigkeit ω_{W6} der Welle 6 als unabhängige Winkelgeschwindigkeit für die erste Gruppe und die Winkelgeschwindigkeit ω_{W2} der Welle 2 als unabhängige Winkelgeschwindigkeit der zweiten Gruppe und bezeichnet man die Kupplung KM1 dann als geschlossen, wenn diese aufgrund des Anpressdrucks keinen Schlupf führt, so folgt aus Bild 2.2 in Verbindung mit (2.29):

$$\begin{pmatrix} \omega_{W1}(t) \\ \omega_{W3}(t) \\ \omega_{W4}(t) \\ \omega_{W5}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & i_{N16} \\ 0 & i_{N36} \\ 1 & 0 \\ \frac{1}{i_{N24}} & 0 \\ 0 & i_{N56} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \omega_{W2}(t) \\ \omega_{W6}(t) \end{pmatrix}, \quad (2.30a)$$

weiterhin gilt:

$$\omega_{W2}(t) = i_{N24} \cdot i_{N56} \cdot \omega_{W6}(t) \quad \text{für Kupplung KM1 geschlossen.} \quad (2.30b)$$

Weil bei geschlossener Kupplung KM1 nur noch die Winkelgeschwindigkeit einer Welle des Nachschaltsatzes als unabhängig angesehen werden kann, können die durch (2.30)

ausgedrückten Beziehungen auch in folgender Form angegeben werden:

$$\begin{pmatrix} \omega_{W1}(t) \\ \omega_{W2}(t) \\ \omega_{W3}(t) \\ \omega_{W4}(t) \\ \omega_{W5}(t) \end{pmatrix} = \begin{cases} \begin{pmatrix} i_{N16} \\ i_{N36} \\ i_{N24} \cdot i_{N56} \\ i_{N56} \\ i_{N56} \end{pmatrix} \cdot \omega_{W6}(t) & \text{für Kupplung KM1 geschlossen} \\ \begin{pmatrix} 0 & i_{N16} \\ 1 & 0 \\ 0 & i_{N36} \\ 1 & 0 \\ \frac{1}{i_{N24}} & 0 \\ 0 & i_{N56} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \omega_{W2}(t) \\ \omega_{W6}(t) \end{pmatrix} & \text{sonst.} \end{cases}$$

Dabei sind aber *generell* zwei Fälle voneinander zu unterscheiden. In (2.30) hingegen ist (2.30a) generell gültig – also unabhängig davon, ob die Kupplung KM1 geschlossen ist oder nicht, während (2.30b) nur bei geschlossener Kupplung KM1 gilt. Die Beschreibung gemäß (2.30) ist also etwas allgemeiner, weil sich die beiden Fälle nur hinsichtlich der Gültigkeit einer einzigen Gleichung voneinander unterscheiden. Deshalb wird im weiteren Verlauf auf (2.30) zurückgegriffen.

2.2.2 Die Dynamik des Nachschaltsatzes

Für ölgeschmierte Stirnradgetriebe mit Wälzlagern, wie etwa dem hier betrachteten Nachschaltsatz, werden in der Literatur Faustwerte von einem Prozent Verlust pro Welle angegeben [2]. Demnach sind beim statischen Energieaustausch zwischen zwei Wellen etwa achtundneunzig Prozent der von der emittierenden Welle aufgenommenen Leistung an der empfangenden Welle nutzbar. Dem Mehraufwand für eine Berücksichtigung der mechanischen Verluste steht also nur ein verhältnismäßig geringer Nutzen gegenüber, so dass auch hier die mechanischen Verluste vernachlässigt werden sollen.

Auch hier soll von starren mechanischen Komponenten ausgegangen werden, die frei von Unwuchten sind.

2.2.2.1 Systemgrößen des Nachschaltsatzes

Unter den soeben vereinbarten Vernachlässigungen von Torsion und möglicher Unwuchten, stellen Drehmomente und Winkelgeschwindigkeiten die einzigen in der Beschreibung zu berücksichtigenden Systemgrößen des Nachschaltsatzes dar. Die Drehmomente auf die Wellen des Nachschaltsatzes sind somit die im physikalischen Sinne unabhängigen Größen, sie sind in Bild 2.2 zusammen mit ihren Wirkungsrichtungen eingetragen. Eine Besonderheit gegenüber den restlichen Drehmomenten weist das durch die Kupplung KM1 übertragene Drehmoment M_{KM1} auf. Wenn diese Kupplung nämlich geschlossen ist (und somit auch keinen Schlupf führt), handelt es sich bei deren Drehmoment nicht mehr um eine unabhängige, sondern um eine *abhängige Intensitätsgröße* des Nachschaltsatzes. Unabhängig vom Schaltzustand der Kupplung sind die Winkelgeschwindigkeiten die einzigen zu berücksichtigenden Quantitätsgrößen.

Die Drehmomente M_{KM2} auf Welle 1 und M_{W2} auf Welle 2 werden vom Kern auf den Nachschaltsatz übertragen. Bei der Beschreibung des Kerns haben diese Drehmomente in Abschnitt 2.1 bereits die selben Formelzeichen erhalten. Nach dem Reaktionsprinzip sind ihnen hier deshalb die komplementären Wirkungsrichtungen zuzuweisen. Die beiden Drehmomente sind demnach positiv zu zählen, wenn deren Vektoren in die Zeichnungsebene von Bild 2.2 hinein weisen (vgl. Bild 2.1). Zusammen mit den Vorzeichendefinitionen für die Winkelgeschwindigkeiten der Wellen 1 und 2 ergeben sich für die von den Wellen aufgenommen Leistungen positive Vorzeichen. Mit dieser Zählweise wird die in Abschnitt 2.1.2.1 eingeführte Philosophie, die vom Kern an den Nachschaltsatz abgegebene Leistung positiv zu zählen, konsequent fortgesetzt. Das Drehmoment M_{ab} , das auf die Welle 6 wirkt, sei positiv gezählt, wenn dessen Vektor aus der Zeichnungsebene heraus zeigt. Dadurch wird die vom Nachschaltsatz an das Differentialgetriebe abgegebene Leistung positiv gezählt. M_{KM1} ist das durch die Kupplung KM1 übertragene Kupplungsmoment, welches auf die Welle 5 und mit komplementärer Wirkungsrichtung auf Welle 4 wirkt. Es soll positiv gezählt werden, wenn dessen Vektor aus der Bildebene heraus weist. Folglich erhält die von Welle 4 auf die dem Abtrieb näher gelegene Welle 5 übertragene Leistung ein positives Vorzeichen.

Für die Zustandsbeschreibung des Nachschaltsatzes sind nun noch die Zustandsgrößen auszuwählen. Wie bereits beschrieben, sind die Winkelgeschwindigkeiten die einzigen zu berücksichtigenden Quantitätsgrößen. Aus Abschnitt 2.2.1 geht hervor, dass (bis zu) zwei Winkelgeschwindigkeiten der betrachteten Baugruppe unabhängig voneinander sind und aus welchen Gruppen von Winkelgeschwindigkeiten jeweils eine als unabhängig betrachtet

werden darf. Darüber hinaus wurde bereits eine konkrete Auswahl getroffen. Es handelt sich um die Winkelgeschwindigkeiten ω_{W2} und ω_{W6} von Welle 2 und Welle 6, die hier die Rolle der Zustandsgrößen erhalten sollen.

2.2.2.2 Die Dynamikgleichungen des Nachschaltsatzes

In Analogie zur Vorgehensweise beim Kern sollen in diesem Abschnitt die dynamischen Gleichungen des Nachschaltsatzes hergeleitet und auf eine Form gebracht werden, aus der sie im nächsten Abschnitt sehr einfach in den Zustandsraum überführt werden können. Aus den in diesem Abschnitt aufgestellten Gleichungen gehen später auch die Drehmomentbeziehungen für den stationären Zustand hervor.

Zur Herleitung der Gleichungen wird Bild 2.2 auf Seite 34 herangezogen, in welchem die Winkelgeschwindigkeiten, sowie die äußeren Drehmomente und Reaktionskräfte eingezeichnet sind.

Es soll zunächst davon ausgegangen werden, dass es sich bei dem Kupplungsmoment M_{KM1} um eine unabhängige Größe handelt. Damit beeinflussen vier unabhängige Variablen – das sind die äußeren Drehmomente – insgesamt *zehn* abhängige Größen, nämlich die Reaktionskräfte F_5 bis F_8 und die Winkelgeschwindigkeiten der Wellen 1 bis 6. Dabei bilden die *sechs Bewegungsdifferentialgleichungen* der sechs Wellen zusammen mit den *vier* durch (2.30a) ausgedrückten *Beziehungen zwischen den Winkelgeschwindigkeiten* ein vollständig bestimmtes Gleichungssystem, dem lineare Unabhängigkeit unterstellt werden darf. Dieses ist wieder so umzuformen, dass lediglich die äußeren Drehmomente, die Zustandsgrößen (die aber nicht in Erscheinung treten) und deren zeitlichen Differentialquotienten als Variablen übrig bleiben.

Begonnen werden kann mit der Auflösung der Bewegungsdifferentialgleichungen der Wellen 1 und 3 nach der Kraft F_5 und anschließendem Gleichsetzen. Daraus ergibt sich:

$$\frac{M_{KM2}(t) - J_{W1} \cdot \dot{\omega}_{W1}(t)}{r_{W1}} = \frac{J_{W3}}{r_{W3}} \cdot \dot{\omega}_{W3}(t) + F_7(t),$$

was umgeformt werden kann zu:

$$F_7(t) = \frac{M_{KM2}(t) - J_{W1} \cdot \dot{\omega}_{W1}(t)}{r_{W1}} - \frac{J_{W3}}{r_{W3}} \cdot \dot{\omega}_{W3}(t).$$

Fortgesetzt wird mit der Auflösung der Bewegungsdifferentialgleichung der Welle 6 nach der Kraft F_7 :

$$F_7(t) = \frac{J_{W6} \cdot \dot{\omega}_{W6}(t) + M_{ab}(t)}{r_{W6}} - F_8(t).$$

Nun können die beiden letzten Gleichungen gleichgesetzt und nach F_8 aufgelöst werden:

$$F_8(t) = \frac{J_{W6} \cdot \dot{\omega}_{W6}(t) + M_{ab}(t)}{r_{W6}} - \frac{M_{KM2}(t) - J_{W1} \cdot \dot{\omega}_{W1}(t)}{r_{W1}} + \frac{J_{W3}}{r_{W3}} \cdot \dot{\omega}_{W3}(t).$$

Als nächster Schritt wird die Bewegungsdifferentialgleichung der Welle 5 nach der Kraft F_8 aufgelöst:

$$F_8(t) = \frac{M_{KM1}(t) - J_{W5} \cdot \dot{\omega}_{W5}(t)}{r_{W5}}.$$

Durch Gleichsetzen der beiden letzten Gleichungen ergibt sich:

$$\begin{aligned} \frac{J_{W6} \cdot \dot{\omega}_{W6}(t) + M_{ab}(t)}{r_{W6}} - \frac{M_{KM2}(t) - J_{W1} \cdot \dot{\omega}_{W1}(t)}{r_{W1}} + \frac{J_{W3}}{r_{W3}} \cdot \dot{\omega}_{W3}(t) &= \\ &= \frac{M_{KM1}(t) - J_{W5} \cdot \dot{\omega}_{W5}(t)}{r_{W5}}. \end{aligned}$$

Wird letztere Gleichung mit r_{W6} durchmultipliziert, so ergibt sich mit (2.27) und (2.29) nach Umformung:

$$\begin{aligned} i_{N16} \cdot J_{W1} \cdot \dot{\omega}_{W1}(t) + i_{N36} \cdot J_{W3} \cdot \dot{\omega}_{W3}(t) + i_{N56} \cdot J_{W5} \cdot \dot{\omega}_{W5}(t) + J_{W6} \cdot \dot{\omega}_{W6}(t) &= \\ &= i_{N56} \cdot M_{KM1}(t) + i_{N16} \cdot M_{KM2}(t) - M_{ab}(t). \end{aligned}$$

Mit der ersten, zweiten und vierten Gleichung aus (2.30a) ergibt sich daraus:

$$\begin{aligned} (i_{N16}^2 \cdot J_{W1} + i_{N36}^2 \cdot J_{W3} + i_{N56}^2 \cdot J_{W5} + J_{W6}) \cdot \dot{\omega}_{W6}(t) &= \\ &= i_{N56} \cdot M_{KM1}(t) + i_{N16} \cdot M_{KM2}(t) - M_{ab}(t). \end{aligned} \tag{2.31}$$

Durch Auflösen der Bewegungsdifferentialgleichungen für die Wellen 2 und 4 und anschlie-

ßendes Gleichsetzen ergibt sich:

$$\frac{M_{W2}(t) - J_{W2} \cdot \dot{\omega}_{W2}(t)}{r_{W2}} = \frac{M_{KM1}(t) + J_{W4} \cdot \dot{\omega}_{W4}(t)}{r_{W4}}.$$

Nach Durchmultiplizieren mit r_{W4} und Umformung ergibt sich daraus unter Berücksichtigung von (2.28):

$$i_{N24} \cdot J_{W2} \cdot \dot{\omega}_{W2}(t) + J_{W4} \cdot \dot{\omega}_{W4}(t) = i_{N24} \cdot M_{W2}(t) - M_{KM1}(t),$$

woraus sich mit der dritten Gleichung aus (2.30a) ergibt:

$$(i_{N24}^2 \cdot J_{W2} + J_{W4}) \cdot \dot{\omega}_{W2}(t) = i_{N24}^2 \cdot M_{W2}(t) - i_{N24} \cdot M_{KM1}(t). \quad (2.32)$$

Verfolgt man nun die Entstehung der Gleichungen (2.31) und (2.32) zurück, so stellt man fest, dass die Bewegungsdifferentialgleichungen sämtlicher Wellen der Gruppe 1 (in Bild 2.2 hell eingefärbt) und alle bis auf die dritte Winkelgeschwindigkeits-Beziehung aus (2.30a) in die Gleichung (2.31) eingeflossen sind. Diese ist aber neben den Bewegungsdifferentialgleichungen sämtlicher Wellen der Gruppe 2 und anderen allgemeinen Beziehungen in die Gleichung (2.32) eingeflossen. Somit hat man mit (2.31) und (2.32) ein Gleichungssystem, welches alle wesentlichen physikalischen Gesetzmäßigkeiten des als starr angenommenen Nachschaltsatzes berücksichtigt und dessen dynamisches Verhalten unter den beschriebenen Annahmen vollständig beschreibt. Weiterhin ist festzustellen, dass keine weiteren abhängigen Größen neben den Differentialquotienten der Zustandsgrößen vorkommen. Diese treten aber nicht separat in den beiden Gleichungen auf, sondern paarweise. Deshalb ist die Herleitung der Zustandsdifferentialgleichungen für den Nachschaltsatz mit (2.31) und (2.32) noch nicht als abgeschlossen zu betrachten. Dennoch kann man das Gleichungssystem (2.31) (2.32) als implizites Zustandsdifferentialgleichungssystem des Nachschaltsatzes auffassen, da es die Abhängigkeit der zeitlichen Differentialquotienten der Zustandsgrößen von den unabhängigen Größen (und den Zustandsgrößen) in impliziter Form beschreibt und die expliziten Zustandsdifferentialgleichungen leicht aus diesem Gleichungssystem gewonnen werden können.

Für die spätere Verwendung ist eine kürze Schreibweise vorteilhaft. (2.31) und (2.32) kann

zusammengefasst werden zu:

$${}^N\mathbf{J} \cdot \begin{pmatrix} \dot{\omega}_{W2}(t) \\ \dot{\omega}_{W6}(t) \end{pmatrix} = {}^N\mathbf{Q} \cdot \begin{pmatrix} M_{KM1}(t) \\ M_{KM2}(t) \\ M_{ab}(t) \\ M_{W2}(t) \end{pmatrix} \quad (2.33a)$$

mit folgender Trägheitsmatrix ${}^N\mathbf{J}$ des Nachschaltsatzes:

$${}^N\mathbf{J} = \begin{pmatrix} 0 & i_{N16}^2 \cdot J_{W1} + i_{N36}^2 \cdot J_{W3} + i_{N56}^2 \cdot J_{W5} + J_{W6} \\ i_{N24}^2 \cdot J_{W2} + J_{W4} & 0 \end{pmatrix} \quad (2.33b)$$

und der Matrix ${}^N\mathbf{Q}$, die im Folgenden als Momentenverstärkungsmatrix des Nachschaltsatzes bezeichnet werden soll:

$${}^N\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} i_{N56} & i_{N16} & -1 & 0 \\ -i_{N24} & 0 & 0 & i_{N24}^2 \end{pmatrix}. \quad (2.33c)$$

Für den Fall, dass die Kupplung KM1 geschlossen ist, gilt zusätzlich noch die Gleichung (2.30b). Mit ihr könnte man durch Umformung von (2.33) eine Dynamikgleichung speziell für diesen Fall gewinnen. Da dieser Fall aber nur im Zusammenhang mit dem Gesamtmodell für den Antriebsstrang von Bedeutung ist, soll dieser Fall hier nicht näher betrachtet werden.

2.2.2.3 Zustandsbeschreibung des Nachschaltsatzes

Aus (2.33) ergibt sich folgende Zustandsbeschreibung für den Nachschaltsatz:
Zustandsdifferentialgleichung:

$$\begin{pmatrix} \dot{\omega}_{W2}(t) \\ \dot{\omega}_{W6}(t) \end{pmatrix} = {}^N\mathbf{B} \cdot \begin{pmatrix} M_{KM1}(t) \\ M_{KM2}(t) \\ M_{ab}(t) \\ M_{W2}(t) \end{pmatrix} \quad (2.34a)$$

mit der Eingangsmatrix ${}^N\mathbf{B}$ des Kerns:

$${}^N\mathbf{B} = {}^N\mathbf{J}^{-1} \cdot {}^N\mathbf{Q}. \quad (2.34b)$$

Mit (2.33c) ergibt sich:

$${}^N\mathbf{B} = -\frac{1}{{}^Nj_{12} \cdot {}^Nj_{21}} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -{}^Nj_{12} \\ -{}^Nj_{21} & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_{N56} & i_{N16} & -1 & 0 \\ -i_{N24} & 0 & 0 & i_{N24}^2 \end{pmatrix}.$$

Mit (2.33b) ergeben sich daraus die Koeffizienten der Eingangsmatrix ${}^N\mathbf{B}$ zu:

$${}^Nb_{11} = -\frac{i_{N24}}{i_{N24}^2 \cdot J_{W2} + J_{W4}}, \quad (2.34c)$$

$${}^Nb_{12} = 0, \quad (2.34d)$$

$${}^Nb_{13} = 0, \quad (2.34e)$$

$${}^Nb_{14} = \frac{i_{N24}^2}{i_{N24}^2 \cdot J_{W2} + J_{W4}}, \quad (2.34f)$$

$${}^Nb_{21} = \frac{i_{N56}}{i_{N16}^2 \cdot J_{W1} + i_{N36}^2 \cdot J_{W3} + i_{N56}^2 \cdot J_{W5} + J_{W6}}, \quad (2.34g)$$

$${}^Nb_{22} = \frac{i_{N16}}{i_{N16}^2 \cdot J_{W1} + i_{N36}^2 \cdot J_{W3} + i_{N56}^2 \cdot J_{W5} + J_{W6}}, \quad (2.34h)$$

$${}^Nb_{23} = -\frac{1}{i_{N16}^2 \cdot J_{W1} + i_{N36}^2 \cdot J_{W3} + i_{N56}^2 \cdot J_{W5} + J_{W6}}, \quad (2.34i)$$

$${}^Nb_{24} = 0. \quad (2.34j)$$

Ausgangsgleichungen:

$$\begin{pmatrix} \omega_{W1}(t) \\ \omega_{W3}(t) \\ \omega_{W4}(t) \\ \omega_{W5}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & i_{N16} \\ 0 & i_{N36} \\ 1 & 0 \\ \frac{1}{i_{N24}} & 0 \\ 0 & i_{N56} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \omega_{W2}(t) \\ \omega_{W6}(t) \end{pmatrix}, \quad (2.34k)$$

weiterhin gilt

$$\omega_{W2}(t) = i_{N24} \cdot i_{N56} \cdot \omega_{W6}(t) \quad \text{für Kupplung KM1 geschlossen.} \quad (2.34l)$$

Damit ist auch der Nachschaltsatz im Zustandsraum beschrieben. Als konstruktionsspezifische Parameter gehen die in Tabelle 2.4 genannten Massenträgheitsmomente der Wellen (inklusive Zahnräder und Kupplungswellen) und die vier gemäß (2.29) definierten Übersetzungen in die Beschreibung ein.

Anders als beim Kern, wurden hier die Elemente der Eingangsmatrix ${}^N\mathbf{B}$ explizit angegeben. Diese stellen recht überschaubare Ausdrücke dar und lassen sehr schnell erkennen, dass die Proportionalitätsfaktoren zwischen den Drehmomenten und Winkelgeschwindigkeiten die Dimension eines reziproken Massenträgheitsmoments aufweisen, was auch zu erwarten ist. Ferner gibt die Besetztheitsstruktur der Eingangsmatrix ${}^N\mathbf{B}$ genau die Gegebenheiten wieder, die auch aus den Bildern 1.4 und 1.6 abgelesen werden können, nämlich dass die Winkelbeschleunigung $\dot{\omega}_{W2}$ der Welle 2 (und – wie (2.34k) offenbart – auch $\dot{\omega}_{W4}$) durch die Drehmomente M_{KM1} und M_{W2} beeinflusst werden, während die Winkelbeschleunigung $\dot{\omega}_{W6}$ der Welle 6 (und somit auch $\dot{\omega}_{W1}$, $\dot{\omega}_{W3}$ und $\dot{\omega}_{W5}$) durch die Drehmomente M_{KM1} , M_{KM2} und M_{ab} verursacht werden. Dies lässt zudem die Interpretation zu, dass sich die erste Zeile von (2.34a) den Wellen 2 und 4 und die zweite Zeile den Wellen 1, 3, 5 und 6 widmet.

Für den Fall, dass die Kupplung KM1 geschlossen ist, reduziert sich die Ordnung des Nachschaltsatzes von Zwei auf Eins. Für diesen Fall müsste man aus (2.34) korrekterweise eine Zustandsbeschreibung mit nur einer Zustandsgröße herleiten, weil (2.34) in diesem Fall nicht mehr das ist, was man üblicherweise unter einer Zustandsbeschreibung versteht. (Die Zustandsgrößen sind dabei nämlich stets voneinander unabhängige Quantitätsgrößen des Systems, was im betrachteten Fall nicht auf (2.34) zutrifft.) Dennoch gibt (2.34) das Verhalten des Nachschaltsatzes aber insgesamt richtig wieder. Auf die Angabe einer Zustandsbeschreibung mit einer Zustandsgröße soll verzichtet werden.

2.2.3 Drehmomente des Nachschaltsatzes im stationären Zustand

Für den stationären Zustand erhält man die Beziehungen zwischen den Drehmomenten des Nachschaltsatzes sehr einfach aus den in Abschnitt 2.2.2.2 hergeleiteten dynamischen Gleichungen (2.33). Durch Nullsetzen der zeitlichen Differentialquotienten der Zustandsgrößen

ergibt sich:

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = {}^N\tilde{\mathbf{Q}} \cdot \begin{pmatrix} M_{KM1} \\ M_{KM2} \\ M_{ab} \\ M_{W2} \end{pmatrix} \quad (2.35a)$$

mit der um i_{N24} gekürzten Momentenverstärkungsmatrix des Nachschaltsatzes (vgl. (2.33c)):

$${}^N\tilde{\mathbf{Q}} = \begin{pmatrix} i_{N56} & i_{N16} & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & i_{N24} \end{pmatrix}, \quad (2.35b)$$

die ausschließlich die gemäß (2.29) definierten Übersetzungen des Nachschaltsatzes als konstruktionsspezifische Parameter enthält.

Es ergibt sich also ein System aus zwei linearen Gleichungen mit den vier Drehmomenten als Variablen. Dieses Gleichungssystem ist vollständig bestimmt, wenn zwei der vier Drehmomente bekannt sind. Das bedeutet im physikalischen Sinne, dass bei nicht geschlossener Kupplung KM1 die Werte von genau zwei Drehmomenten beliebig vorgegeben werden können und müssen, damit sich bei einem eindeutig bestimmten Drehmomentengleichgewicht ein stationärer Zustand einstellt. Wird der Nachschaltsatz mit mehr als zwei beliebig vorgegebenen Drehmomenten beaufschlagt, die das dann überbestimmte Gleichungssystem nicht befriedigen, kann sich kein stationärer Zustand einstellen.

Wie bereits erklärt, ist das Kupplungsmoment M_{KM1} bei geschlossener Kupplung KM1 keine unabhängige Größe mehr. Für diesen Fall lässt sich eine der beiden Gleichungen aus (2.35a) nach dem Kupplungsmoment auflösen und anschließend in die andere Gleichung einsetzen. Auf diese Weise ergibt sich eine Gleichung mit drei Drehmomenten (M_{KM2} , M_{ab} und M_{W2}) als Variablen, die hier aber nicht extra angegeben werden soll.

Es zeigt sich also, dass auch bei geschlossener Kupplung KM1 die Werte von genau zwei Drehmomenten beliebig vorgegeben werden können und müssen, damit sich bei einem eindeutig bestimmten Drehmomentengleichgewicht ein stationärer Zustand einstellt.

2.3 Verbrennungskraftmaschine, Differentialgetriebe und Räder

Wie bereits beschrieben, soll die Verbrennungskraftmaschine bei der mathematischen Beschreibung des Antriebsstrangs vereinfacht dargestellt werden. Diese soll durch ein (konzentriertes) Massenträgheitsmoment – nämlich durch die Summe der Massenträgheitsmomente der Verbrennungskraftmaschine und des Zwei-Massen-Schwingers – modelliert werden, auf das antriebsseitig das (Eingangs-) Drehmoment M_{VKM} der Verbrennungskraftmaschine wirkt. Dabei ist M_{VKM} das durch den effektiven Mitteldruck erzeugte Drehmoment⁵. Bei dieser Beschreibung werden also die mit dem Verbrennungsprozess zwangsläufig verbundenen Drehmomentschwankungen und Drehungleichförmigkeiten der Verbrennungskraftmaschine durch Mittelwertbildung vernachlässigt. Damit ergibt sich folgende Bewegungsdifferentialgleichung für die Verbrennungskraftmaschine einschließlich der Eingangswelle der Kupplung zwischen der Verbrennungskraftmaschine und dem Kern des Antriebsstrangs:

$$\dot{\omega}_{VKM}(t) = \frac{M_{VKM}(t) - M_R(t)}{J_{VKM}}. \quad (2.36)$$

Die Zustandsgröße der Verbrennungskraftmaschine ist deren als ω_{VKM} bezeichnete Winkelgeschwindigkeit. J_{VKM} bezeichnet die Summe der Massenträgheitsmomente der Verbrennungskraftmaschine, des Zwei-Massen-Schwingers und der Eingangswelle der Kupplung zwischen der Verbrennungskraftmaschine und dem Kern des Antriebsstrangs. Das Drehmoment M_R wurde bereits definiert und bezeichnet das über die Kupplung auf das Hohlrad übertragene Drehmoment.

Bei der Beschreibung der aus Differentialgetriebe und Rädern (und allen dazwischen liegenden Wellen) gebildeten Baugruppe soll von Geradeausfahrt ausgegangen werden. Dann darf nämlich näherungsweise angenommen werden, dass alle Räder mit der gleichen Winkelgeschwindigkeit ω_{Rad} rotieren, die sich dann folgendermaßen berechnen lässt:

$$\omega_{Rad}(t) = \frac{\omega_{W6}(t)}{i_{end}}, \quad (2.37)$$

wobei i_{end} ein festes (Gesamt-) Übersetzungsverhältnis für das Differentialgetriebe und evtl.

⁵ M_{VKM} ist bereits um die Verluste in der Verbrennungskraftmaschine bereinigt. Der effektive Mitteldruck ist nämlich definiert als die Differenz zwischen indiziertem Mitteldruck und Reibmitteldruck. Dabei ist der indizierte Mitteldruck proportional zu der auf die Kolben wirkenden mittleren Leistung, während der Reibmitteldruck den Proportionalitätsfaktor bezüglich der mittleren Reib- und Pumpverluste verkörpert [25].

weitere zwischen Differentialgetriebe und Rädern befindliche Übersetzungen bezeichnet. Die Trägheiten von Differentialgetriebe und allen Wellen, die sich zwischen dem Differentialgetriebe und den Rädern befinden, seien durch ein (Gesamt-) Massenträgheitsmoment J_{end} berücksichtigt, das auf die Eingangsseite des Differentialgetriebe bezogen ist. Auch das Differentialgetriebe und die restlichen mechanischen Komponenten zur Kraftübertragung bis zu den Rädern seien als verlustlos und starr angenommen.

Die Kräfteübertragung von den Rädern auf die Fahrbahn ist nicht Gegenstand der Beschreibung des Antriebsstrangs, sondern wird erst bei der Beschreibung des gesamten Antriebs von Bedeutung sein. Bei der Beschreibung des Antriebsstrangs wird aber die Trägheit der Räder in Form der Summe der Massenträgheitsmomente aller Räder J_{Rad} berücksichtigt. Das Radmoment (genauer gesagt, die Summe aller Radmomente) M_{Rad} kann man sich aus zwei Drehmomenten zusammengesetzt vorstellen, nämlich aus dem Drehmoment \tilde{M}_{Rad} , das durch den Antriebsstrang erzeugt wird und als *Brutto-Radmoment* bezeichnet werden soll, sowie dem Bremsmoment M_{brems} , das seinen Ursprung in der mechanischen Bremsanlage des Fahrzeugs hat. Wird das Bremsmoment beim Bremsen während der Vorwärtsfahrt negativ und während der Rückwärtsfahrt positiv gezählt, so gilt folgende Gleichung:

$$M_{Rad}(t) = \tilde{M}_{Rad}(t) + M_{brems}(t). \quad (2.38)$$

Damit ergibt sich unter den gemachten Voraussetzungen folgende Bewegungsdifferentialgleichung für die Baugruppe aus allen Komponenten vom Differentialgetriebe bis zu den Rädern:

$$\frac{J_{Rad} \cdot \dot{\omega}_{Rad}(t)}{i_{end}} + J_{end} \cdot \dot{\omega}_{W6}(t) + \frac{\tilde{M}_{Rad}(t)}{i_{end}} = M_{ab}(t),$$

die sich mit (2.37) umformen lässt zu:

$$\left(\frac{J_{Rad}}{i_{end}^2} + J_{end} \right) \cdot \dot{\omega}_{W6}(t) + \frac{\tilde{M}_{Rad}(t)}{i_{end}} = M_{ab}(t). \quad (2.39)$$

Dabei sei ω_{W6} die Zustandsgröße der betrachteten Baugruppe.

Die letzte Gleichung ist abweichend von den anderen dynamischen Gleichungen des Antriebsstrangs nicht nach unabhängigen und abhängigen Größen geordnet. Stattdessen wurde sie derart angegeben, dass sie später ohne Umformung eingesetzt werden kann.

2.4 Gesamtmodell für den Antriebsstrang

In den vorangegangenen Abschnitten wurden mathematische Beschreibungen für die verschiedenen Baugruppen hergeleitet, die nun zu einer Beschreibung für den gesamten Antriebsstrang vereinigt werden können. Um eine gute Übersicht zu bewahren, soll diese Prozedur auf drei Unterabschnitte aufgeteilt werden. Zuerst werden die Beziehungen zwischen den Winkelgeschwindigkeiten im Antriebsstrang behandelt. Anschließend wird die Dynamik des gesamten Antriebsstrangs beschrieben. Danach folgt die Aufstellung der Beziehungen zwischen den Drehmomenten des Antriebsstrangs im stationären Zustand.

Wie vorab bereits erläutert, soll die Dynamik des gesamten Antriebsstrangs im Zustandsraum beschrieben werden. Aufgrund der bisherigen Vorarbeiten bieten sich zwei Lösungswege an, nämlich eine „indirekte“ und eine „direkte Synthese“ der Beschreibungen der einzelnen Baugruppen. Bei der „indirekten Synthese“ werden die in den Abschnitten 2.1.2.2, 2.2.2.2 und 2.3 aufgestellten dynamischen Gleichungen zusammengeführt. So entstehen die dynamischen Gleichungen des gesamten Antriebsstrangs in der gleichen Form wie (2.24) bzw. (2.33), die anschließend in den Zustandsraum überführt werden. Wie aus den Abschnitten 2.1.2.3 und 2.2.2.3 bereits hervorgeht, erfordert diese Überführung eine (rechtsseitige) Multiplikation der inversen Trägheitsmatrix mit der Momentenverstärkungsmatrix. Um die Besetztheitsstruktur der Eingangsmatrix des gesamten Antriebsstrangs erkennen zu können, müsste diese Rechenoperation, die bei einem System vierter Ordnung schon etwas aufwendig ist, „von Hand“ durchgeführt werden. Durch die „direkte Synthese“ kann die Besetztheitsstruktur mit geringerem Aufwand sichtbar gemacht werden und soll deshalb bevorzugt werden. Dabei erfolgt die Zusammenführung der Beschreibungen der einzelnen Baugruppen direkt im Zustandsraum, wobei allein die in den Abschnitten 2.1.2.3, 2.2.2.3 und 2.3 hergeleiteten Zustandsbeschreibungen als Grundlage dienen.

2.4.1 Die Winkelgeschwindigkeiten im Antriebsstrang

Zuerst ist zu vereinbaren, welche Winkelgeschwindigkeiten bei nicht geschlossenen Kuppelungen als die unabhängigen Winkelgeschwindigkeiten des Antriebsstrangs betrachtet werden sollen. Dabei ist zu bedenken, dass die hier ausgesuchten Winkelgeschwindigkeiten später die Rolle der Zustandsgrößen des Antriebsstrangs übernehmen sollen. Für die einzelnen Baugruppen wurden aber bereits Zustandsgrößen bestimmt. Deshalb ist die Auswahl auf diejenigen Winkelgeschwindigkeiten zu beschränken, die bei der Beschreibung der einzel-

nen Baugruppen die Rolle der Zustandsgrößen eingenommen haben. Als Zustandsgrößen wurden ausgewählt:

- Die Winkelgeschwindigkeiten ω_R und ω_P des Hohlrades und des Planetenträgers bei der Beschreibung des Kerns,
- die Winkelgeschwindigkeiten ω_{W2} und ω_{W6} von Welle 2 und Welle 6 bei der Beschreibung des Nachschaltsatzes,
- die Winkelgeschwindigkeit ω_{W6} von Welle 6 bei der Beschreibung von Differentialgetriebe und Rädern und
- die Winkelgeschwindigkeit ω_{VKM} der Verbrennungskraftmaschine bei der Beschreibung der Verbrennungskraftmaschine.

Innerhalb der jeweiligen Baugruppe, bei deren Beschreibung die gerade aufgezählten Zustandsgrößen definiert wurden, sind diese selbstverständlich voneinander unabhängig (unter der Annahme, dass Kupplung KM1 nicht geschlossen ist). Baugruppenübergreifende Abhängigkeiten zwischen den genannten Winkelgeschwindigkeiten sind aber möglich. Es ist deshalb für jede Zustandsgröße einer jeden Baugruppe festzustellen, ob sie eine Funktion einer oder mehrerer Winkelgeschwindigkeiten einer direkt benachbarten Baugruppe darstellen. Dabei ist davon auszugehen, dass keine der Kupplungen geschlossen ist. Werden baugruppenübergreifende Abhängigkeiten zwischen zwei oder mehr Winkelgeschwindigkeiten festgestellt, scheiden so viele der betreffenden Winkelgeschwindigkeiten aus, bis keine Abhängigkeit mehr existiert.

Unter der getroffenen Annahme sind die Winkelgeschwindigkeiten von Verbrennungskraftmaschine und Hohlrad nicht voneinander abhängig. Weil die Winkelgeschwindigkeit des Hohlrades eine Zustandsgröße des Kerns verkörpert, kann auch zwischen der anderen Zustandsgröße des Kerns – nämlich der Winkelgeschwindigkeit des Planetenträgers – und der Winkelgeschwindigkeit der Verbrennungskraftmaschine keine Abhängigkeit bestehen. Deshalb ist die Winkelgeschwindigkeit ω_{VKM} der Verbrennungskraftmaschine eine unabhängige Winkelgeschwindigkeit des Antriebsstrangs.

Wie die Bilder 1.4 bis 1.6 erkennen lassen, ist die als starr angenommene Sonnenradwelle 2 des Kerns fest mit der als starr angenommenen Welle 2 des Nachschaltsatzes verbunden. Deren Winkelgeschwindigkeiten können sich daher nicht voneinander unterscheiden. Die Winkelgeschwindigkeit des Sonnenrades 2 ist aber eine Funktion der Winkelgeschwindigkeiten von Hohlrad und Planetenträger, so dass eine Abhängigkeit zwischen den drei zur

Wahl stehenden Winkelgeschwindigkeiten von Hohlrad, Planetenträger und Welle 2 besteht. Eine Möglichkeit wäre nun, die Winkelgeschwindigkeit von Welle 2 und eine der beiden anderen konkurrierenden Winkelgeschwindigkeiten als unabhängige Winkelgeschwindigkeiten des gesamten Antriebsstrangs aufzufassen. Es soll aber die Alternative bevorzugt werden, nämlich: Die Winkelgeschwindigkeiten ω_R und ω_P von Hohlrad und Planetenträger werden als unabhängige Winkelgeschwindigkeiten des Antriebsstrangs aufgefasst, womit die Winkelgeschwindigkeit von Welle 2 zu den abhängigen Winkelgeschwindigkeiten des gesamten Antriebsstrangs zählt.

Weiterhin folgt aus den Bildern 1.4 bis 1.6, dass die Winkelgeschwindigkeit von Welle 6 bei nicht geschlossenen Kupplungen von den Winkelgeschwindigkeiten aller Wellen des Kerns unabhängig ist. Sie ist außerdem die einzige noch nicht ausgeschiedene Zustandsgröße des Nachschaltsatzes und aller Komponenten vom Nachschaltsatz bis zu den Rädern. Somit ist auch die Winkelgeschwindigkeit ω_{W6} der Welle 6 als unabhängige Winkelgeschwindigkeit des gesamten Antriebsstrangs aufzufassen.

Damit ist die Wahl der unabhängigen Winkelgeschwindigkeiten des gesamten Antriebsstrangs abgeschlossen. Nochmals kurz zusammengefasst handelt es sich dabei um

- die Winkelgeschwindigkeit ω_{VKM} der Verbrennungskraftmaschine,
- die Winkelgeschwindigkeit ω_R des Hohlrades,
- die Winkelgeschwindigkeit ω_P des Planetenträgers und
- die Winkelgeschwindigkeit ω_{W6} der Welle 6.

Die bedeutsamen abhängigen Winkelgeschwindigkeiten des Antriebsstrangs sind die der beiden Sonnenräder ω_{S1} und ω_{S2} , da sie Bestandteile der Arbeitspunkte der Elektromaschinen darstellen, und die Winkelgeschwindigkeit ω_{Rad} der Räder. Die Gleichungen (2.13) und (2.37) stellen diese bereits als Funktionen der unabhängigen Winkelgeschwindigkeiten dar. Diese seien hier nochmals vergegenwärtigt:

$$\begin{pmatrix} \omega_{S1}(t) \\ \omega_{S2}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i_{R1} & (1 - i_{R1}) \\ i_{R2} & (1 - i_{R2}) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \omega_R(t) \\ \omega_P(t) \end{pmatrix}, \quad (2.40a)$$

$$\omega_{Rad}(t) = \frac{\omega_{W6}(t)}{i_{end}}. \quad (2.40b)$$

Weiterhin von Bedeutung sind die Schlupf-Winkelgeschwindigkeiten der Kupplungen. Deren Vorzeichen sollen mit den in den Abschnitten 2.1.2.1 und 2.2.2.1 definierten Vorzeichen

der entsprechenden Kupplungsmomente M_R , M_{KM1} und M_{KM2} identisch sein. Demnach sind die Schlupf-Winkelgeschwindigkeiten folgendermaßen zu definieren:

$$\omega_{SVKM}(t) := \omega_{VKM}(t) - \omega_R(t) \quad (2.41a)$$

für die Kupplung zwischen Verbrennungskraftmaschine und Hohlrad,

$$\omega_{SKM1}(t) := \omega_{W4}(t) - \omega_{W5}(t)$$

für die Kupplung KM1, was mit (2.30a) und (2.40a) umgeformt werden kann zu:

$$\omega_{SKM1}(t) = \frac{i_{R2}}{i_{N24}} \cdot \omega_R(t) + \frac{1 - i_{R2}}{i_{N24}} \cdot \omega_P(t) - i_{N56} \cdot \omega_{W6}(t) \quad (2.41b)$$

und

$$\omega_{SKM2}(t) := \omega_P(t) - \omega_{W1}(t)$$

für die Kupplung KM2, was mit (2.30a) umgeformt werden kann zu:

$$\omega_{SKM2}(t) = \omega_P(t) - i_{N16} \cdot \omega_{W6}(t). \quad (2.41c)$$

Für geschlossene Kupplungen ergibt sich aus (2.41):

$$\begin{aligned} i_{R2} \cdot \omega_R(t) - i_{N24} \cdot i_{N56} \cdot \omega_{W6}(t) + \\ + (1 - i_{R2}) \cdot \omega_P(t) = 0 \quad \text{für Kupplung KM1 geschlossen,} \end{aligned} \quad (2.42a)$$

$$\omega_P(t) - i_{N16} \cdot \omega_{W6}(t) = 0 \quad \text{für Kupplung KM2 geschlossen} \quad (2.42b)$$

und

$$\omega_{VKM}(t) - \omega_R(t) = 0 \quad \text{für Verbrennungskraftmasch.-Kupplung geschlossen.} \quad (2.42c)$$

(2.42) lässt erkennen, dass die situationsbedingte tatsächliche Anzahl der unabhängigen Winkelgeschwindigkeiten im Antriebsstrang mit jeder geschlossenen Kupplung um Eins

sinkt. Wenn keine Kupplung geschlossen ist, ist diese Anzahl bekanntlich Vier. Wie bei Betrachtung von Bild 1.4 leicht einzusehen ist, ist das Fahren über einen längeren Zeitraum aus thermischen Gründen nur möglich, wenn mindestens eine der Kupplungen KM1 und KM2 geschlossen ist (kein dauerhaftes Schleifen der Kupplungen). Deshalb sind beim Fahren tatsächlich höchstens drei Winkelgeschwindigkeiten des Antriebsstrangs voneinander unabhängig, beim Fahren mit Verbrennungskraftmaschine sogar höchstens zwei.

Ähnlich wie bei der Erläuterung der Winkelgeschwindigkeiten im Nachschaltsatz könnte man im Falle geschlossener Kupplungen festlegen, welche Winkelgeschwindigkeiten dann noch als unabhängig betrachtet werden sollen, die betreffenden Gleichungen in (2.42) nach den dann als abhängig betrachteten Winkelgeschwindigkeiten auflösen und die Resultate in (2.40) und (2.41) einsetzen. Auf diese Weise ergibt sich ein Gleichungssystem, bei dem links neben dem Gleichheitszeichen die abhängigen Winkelgeschwindigkeiten und auf der anderen Seite wieder ausschließlich die dann unabhängigen Winkelgeschwindigkeiten erscheinen. Das ursprüngliche Gleichungssystem (2.40) bis (2.42) weist diese Eigenschaft bei geschlossenen Kupplungen nicht mehr auf. Die Anzahl der Gleichungen im System reduziert sich dabei gegenüber dem ursprünglichen Gleichungssystem um die Anzahl der geschlossenen Kupplungen.

Wie leicht berechnet werden kann, ergeben sich bei drei Kupplungen (wobei jede der Kupplungen geschlossen sei kann, oder nicht) insgesamt $2^3 = 8$ Möglichkeiten bezüglich der Schaltzustände der Kupplungen. Neben dem um (2.42) reduzierten Gleichungssystem (2.40) bis (2.41), welches gilt, wenn keine der Kupplungen geschlossen ist, sind also noch sieben weitere verkürzte Gleichungssysteme möglich. Diese sollen hier aber nicht alle aus dem ohnehin allgemein gültigen Gleichungssystem (2.40) bis (2.42) hergeleitet werden, das bei geschlossenen Kupplungen lediglich eine geringfügig größere Anzahl an Gleichungen und den Schönheitsfehler aufweist, dass auf den rechten Seiten nicht ausschließlich unabhängige Winkelgeschwindigkeiten auftreten.

2.4.2 Die Dynamik des gesamten Antriebsstrangs

2.4.2.1 Systemgrößen und Ordnung des gesamten Antriebsstrangs

Generell stellt die Gesamtheit der Systemgrößen der einzelnen Baugruppen die Systemgrößen des gesamten Antriebsstrangs dar. Teilweise haben diese aber innerhalb des gesamten Antriebsstrangs einen anderen Status als innerhalb der einzelnen Baugruppen.

Besonders davon betroffen ist das Drehmoment M_{W2} , das von der Sonnenradwelle 2 des Kerns auf Welle 2 des Nachschaltsatzes übertragen wird und das Drehmoment M_{ab} , welches von Welle 6 des Nachschaltsatzes auf die Eingangswelle des Differentialgetriebes übertragen wird. Diese beiden Größen waren bei der Betrachtung der einzelnen Baugruppen Drehmomente, die von außen auf die jeweiligen Baugruppen wirkten und hatten somit den Status einer unabhängigen Größe. Wenn aber der gesamte Antriebsstrang betrachtet wird, handelt es sich nicht mehr um Drehmomente, die von außen auf den Antriebsstrang wirken. Sie nehmen dann einen von den äußeren Drehmomenten des Antriebsstrangs und ggf. von den Kupplungsmomenten nicht geschlossener Kupplungen abhängigen Wert an und haben daher innerhalb des gesamten Antriebsstrangs den Status von abhängigen (Intensitäts-) Größen.

Zu den äußeren Drehmomenten des Antriebsstrangs – also zu den Drehmomenten, die von außen auf den Antriebsstrang wirken – gehören Bild 1.4 zufolge generell das *Drehmoment* M_{VKM} der *Verbrennungskraftmaschine*, die *Drehmomente* M_{E1} und M_{E2} der *Elektromaschinen*, sowie das *Brutto-Radmoment* \tilde{M}_{Rad} . Sie sind generell unabhängige Größen des Antriebsstrangs.

Den Kupplungsmomenten M_R , M_{KM1} und M_{KM2} kann bei der Betrachtung des gesamten Antriebsstrangs kein fester Status zugewiesen werden. Ist eine Kupplung geschlossen, so nimmt das betreffende Kupplungsmoment – genau wie die Drehmomente M_{W2} und M_{ab} – einen von den äußeren Drehmomenten des Antriebsstrangs und ggf. von den Kupplungsmomenten nicht geschlossener Kupplungen abhängigen Wert an und ist somit eine abhängige Größe innerhalb des gesamten Antriebsstrangs. Ist eine Kupplung nicht geschlossen, so gehört deren Drehmoment zu den unabhängigen Größen des gesamten Antriebsstrangs.

Wie bereits erwähnt, sollen die in Abschnitt 2.4.1 ausgewählten unabhängigen Winkelgeschwindigkeiten des gesamten Antriebsstrangs die Rolle der Zustandsgrößen übernehmen.

Die Ordnung des Systems entspricht also der Anzahl der voneinander unabhängigen Winkelgeschwindigkeiten des gesamten Antriebsstrangs, die gemäß Abschnitt 2.4.1 situationsbedingt, also variabel ist. Wenn keine der Kupplungen geschlossen ist, stellt der Antriebsstrang ein System vierter Ordnung dar, mit jeder geschlossenen Kupplung reduziert sich die Ordnung um Eins. Das System soll deshalb als ordnungsvariabel bezeichnet werden.

2.4.2.2 Zustandsdifferentialgleichung des gesamten Antriebsstrangs bei maximaler Ordnung

In diesem Abschnitt soll die Zustandsdifferentialgleichung des gesamten Antriebsstrangs aus den Zustandsbeschreibungen der einzelnen Komponenten aufgestellt werden. Dabei wird davon ausgegangen, dass keine der Kupplungen geschlossen und die Ordnung des Systems somit maximal ist.

Zuerst sollen die Zustandsdifferentialgleichungen für die Gesamtheit aus Verbrennungskraftmaschine, Kern und Nachschaltsatz zusammengestellt werden. Dabei soll aber das Drehmoment M_{W2} aus den Gleichungen eliminiert werden. Zur Vorbereitung dieser Elimination wird (2.34a) in einer anderen Form dargestellt. Unter Berücksichtigung von $\omega_{W2}(t) = \omega_{S2}(t)$ und der zweiten Zeile aus (2.25c) ergibt sich mit (2.34c) bis (2.34j) aus (2.34a) das Gleichungspaar:

$$M_{W2}(t) = \frac{1}{N b_{14}} \cdot \underbrace{\left(i_{R2} \cdot \dot{\omega}_R(t) + (1 - i_{R2}) \cdot \dot{\omega}_P(t) \right)}_{=\dot{\omega}_{W2}(t)=\dot{\omega}_{S2}(t)} + \frac{1}{i_{N24}} \cdot M_{KM1}(t), \quad (2.43a)$$

was aus der ersten Zeile von (2.34a) folgt, welche sich den Wellen 2 und 4 des Nachschaltsatzes widmen und

$$\dot{\omega}_{W6}(t) = \begin{bmatrix} N b_{21} & N b_{22} & N b_{23} \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} M_{KM1}(t) \\ M_{KM2}(t) \\ M_{ab}(t) \end{pmatrix}, \quad (2.43b)$$

was aus der zweiten Zeile für die Wellen 1, 3, 5 und 6 folgt. Dabei bezeichnet $N b_{ik}$ das Element in der i -ten Zeile und k -ten Spalte der Matrix $N \mathbf{B}$ aus (2.34a).

Nun kann die Zusammenführung mit den Zustandsdifferentialgleichungen des Kerns erfol-

gen. Zuerst wird (2.43a) in (2.25a) eingesetzt. Daraus ergibt sich:

$$\begin{pmatrix} \dot{\omega}_R(t) \\ \dot{\omega}_P(t) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} {}^K\mathbf{b}_1 & {}^K\mathbf{b}_2 & {}^K\mathbf{b}_3 & \frac{{}^K\mathbf{b}_4}{i_{N24}} & {}^K\mathbf{b}_5 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} M_R(t) \\ M_{E1}(t) \\ M_{E2}(t) \\ M_{KM1}(t) \\ M_{KM2}(t) \end{pmatrix} + \\ + \frac{{}^K\mathbf{b}_4}{N b_{14}} \cdot \begin{bmatrix} i_{R2} & (1 - i_{R2}) \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{\omega}_R(t) \\ \dot{\omega}_P(t) \end{pmatrix},$$

wobei ${}^K\mathbf{b}_i$ den i -ten Spaltenvektor der Eingangsmatrix ${}^K\mathbf{B}$ des Kerns aus (2.25) bezeichnet. Durch Umformung ergibt sich für die Gesamtheit aus Kern und Wellen 2 und 4 des Nachschaltsatzes:

$$\begin{pmatrix} \dot{\omega}_R(t) \\ \dot{\omega}_P(t) \end{pmatrix} = {}^{A1}\mathbf{B} \cdot \begin{pmatrix} M_R(t) \\ M_{E1}(t) \\ M_{E2}(t) \\ M_{KM1}(t) \\ M_{KM2}(t) \end{pmatrix} \quad (2.44a)$$

mit

$${}^{A1}\mathbf{B} = \left(\mathbf{I} - \frac{{}^K\mathbf{b}_4}{N b_{14}} \cdot \begin{bmatrix} i_{R2} & (1 - i_{R2}) \end{bmatrix} \right)^{-1} \cdot \begin{bmatrix} {}^K\mathbf{b}_1 & {}^K\mathbf{b}_2 & {}^K\mathbf{b}_3 & \frac{{}^K\mathbf{b}_4}{i_{N24}} & {}^K\mathbf{b}_5 \end{bmatrix}, \quad (2.44b)$$

wobei \mathbf{I} die Einheitsmatrix bezeichnet. Die Matrix ${}^{A1}\mathbf{B}$ wird später eine Untermatrix in der Eingangsmatrix des gesamten Antriebsstrangs sein und soll deshalb als Unter-Eingangsmatrix des Antriebsstrangs bezeichnet werden. Um die Zusammenführung abzuschließen, ist jetzt noch die Zustandsdifferentialgleichung für die Verbrennungskraftmaschine (2.36) und die Zustandsdifferentialgleichung für die Wellen 1, 3, 5 und 6 des Nachschaltsatzes (2.43b) zu berücksichtigen. Damit ergibt sich für die Gesamtheit aus Verbrennungskraftmaschine, Kern und Nachschaltsatz folgende Zustandsdifferentialglei-

chung:

$$\begin{pmatrix} \dot{\omega}_{VKM}(t) \\ \dot{\omega}_R(t) \\ \dot{\omega}_P(t) \\ \dot{\omega}_{W6}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{J_{VKM}} & -\frac{1}{J_{VKM}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{0} & & & {}^{A1}\mathbf{B} & & & \mathbf{0} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & {}^Nb_{21} & {}^Nb_{22} & {}^Nb_{23} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} M_{VKM}(t) \\ M_R(t) \\ M_{E1}(t) \\ M_{E2}(t) \\ M_{KM1}(t) \\ M_{KM2}(t) \\ M_{ab}(t) \end{pmatrix}, \quad (2.45)$$

wobei die Zustandsdifferentialgleichung der Verbrennungskraftmaschine in der ersten Zeile und die Zustandsdifferentialgleichung der Wellen 1, 3, 5 und 6 des Nachschaltsatzes in der letzten Zeile zu finden ist.

(2.45) unterscheidet sich von der Zustandsdifferentialgleichung für den gesamten Antriebsstrang noch darin, dass der abtriebsseitige Teil des Antriebsstrangs vom Differentialgetriebe bis einschließlich der Räder nicht berücksichtigt ist. Um diesen noch zu berücksichtigen, ist (2.39) in (2.45) einzusetzen und es ergibt sich die vektorielle Zustandsdifferentialgleichung für den gesamten Antriebsstrang bei maximaler Ordnung zu:

$$\begin{pmatrix} \dot{\omega}_{VKM}(t) \\ \dot{\omega}_R(t) \\ \dot{\omega}_P(t) \\ \dot{\omega}_{W6}(t) \end{pmatrix} = {}^{AE}\mathbf{B} \cdot \begin{pmatrix} M_{VKM}(t) \\ M_R(t) \\ M_{E1}(t) \\ M_{E2}(t) \\ M_{KM1}(t) \\ M_{KM2}(t) \\ \tilde{M}_{Rad}(t) \end{pmatrix}, \quad (2.46a)$$

mit folgender Eingangsmatrix:

$${}^{AE}\mathbf{B} = \begin{pmatrix} \frac{1}{J_{VKM}} & -\frac{1}{J_{VKM}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{0} & & & {}^{A1}\mathbf{B} & & & \mathbf{0} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & {}^{AE}b_{45} & {}^{AE}b_{46} & {}^{AE}b_{47} \end{pmatrix}, \quad (2.46b)$$

mit ${}^{A1}\mathbf{B}$ gemäß (2.44b), dem Brutto-Radmoment \tilde{M}_{Rad} gemäß (2.38) und

$$\begin{aligned} {}^{AE}b_{45} &= \frac{i_{end}^2}{i_{end}^2 - {}^Nb_{23} \cdot (J_{Rad} + i_{end}^2 \cdot J_{end})} \cdot {}^Nb_{21} \\ &= \frac{i_{end}^2 \cdot i_{N56}}{i_{end}^2 \cdot (i_{N16}^2 \cdot J_{W1} + i_{N36}^2 \cdot J_{W3} + i_{N56}^2 \cdot J_{W5} + J_{W6} + J_{end}) + J_{Rad}}, \end{aligned} \quad (2.46c)$$

$$\begin{aligned} {}^{AE}b_{46} &= \frac{i_{end}^2}{i_{end}^2 - {}^Nb_{23} \cdot (J_{Rad} + i_{end}^2 \cdot J_{end})} \cdot {}^Nb_{22} \\ &= \frac{i_{end}^2 \cdot i_{N16}}{i_{end}^2 \cdot (i_{N16}^2 \cdot J_{W1} + i_{N36}^2 \cdot J_{W3} + i_{N56}^2 \cdot J_{W5} + J_{W6} + J_{end}) + J_{Rad}}, \end{aligned} \quad (2.46d)$$

$$\begin{aligned} {}^{AE}b_{47} &= \frac{i_{end}}{i_{end}^2 - {}^Nb_{23} \cdot (J_{Rad} + i_{end}^2 \cdot J_{end})} \cdot {}^Nb_{23} \\ &= -\frac{i_{end}}{i_{end}^2 \cdot (i_{N16}^2 \cdot J_{W1} + i_{N36}^2 \cdot J_{W3} + i_{N56}^2 \cdot J_{W5} + J_{W6} + J_{end}) + J_{Rad}}. \end{aligned} \quad (2.46e)$$

Abschließend sei nochmals betont, dass sich jede Zeile der vektoriellen Zustandsgleichung eindeutig einem bestimmten Abschnitt des Antriebsstrangs zuordnen lässt. Wie sich aus der Herleitung zurückverfolgen lässt, ist die erste Zeile der Verbrennungskraftmaschine, die Zeilen zwei und drei der Gesamtheit aus dem Kern und den Wellen 2 und 4 des Nachschaltsatzes zuzuordnen, während die letzte Zeile die mathematische Analogie der Gesamtheit aus den Wellen 1, 3, 5 und 6 des Nachschaltsatzes und dem restlichen Antriebsstrang vom Differentialgetriebe bis einschließlich der Räder darstellt.

Die Besetztheitsstruktur der Eingangsmatrix ${}^{AE}\mathbf{B}$ des gesamten Antriebsstrangs bei maximaler Ordnung liefert wertvolle Ansatzpunkte bei der Synthese von Steuer- und Regelalgorithmen. Diese kann aber nur dann aus (2.46b) abgelesen werden, wenn auch die Besetztheitsstruktur der Unter-Eingangsmatrix ${}^{A1}\mathbf{B}$ bekannt ist.

Im Anhang A.1 wird nachgewiesen, dass die Existenz von Elementen der Unter-Eingangsmatrix ${}^{A1}\mathbf{B}$, die unabhängig von den Parametern des Antriebsstrangs den Wert Null aufweisen, ausgeschlossen ist.

2.4.2.3 Zustandsdifferentialgleichung des gesamten Antriebsstrangs bei nicht geschlossenen Abtriebskupplungen

Bei geschlossener Kupplung zwischen Verbrennungskraftmaschine und Hohlrad gilt

$$\omega_{VKM}(t) = \omega_R(t). \quad (2.47a)$$

Vor diesem Hintergrund kann die erste Zeile von (2.46a) gemeinsam mit (2.46b) umgeformt werden zu:

$$M_R(t) = M_{VKM}(t) - J_{VKM} \cdot \dot{\omega}_R(t). \quad (2.47b)$$

Durch Einsetzen von (2.47b) in die zweite bis vierte Zeile von (2.46a) ergibt sich:

$$\begin{pmatrix} \dot{\omega}_R(t) \\ \dot{\omega}_P(t) \\ \dot{\omega}_{W6}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} & & A^1 \mathbf{B} & & \mathbf{0} \\ 0 & 0 & 0 & {}^{AE}b_{45} & {}^{AE}b_{46} & {}^{AE}b_{47} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} M_{VKM}(t) \\ M_{E1}(t) \\ M_{E2}(t) \\ M_{KM1}(t) \\ M_{KM2}(t) \\ \tilde{M}_{Rad}(t) \end{pmatrix} + \\ + J_{VKM} \cdot \begin{pmatrix} A^1 \mathbf{b}_1 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{\omega}_R(t) \\ \dot{\omega}_P(t) \end{pmatrix},$$

was umgeformt werden kann zu:

$$\begin{pmatrix} \dot{\omega}_R(t) \\ \dot{\omega}_P(t) \\ \dot{\omega}_{W6}(t) \end{pmatrix} = {}^{AV} \mathbf{B} \cdot \begin{pmatrix} M_{VKM}(t) \\ M_{E1}(t) \\ M_{E2}(t) \\ M_{KM1}(t) \\ M_{KM2}(t) \\ \tilde{M}_{Rad}(t) \end{pmatrix} \quad (2.48a)$$

mit dem Brutto-Radmoment \tilde{M}_{Rad} gemäß (2.38) und der Eingangsmatrix

$${}^{AV} \mathbf{B} = \begin{pmatrix} & & A^2 \mathbf{B} & & \mathbf{0} \\ 0 & 0 & 0 & {}^{AE}b_{45} & {}^{AE}b_{46} & {}^{AE}b_{47} \end{pmatrix}, \quad (2.48b)$$

wiederum mit den Elementen ${}^{AE}b_{45}$ bis ${}^{AE}b_{47}$ gemäß (2.46c) bis (2.46e) und der Unter-Eingangsmatrix

$${}^{A2}\mathbf{B} = \left(\mathbf{I} + J_{VKM} \cdot {}^{A1}\mathbf{b}_1 \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \right)^{-1} \cdot {}^{A1}\mathbf{B}, \quad (2.48c)$$

wobei ${}^{A1}\mathbf{b}_1$ den ersten Spaltenvektor der Matrix ${}^{A1}\mathbf{B}$ bezeichnet.

(2.48) stellt die Zustandsdifferentialgleichung für den gesamten Antriebsstrang dar, sofern die Kupplung zwischen Verbrennungskraftmaschine und Hohlrad geschlossen ist, die anderen Kupplungen aber nicht geschlossen sind.

Solange die Kupplung zwischen Verbrennungskraftmaschine und Hohlrad geschlossen ist, behalten die Gleichungen (2.47) und (2.48) aber generell ihre Gültigkeit. Auch dann noch, wenn eine der beiden anderen Kupplungen geschlossen ist, oder gar alle Kupplungen geschlossen sind. Allerdings hat (2.48) dann nicht mehr den Charakter einer Zustandsdifferentialgleichung, da die Anzahl der Differentialgleichungen die Ordnung des Systems dann überschreitet. Ferner gehört das bzw. die Kupplungsmoment/e der geschlossenen Kupplung/en nicht zu den unabhängigen Größen des Systems.

Die Besetztheitsstruktur der Eingangsmatrix wird auch in diesem Fall nicht ohne eine Aussage über die Besetztheitsstruktur der Unter-Eingangsmatrix ${}^{A2}\mathbf{B}$ aus (2.48b) ersichtlich. Wie im Anhang A.2 bewiesen wird, *kann auch diese keine Elemente besitzen, die unabhängig von den Parametern den Wert Null aufweisen.*

2.4.2.4 Zustandsbeschreibung des gesamten Antriebsstrangs bei nicht geschlossenen Abtriebskupplungen

Die Zustandsdifferentialgleichungen des gesamten Antriebsstrangs wurden in den letzten beiden Abschnitten für den Fall, dass die Kupplungen KM1 und KM2 nicht geschlossen sind, hergeleitet. Damit kann für diesen Fall nun – durch Ergänzung um Ausgangsgleichungen – eine Zustandsbeschreibung des gesamten Antriebsstrangs angegeben werden. Dabei wird unterschieden, ob die Kupplung zwischen Verbrennungskraftmaschine und Hohlrad geschlossen ist oder nicht.

Die Zustandsdifferentialgleichungen der vorherigen Abschnitte lassen sich zusammenfassen

zu:

$$\begin{pmatrix} {}^{Mx}\dot{\mathbf{x}}(t) \\ \dot{\omega}_{W6}(t) \end{pmatrix} = {}^A\mathbf{B} \cdot \begin{pmatrix} {}^{A1}\mathbf{u}(t) \\ M_{KM1}(t) \\ M_{KM2}(t) \\ \tilde{M}_{Rad}(t) \end{pmatrix}, \quad (2.49a)$$

mit dem Brutto-Radmoment \tilde{M}_{Rad} gemäß (2.38),

$${}^{Mx}\mathbf{x}(t) = \begin{cases} \begin{pmatrix} \omega_{VKM}(t) \\ \omega_R(t) \\ \omega_P(t) \end{pmatrix} & \text{für nicht geschlossene Kupplung zwischen Ver-} \\ & \text{brennungskraftmaschine und Hohlrad} \\ \begin{pmatrix} \omega_R(t) \\ \omega_P(t) \end{pmatrix} & \text{für geschlossene Kupplung zwischen Verbren-} \\ & \text{nungskraftmaschine und Hohlrad} \end{cases}, \quad (2.49b)$$

dem Unter-Eingangsvektor

$${}^{A1}\mathbf{u}(t) = \begin{cases} \begin{pmatrix} M_{VKM}(t) \\ M_R(t) \\ M_{E1}(t) \\ M_{E2}(t) \end{pmatrix} & \text{für nicht geschlossene Kupplung zwischen Ver-} \\ & \text{brennungskraftmaschine und Hohlrad} \\ \begin{pmatrix} M_{VKM}(t) \\ M_{E1}(t) \\ M_{E2}(t) \end{pmatrix} & \text{für geschlossene Kupplung zwischen Verbren-} \\ & \text{nungskraftmaschine und Hohlrad} \end{cases} \quad (2.49c)$$

und der Eingangsmatrix

$${}^A\mathbf{B} = \begin{cases} {}^{AE}\mathbf{B} & \text{für nicht geschlossene Kupplung zwischen Verbrennungs-} \\ & \text{kraftmaschine und Hohlrad} \\ {}^{AV}\mathbf{B} & \text{für geschlossene Kupplung zwischen Verbrennungskraftma-} \\ & \text{schine und Hohlrad} \end{cases} \quad (2.49d)$$

mit

$${}^{AE}\mathbf{B} = \begin{pmatrix} \frac{1}{J_{VKM}} & -\frac{1}{J_{VKM}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{0} & & {}^{A1}\mathbf{B} & & & & \mathbf{0} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & {}^{AE}b_{45} & {}^{AE}b_{46} & {}^{AE}b_{47} \end{pmatrix}, \quad (2.49e)$$

$${}^{AV}\mathbf{B} = \begin{pmatrix} & {}^{A2}\mathbf{B} & \mathbf{0} \\ 0 & 0 & 0 & {}^{AE}b_{45} & {}^{AE}b_{46} & {}^{AE}b_{47} \end{pmatrix}, \quad (2.49f)$$

den Unter-Eingangsmatrizen ${}^{A1}\mathbf{B}$ gemäß (2.44b) und ${}^{A2}\mathbf{B}$ gemäß (2.48c), sowie den Elementen ${}^{AE}b_{45}$ bis ${}^{AE}b_{47}$ gemäß (2.46c) bis (2.46e). Vervollständigt wird die Zustandsbeschreibung durch folgende Ausgangsgleichungen (vgl. (2.40) und (2.41)):

$$\begin{pmatrix} \omega_{S1}(t) \\ \omega_{S2}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i_{R1} & (1 - i_{R1}) \\ i_{R2} & (1 - i_{R2}) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \omega_R(t) \\ \omega_P(t) \end{pmatrix}, \quad (2.49g)$$

$$\omega_{Rad}(t) = \frac{\omega_{W6}(t)}{i_{end}}, \quad (2.49h)$$

$$\omega_{SVKM}(t) = \begin{cases} \omega_{VKM}(t) - \omega_R(t) & \text{für nicht geschlossene Kupplung zw. Ver-} \\ & \text{brennungskraftmaschine und Hohlrad} \\ 0 & \text{für geschlossene Kupplung zwischen Ver-} \\ & \text{brennungskraftmaschine und Hohlrad} \end{cases}, \quad (2.49i)$$

$$\omega_{SKM1}(t) = \frac{i_{R2}}{i_{N24}} \cdot \omega_R(t) + \frac{1 - i_{R2}}{i_{N24}} \cdot \omega_P(t) - i_{N56} \cdot \omega_{W6}(t) \quad (2.49j)$$

und

$$\omega_{SKM2}(t) = \omega_P(t) - i_{N16} \cdot \omega_{W6}(t), \quad (2.49k)$$

wobei nur die wesentlichen Winkelgeschwindigkeiten des Antriebsstrangs durch die Ausgangsgleichungen beziffert werden.

2.4.2.5 Vektordifferentialgleichung 1. Ordnung für den gesamten Antriebsstrang

In Abschnitt 2.4.2.2 wurde die vektorielle Zustandsdifferentialgleichung des gesamten Antriebsstrangs bei maximaler Ordnung hergeleitet. Diese behält auch bei geschlossenen Kupplungen noch ihre Gültigkeit, zusätzlich gilt mindestens noch eine weitere Gleichung

aus (2.42). Allerdings enthält die rechte Seite von (2.46a) dann auch abhängige Größen, nämlich das bzw. die über die geschlossene/n Kupplung/en übertragene/n Drehmoment/e. Deshalb kann die Bewegungsdifferentialgleichung (2.46a) nicht direkt integriert werden. Die Gesamtheit aus der Zustandsdifferentialgleichung für maximale Ordnung (2.46a) und den Gleichungen für geschlossene Kupplungen (2.42) ermöglicht aber die Herleitung einer allgemein gültigen Vektordifferentialgleichung erster Ordnung, die auch im Falle geschlossener Kupplungen direkt integriert werden kann, egal welche der Kupplungen geschlossen ist bzw. sind.

Zur Herleitung dieser allgemein gültigen Vektordifferentialgleichung wird die Zustandsdifferentialgleichung für maximale Ordnung (2.46a) in einer etwas anderen Schreibweise dargestellt, nämlich:

$$\begin{pmatrix} \dot{\omega}_{VKM}(t) \\ \dot{\omega}_R(t) \\ \dot{\omega}_P(t) \\ \dot{\omega}_{W6}(t) \end{pmatrix} = {}^{A3}\mathbf{B} \cdot \begin{pmatrix} M_{VKM}(t) \\ M_{E1}(t) \\ M_{E2}(t) \\ \tilde{M}_{Rad}(t) \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} {}^s\mathbf{b}_1 & {}^s\mathbf{b}_2 & {}^s\mathbf{b}_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} M_{KM1}(t) \\ M_{KM2}(t) \\ M_R(t) \end{pmatrix} \quad (2.50)$$

mit einer weiteren Unter-Eingangsmatrix des Antriebsstrangs:

$${}^{A3}\mathbf{B} = \begin{pmatrix} \frac{1}{J_{VKM}} & 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{0} & {}^{A1}\mathbf{b}_2 & {}^{A1}\mathbf{b}_3 & \mathbf{0} \\ 0 & 0 & 0 & {}^{AE}b_{47} \end{pmatrix}, \quad (2.51)$$

wobei ${}^{A1}\mathbf{b}_i$ den i -ten Spaltenvektor der Unter-Eingangsmatrix ${}^{A1}\mathbf{B}$ gemäß (2.44b) bezeichnet, und den zu den Kupplungsmomenten gehörenden Spaltenvektoren der Eingangsmatrix, die nachfolgend als Kupplungs-Eingangsvektoren (oder Schaltelement-Eingangsvektoren) bezeichnet werden sollen:

$${}^s\mathbf{b}_1 = {}^{AE}\mathbf{b}_5 = \begin{pmatrix} 0 \\ {}^{A1}\mathbf{b}_4 \\ {}^{AE}b_{45} \end{pmatrix}, \quad (2.52a)$$

$${}^s\mathbf{b}_2 = {}^{AE}\mathbf{b}_6 = \begin{pmatrix} 0 \\ {}^{A1}\mathbf{b}_5 \\ {}^{AE}b_{46} \end{pmatrix} \quad (2.52b)$$

und

$${}^S\mathbf{b}_3 = {}^{AE}\mathbf{b}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -\frac{1}{J_{VKM}} \\ {}^{A1}\mathbf{b}_1 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (2.52c)$$

Man stelle sich nun vor, es seien i Kupplungen geschlossen, wobei $i \in \{1, 2, 3\}$ vorausgesetzt sei. In diesem Fall befinden sich auf der rechten Seite des linearen Gleichungssystems (2.50) i abhängige Drehmomente, nämlich diejenigen Drehmomente, die über die geschlossenen Kupplungen übertragen werden. Zusammen mit den vier Winkelbeschleunigungen auf der linken Seite der Vektordifferentialgleichung enthält das Gleichungssystem dann i unbekannte Variablen mehr als Gleichungen zu deren Berechnungen zur Verfügung stehen. Um ein Gleichungssystem zu bekommen, das eindeutig lösbar sein kann, ist (2.50) also um i Gleichungen zu ergänzen. Ergänzt werden kann um die Gleichungen aus (2.42), die mit dem Schließen der Kupplungen Gültigkeit erlangen. Man darf diese als Gleichungsrestriktionen für die Winkelgeschwindigkeiten des Antriebsstrangs bzw. deren Differentialquotienten auffassen, die durch das Schließen der jeweiligen Kupplungen aktiviert werden.

Im Sinne der Angabe einer geschlossenen Lösung für das gesamte Gleichungssystem ist eine andere Darstellungsweise der Gleichungsrestriktionen (2.42) praktikabel, nämlich:

$$\boldsymbol{\psi}_1^T \cdot \begin{pmatrix} \omega_{VKM}(t) \\ \omega_R(t) \\ \omega_P(t) \\ \omega_{W6}(t) \end{pmatrix} = 0 \quad \text{für Kupplung KM1 geschlossen,} \quad (2.53a)$$

$$\boldsymbol{\psi}_2^T \cdot \begin{pmatrix} \omega_{VKM}(t) \\ \omega_R(t) \\ \omega_P(t) \\ \omega_{W6}(t) \end{pmatrix} = 0 \quad \text{für Kupplung KM2 geschlossen} \quad (2.53b)$$

und

$$\psi_3^T \cdot \begin{pmatrix} \omega_{VKM}(t) \\ \omega_R(t) \\ \omega_P(t) \\ \omega_{W6}(t) \end{pmatrix} = 0 \quad \text{für geschlossene Kupplung zwischen Ver-} \\ \text{brennungskraftmaschine und Hohlrad} \quad , \quad (2.53c)$$

wobei die Zeilenvektoren

$$\psi_1^T = \begin{pmatrix} 0 & i_{R2} & (1 - i_{R2}) & -i_{N24} \cdot i_{N56} \end{pmatrix} , \quad (2.54a)$$

$$\psi_2^T = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & -i_{N16} \end{pmatrix} \quad (2.54b)$$

und

$$\psi_3^T = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} , \quad (2.54c)$$

welche die Koeffizienten der Gleichungsrestriktionen beinhalten und deshalb als Restriktionskoeffizienten-Vektoren bezeichnet werden sollen.

(2.50) und (2.53) bilden nun zusammen ein Gleichungssystem, das genau so viele Gleichungen wie unbekannte Variablen enthält. Nun werden noch die (unabhängigen) Drehmomente der nicht geschlossenen Kupplungen zu einem (Spalten-) Vektor ${}^u\mathbf{m}$ und die zugehörigen Kupplungs-Eingangsvektoren ${}^S\mathbf{b}_\nu$ ($\nu \in \{1, 2, 3\}$) zu einer Kupplungs-Eingangsmatrix ${}^u\mathbf{B}$ zusammengefasst. Selbstverständlich ist darauf zu achten, dass sich jeweils in der j -ten Spalte der Matrix ${}^u\mathbf{B}$ derjenige Kupplungs-Eingangsvektor befindet, der zu der selben Kupplung gehört, wie das Drehmoment in der j -ten Zeile des Vektors ${}^u\mathbf{m}$. Entsprechend werden auch die (abhängigen) Drehmomente der geschlossenen Kupplungen zu einem (Spalten-) Vektor ${}^a\mathbf{m}$ und die entsprechenden Kupplungs-Eingangsvektoren zu einer Kupplungs-Eingangsmatrix ${}^a\mathbf{B}$ zusammengefasst. Werden schließlich noch die Restriktionskoeffizienten-Vektoren der *aktiven* Restriktionen zu einer Restriktionskoeffizienten-Matrix Ψ zusammengefasst, so lässt sich das oben beschriebene Gleichungssystem

folgendermaßen (in kompakter Form) darstellen:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{I} & -{}^a\mathbf{B} \\ \boldsymbol{\Psi} & \mathbf{0} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{\omega}_{VKM}(t) \\ \dot{\omega}_R(t) \\ \dot{\omega}_P(t) \\ \dot{\omega}_{W6}(t) \\ {}^a\mathbf{m} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} {}^{A3}\mathbf{B} & {}^u\mathbf{B} \\ \mathbf{0} & \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} M_{VKM}(t) \\ M_{E1}(t) \\ M_{E2}(t) \\ \tilde{M}_{Rad}(t) \\ {}^u\mathbf{m} \end{pmatrix},$$

wobei die ganz linke Matrix quadratisch ist. Es kann nun umgeformt werden zu:

$$\begin{pmatrix} \dot{\omega}_{VKM}(t) \\ \dot{\omega}_R(t) \\ \dot{\omega}_P(t) \\ \dot{\omega}_{W6}(t) \\ {}^a\mathbf{m} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{I} & -{}^a\mathbf{B} \\ \boldsymbol{\Psi} & \mathbf{0} \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} {}^{A3}\mathbf{B} & {}^u\mathbf{B} \\ \mathbf{0} & \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} M_{VKM}(t) \\ M_{E1}(t) \\ M_{E2}(t) \\ \tilde{M}_{Rad}(t) \\ {}^u\mathbf{m} \end{pmatrix}. \quad (2.55)$$

Mit (2.55) steht nun eine Vektorgleichung zur Verfügung, die an die Schaltzustände der Kupplungen in jedem Fall frei angepasst werden und zur Anwendung kommen kann. Ein wesentliches Merkmal ist, dass rechts neben dem Gleichheitszeichen keine abhängigen Variablen auftreten. Sind i Kupplungen ($i \in \{1, 2, 3\}$) geschlossen, so gilt ${}^a\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{4 \times i}$, ${}^a\mathbf{m} \in \mathbb{R}^{i \times 1}$, ${}^u\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{4 \times (3-i)}$, ${}^u\mathbf{m} \in \mathbb{R}^{(3-i) \times 1}$ und $\boldsymbol{\Psi} \in \mathbb{R}^{i \times 4}$. (2.55) kann dann folgendermaßen interpretiert werden:

Die ersten vier Zeilen stellen eine Vektordifferentialgleichung erster Ordnung dar, die in jedem Fall die $4-i$ Zustandsdifferentialgleichungen des Antriebsstrangs beinhaltet. Daneben enthält sie zusätzliche i Differentialgleichungen, welche aber (mit Hilfe der Gleichungsrestriktionen (2.53)) alle aus den Zustandsdifferentialgleichungen linear kombiniert werden können. Eine direkte Integration der Vektordifferentialgleichung ist möglich und liefert zusammen mit den Ausgangsgleichungen (2.49g) bis (2.49k) die selben Ergebnisse wie die Integration der Zustandsdifferentialgleichung und anschließende Anwendung der selben Ausgangsgleichungen sowie der Restriktionsgleichungen (2.53). Beide Gleichungssysteme sind also äquivalent.

Zusätzlich zur Vektordifferentialgleichung beziffern die letzten i Zeilen aus (2.55) noch die (abhängigen) Drehmomente, welche über die geschlossenen Kupplungen übertragen werden.

Bei der Beschreibung durch die Gesamtheit aus der in (2.55) enthaltenen Vektordifferentialgleichung und den Ausgangsgleichungen sind einige Abhängigkeiten zwischen den

Winkelgeschwindigkeiten nicht direkt ersichtlich. Diese kommen entweder durch die Restriktionsgleichungen zum Ausdruck oder sie können durch die Anwendung entsprechender Methoden der linearen Algebra auf die Vektordifferentialgleichung aufgedeckt werden. In diesem Mangel an Transparenz liegt ein entscheidender Nachteil gegenüber einer Zustandsbeschreibung.

Um aus der Gesamtheit bestehend aus der Vektordifferentialgleichung und den Ausgangsgleichungen eine Zustandsbeschreibung für die jeweilige Kombination von Kupplungsschaltzuständen zu gewinnen, ist lediglich die Vektordifferentialgleichung auf die Zustandsdifferentialgleichungen zu reduzieren. Dazu ist anhand der Restriktionsgleichungen zu entscheiden, welchen der Winkelgeschwindigkeiten, deren zeitliche Differentialquotienten in der Vektordifferentialgleichung vorkommen, bei den gegebenen Kupplungsschaltzuständen nicht der Status einer Zustandsgröße zukommen soll bzw. kann. Durch anschließendes Entfernen der entsprechenden Zeilen aus der Vektordifferentialgleichung entsteht die vektorielle Zustandsdifferentialgleichung.

In den beiden nachfolgenden Abschnitten sollen nur für einige bedeutende Schaltzustandskombinationen die Zustandsbeschreibungen hergeleitet werden. Der Besetztheitsstruktur der Eingangsmatrizen kommt dabei besondere Aufmerksamkeit zu. Fokussiert wird das Fahren in Mode 1 und Mode 2, also wenn genau eine der Kupplungen KM1 und KM2 geschlossen ist. Die Zustandsbeschreibungen für die restlichen noch möglichen Schaltzustandskombinationen sind für den weiteren Verlauf dieser Arbeit nicht wesentlich.

2.4.2.6 Zustandsbeschreibung des Antriebsstrangs in Mode 1

Der Antriebsstrang befindet sich im Mode 1, wenn die Kupplung KM1 geschlossen, die Kupplung KM2 hingegen nicht geschlossen ist. Die Kupplung zwischen der Verbrennungskraftmaschine und dem Hohlrad ist in der Regel geschlossen, wenn die Verbrennungskraftmaschine zum Antreiben des Fahrzeugs beitragen soll, ansonsten ist sie nicht geschlossen.

Es wurde bereits beschrieben, wie die Zustandsdifferentialgleichungen aus der Vektorgleichung (2.55) gewonnen werden können. Der Einsatz geeigneter Software macht die vorgestellte Vorgehensweise zu einem bequemen und schnellen Lösungsweg. Ohne Softwareeinsatz können dessen Vorteile jedoch nicht ausgeschöpft werden, weil die explizite Berechnung der relevanten Elemente der inversen Matrix und die weiteren Rechenoperationen zur Berechnung der Eingangsmatrix nicht weniger Aufwand erfordern als die direkte Herleitung der Zustandsdifferentialgleichungen aus der vektoriellen Zustandsdifferentialgleichung für

nicht geschlossene Abtriebskupplungen (2.49a) in Verbindung mit der betreffenden Restriktionsgleichung (2.53). Letzterer Lösungsweg ist etwas überschaubarer und soll deshalb beschritten werden.

Die letzte Zeile aus (2.49a) lässt sich in Verbindung mit (2.49c) bis (2.49f), (2.53a) und (2.54a) umformen zu:

$$M_{KM1}(t) = -\frac{AEb_{46}}{AEb_{45}} \cdot M_{KM2}(t) - \frac{AEb_{47}}{AEb_{45}} \cdot \tilde{M}_{Rad}(t) + \\ + \frac{i_{R2}}{AEb_{45} \cdot i_{N24} \cdot i_{N56}} \cdot \dot{\omega}_R(t) + \frac{1 - i_{R2}}{AEb_{45} \cdot i_{N24} \cdot i_{N56}} \cdot \dot{\omega}_P(t),$$

woraus sich mit (2.46c) bis (2.46e) ergibt:

$$M_{KM1}(t) = -\frac{i_{N16}}{i_{N56}} \cdot M_{KM2}(t) + \frac{1}{i_{end} \cdot i_{N56}} \cdot \tilde{M}_{Rad}(t) + \\ + \frac{i_{R2}}{AEb_{45} \cdot i_{N24} \cdot i_{N56}} \cdot \dot{\omega}_R(t) + \frac{1 - i_{R2}}{AEb_{45} \cdot i_{N24} \cdot i_{N56}} \cdot \dot{\omega}_P(t). \quad (2.56)$$

Durch Einsetzen in die restlichen Zeilen von (2.49a) ergibt sich:

$${}^{Mx}\dot{\mathbf{x}} = {}^{M1}\mathbf{B} \cdot \begin{pmatrix} {}^{A1}\mathbf{u} \\ M_{KM2}(t) \\ \tilde{M}_{Rad}(t) \end{pmatrix} \quad (2.57a)$$

mit dem Zustandsvektor ${}^{Mx}\mathbf{x}$ gemäß (2.49b), dem Eingangsvektor ${}^{A1}\mathbf{u}$ gemäß (2.49c), dem Brutto-Radmoment \tilde{M}_{Rad} gemäß (2.38) und der Eingangsmatrix

$${}^{M1}\mathbf{B} = \begin{cases} {}^{M1e}\mathbf{B} & \text{für nicht geschlossene Kupplung zwischen Ver-} \\ & \text{brennungskraftmaschine und Hohlrad} \\ {}^{M1v}\mathbf{B} & \text{für geschlossene Kupplung zwischen Verbren-} \\ & \text{nungskraftmaschine und Hohlrad} \end{cases}, \quad (2.57b)$$

$${}^{M1e}\mathbf{B} = \begin{pmatrix} \frac{1}{J_{VKM}} & -\frac{1}{J_{VKM}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{0} & & & {}^{M1u}\mathbf{B} & & \end{pmatrix}, \quad (2.57c)$$

$${}^{M1u}\mathbf{B} = \left(\mathbf{I} - \frac{{}^{A1}\mathbf{b}_4}{{}^{AE}b_{45} \cdot i_{N24} \cdot i_{N56}} \cdot \begin{bmatrix} i_{R2} & (1 - i_{R2}) \end{bmatrix} \right)^{-1} \cdot \begin{bmatrix} {}^{A1}\mathbf{b}_1 & {}^{A1}\mathbf{b}_2 & {}^{A1}\mathbf{b}_3 & \left({}^{A1}\mathbf{b}_5 - \frac{i_{N16}}{i_{N56}} \cdot {}^{A1}\mathbf{b}_4 \right) & \frac{{}^{A1}\mathbf{b}_4}{i_{end} \cdot i_{N56}} \end{bmatrix}, \quad (2.57d)$$

$${}^{M1v}\mathbf{B} = \left(\mathbf{I} - \frac{{}^{A2}\mathbf{b}_4}{{}^{AE}b_{45} \cdot i_{N24} \cdot i_{N56}} \cdot \begin{bmatrix} i_{R2} & (1 - i_{R2}) \end{bmatrix} \right)^{-1} \cdot \begin{bmatrix} {}^{A2}\mathbf{b}_1 & {}^{A2}\mathbf{b}_2 & {}^{A2}\mathbf{b}_3 & \left({}^{A2}\mathbf{b}_5 - \frac{i_{N16}}{i_{N56}} \cdot {}^{A2}\mathbf{b}_4 \right) & \frac{{}^{A2}\mathbf{b}_4}{i_{end} \cdot i_{N56}} \end{bmatrix}, \quad (2.57e)$$

wobei \mathbf{I} die Einheitsmatrix und ${}^{A1}\mathbf{b}_i$ bzw. ${}^{A2}\mathbf{b}_i$ den i -ten Spaltenvektor der Unter-Eingangsmatrix ${}^{A1}\mathbf{B}$ bzw. ${}^{A2}\mathbf{B}$ gemäß (2.44b) bzw. (2.48c) bezeichnet. ${}^{AE}b_{45}$ ergibt sich gemäß (2.46c). Vervollständigt wird die Zustandsbeschreibung durch folgende Ausgangsgleichungen (vgl. (2.40) und (2.41) in Verbindung mit (2.42a)):

$$\begin{pmatrix} \omega_{S1}(t) \\ \omega_{S2}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i_{R1} & (1 - i_{R1}) \\ i_{R2} & (1 - i_{R2}) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \omega_R(t) \\ \omega_P(t) \end{pmatrix}, \quad (2.57f)$$

$$\omega_{Rad}(t) = \frac{i_{R2}}{i_{end} \cdot i_{N24} \cdot i_{N56}} \cdot \omega_R(t) + \frac{1 - i_{R2}}{i_{end} \cdot i_{N24} \cdot i_{N56}} \cdot \omega_P(t), \quad (2.57g)$$

$$\omega_{SVKM}(t) = \begin{cases} \omega_{VKM}(t) - \omega_R(t) & \text{für nicht geschlossene Kupplung zw. Verbrennungskraftmaschine und Hohlrad} \\ 0 & \text{für geschlossene Kupplung zwischen Verbrennungskraftmaschine und Hohlrad} \end{cases} \quad (2.57h)$$

und

$$\omega_{SKM2}(t) = -\frac{i_{R2} \cdot i_{N16}}{i_{N24} \cdot i_{N56}} \cdot \omega_R(t) + \left(1 - \frac{(1 - i_{R2}) \cdot i_{N16}}{i_{N24} \cdot i_{N56}} \right) \cdot \omega_P(t), \quad (2.57i)$$

wobei nur die wesentlichen Winkelgeschwindigkeiten des Antriebsstrangs durch die Ausgangsgleichungen beziffert werden.

Die Besetztheitsstruktur der Eingangsmatrizen wird ersichtlich, wenn es eine Aussage über die Besetztheitsstruktur der Unter-Eingangsmatrix ${}^{M1u}\mathbf{B}$ gibt.

Wie im Anhang A.3 bewiesen wird, kann weder die Unter-Eingangsmatrix ${}^{M1u}\mathbf{B}$, noch die Eingangsmatrix ${}^{M1v}\mathbf{B}$ Elemente besitzen, die unabhängig von den Parametern den Wert

Null aufweisen.

2.4.2.7 Zustandsbeschreibung des Antriebsstrangs in Mode 2

Der Antriebsstrang befindet sich im Mode 2, wenn die Kupplung KM2 geschlossen, die Kupplung KM1 hingegen nicht geschlossen ist.

Auch hier sollen die Zustandsdifferentialgleichungen aus der vektoriellen Zustandsdifferentialgleichung für nicht geschlossene Abtriebskupplungen (2.49a) in Verbindung mit der betreffenden Restriktionsgleichung (2.53b) hergeleitet werden.

Ausgangspunkt ist wieder die letzte Zeile aus (2.49a), zusammen mit (2.49c) bis (2.49f). Diese lässt sich dieses mal in Verbindung mit der Gleichungsrestriktion (2.53b) und (2.54b) umformen zu:

$$M_{KM2}(t) = -\frac{AEb_{45}}{AEb_{46}} \cdot M_{KM1}(t) - \frac{AEb_{47}}{AEb_{46}} \cdot \tilde{M}_{Rad}(t) + \frac{1}{AEb_{46} \cdot i_{N16}} \cdot \dot{\omega}_P(t),$$

woraus sich mit (2.46c) bis (2.46e) ergibt:

$$M_{KM2}(t) = -\frac{i_{N56}}{i_{N16}} \cdot M_{KM1}(t) + \frac{1}{i_{end} \cdot i_{N16}} \cdot \tilde{M}_{Rad}(t) + \frac{1}{AEb_{46} \cdot i_{N16}} \cdot \dot{\omega}_P(t). \quad (2.58)$$

Durch Einsetzen in die restlichen Zeilen von (2.49a) ergibt sich:

$${}^{Mx}\dot{\mathbf{x}} = {}^{M2}\mathbf{B} \cdot \begin{pmatrix} {}^{A1}\mathbf{u} \\ M_{KM1}(t) \\ \tilde{M}_{Rad}(t) \end{pmatrix} \quad (2.59a)$$

mit dem Zustandsvektor ${}^{Mx}\mathbf{x}(t)$ gemäß (2.49b), dem Unter-Eingangsvektor ${}^{A1}\mathbf{u}$ gemäß (2.49c), Brutto-Radmoment \tilde{M}_{Rad} gemäß (2.38) und der Eingangsmatrix

$${}^{M2}\mathbf{B} = \begin{cases} {}^{M2e}\mathbf{B} & \text{für nicht geschlossene Kupplung zwischen Ver-} \\ & \text{brennungskraftmaschine und Hohlrad} \\ {}^{M2v}\mathbf{B} & \text{für geschlossene Kupplung zwischen Verbren-} \\ & \text{nungskraftmaschine und Hohlrad} \end{cases}, \quad (2.59b)$$

$${}^{M2e}\mathbf{B} = \begin{pmatrix} \frac{1}{J_{VKM}} & -\frac{1}{J_{VKM}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{0} & & & {}^{M2u}\mathbf{B} & & \end{pmatrix}, \quad (2.59c)$$

$${}^{M2u}\mathbf{B} = \left(\mathbf{I} - \frac{{}^{A1}\mathbf{b}_5}{AEb_{46} \cdot i_{N16}} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \right)^{-1} \cdot \begin{bmatrix} {}^{A1}\mathbf{b}_1 & {}^{A1}\mathbf{b}_2 & {}^{A1}\mathbf{b}_3 & \left({}^{A1}\mathbf{b}_4 - \frac{i_{N56}}{i_{N16}} \cdot {}^{A1}\mathbf{b}_5 \right) & \frac{{}^{A1}\mathbf{b}_5}{i_{end} \cdot i_{N16}} \end{bmatrix}, \quad (2.59d)$$

$${}^{M2v}\mathbf{B} = \left(\mathbf{I} - \frac{{}^{A2}\mathbf{b}_5}{AEb_{46} \cdot i_{N16}} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \right)^{-1} \cdot \begin{bmatrix} {}^{A2}\mathbf{b}_1 & {}^{A2}\mathbf{b}_2 & {}^{A2}\mathbf{b}_3 & \left({}^{A2}\mathbf{b}_4 - \frac{i_{N56}}{i_{N16}} \cdot {}^{A2}\mathbf{b}_5 \right) & \frac{{}^{A2}\mathbf{b}_5}{i_{end} \cdot i_{N16}} \end{bmatrix}, \quad (2.59e)$$

wobei \mathbf{I} die Einheitsmatrix und ${}^{A1}\mathbf{b}_i$ bzw. ${}^{A2}\mathbf{b}_i$ den i -ten Spaltenvektor der Unter-Eingangsmatrix ${}^{A1}\mathbf{B}$ bzw. ${}^{A2}\mathbf{B}$ gemäß (2.44b) bzw. (2.48c) bezeichnet. AEb_{46} ergibt sich gemäß (2.46d). Vervollständigt wird die Zustandsbeschreibung durch folgende Ausgangsgleichungen (vgl. (2.40) und (2.41) in Verbindung mit (2.42b)):

$$\begin{pmatrix} \omega_{S1}(t) \\ \omega_{S2}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i_{R1} & (1 - i_{R1}) \\ i_{R2} & (1 - i_{R2}) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \omega_R(t) \\ \omega_P(t) \end{pmatrix}, \quad (2.59f)$$

$$\omega_{Rad}(t) = \frac{1}{i_{end} \cdot i_{N16}} \cdot \omega_P(t), \quad (2.59g)$$

$$\omega_{SVKM}(t) = \begin{cases} \omega_{VKM}(t) - \omega_R(t) & \text{für nicht geschlossene Kupplung zwischen} \\ & \text{Verbrennungskraftmaschine und Hohlrad} \\ 0 & \text{für geschlossene Kupplung zwischen Ver-} \\ & \text{brennungskraftmaschine und Hohlrad} \end{cases} \quad (2.59h)$$

und

$$\omega_{SKM1}(t) = \frac{i_{R2}}{i_{N24}} \cdot \omega_R(t) + \left(\frac{1 - i_{R2}}{i_{N24}} - \frac{i_{N56}}{i_{N16}} \right) \cdot \omega_P(t), \quad (2.59i)$$

wobei nur die wesentlichen Winkelgeschwindigkeiten des Antriebsstrangs durch die Ausgangsgleichungen beziffert werden.

Die Besetztheitsstruktur der Eingangsmatrizen wird auch in Mode 2 ersichtlich, wenn es eine Aussage über die Besetztheitsstruktur der Unter-Eingangsmatrix ${}^{M2u}\mathbf{B}$ gibt.

Im Anhang A.4 wird bewiesen, dass die Unter-Eingangsmatrix ${}^{M2u}\mathbf{B}$ keine Elemente aufweisen kann, die unabhängig von den Parametern den Wert Null aufweisen. Die gleiche Eigenschaft wird auch für die Eingangsmatrix ${}^{M2u}\mathbf{B}$ nachgewiesen.

2.4.3 Verallgemeinerte Zustandsbeschreibung für Mode 1 und Mode 2

Vergleicht man die Zustandsdifferentialgleichungen für Mode 1 und Mode 2 miteinander (jeweils (2.57a) bis (2.57c) mit (2.59a) bis (2.59c)), so bietet es sich an, eine verallgemeinerte (vektorielle) Zustandsdifferentialgleichung für beide Modi anzugeben. Entsprechendes gilt auch eingeschränkt für die Ausgangsgleichungen, so dass sogar eine verallgemeinerte Zustandsbeschreibung angegeben werden kann, welche sowohl in Mode 1 als auch in Mode 2 gilt. Die erwähnten Einschränkungen bei den Ausgangsgleichungen werden später noch erläutert. Zunächst wird die verallgemeinerte Zustandsbeschreibung nahezu kommentarlos angegeben. Dabei wird zuerst ausschließlich die verallgemeinerte Zustandsdifferentialgleichung angegeben. Den verallgemeinerten Ausgangsgleichungen wird ein eigener Abschnitt gewidmet. In einem weiteren Abschnitt wird die verallgemeinerte Zustandsbeschreibung nochmals erläutert.

2.4.3.1 Verallgemeinerte Zustandsdifferentialgleichung

Die Zustandsdifferentialgleichungen für beide Modi lassen sich verallgemeinern zu:

$${}^{Mx}\dot{\mathbf{x}} = {}^{Mx}\mathbf{B} \cdot \begin{pmatrix} {}^{A1}\mathbf{u}(t) \\ M_{KM_y}(t) \\ \tilde{M}_{Rad}(t) \end{pmatrix} \quad (2.60a)$$

mit dem Zustandsvektor ${}^{Mx}\mathbf{x}$ gemäß (2.49b), dem Unter-Eingangsvektor ${}^{A1}\mathbf{u}(t)$ gemäß (2.49c), dem Brutto-Radmoment \tilde{M}_{Rad} gemäß (2.38) und der Eingangsmatrix:

$${}^{Mx}\mathbf{B} = \begin{cases} {}^{Mxe}\mathbf{B} & \text{für nicht geschlossene Kupplung zwischen Ver-} \\ & \text{brennungskraftmaschine und Hohlrad} \\ {}^{Mxv}\mathbf{B} & \text{für geschlossene Kupplung zwischen Verbren-} \\ & \text{nungskraftmaschine und Hohlrad} \end{cases} \quad (2.60b)$$

mit

$${}^{Mxe}\mathbf{B} = \begin{pmatrix} \frac{1}{J_{VKM}} & -\frac{1}{J_{VKM}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & & & {}^{Mxu}\mathbf{B} & & \end{pmatrix}. \quad (2.60c)$$

Die Verallgemeinerung der Zustandsdifferentialgleichung basiert auf der Einführung des verallgemeinerten Kupplungsmoments M_{KMy} , der verallgemeinerten Unter-Eingangsmatrix $^{Mxu}\mathbf{B}$ und der verallgemeinerten Eingangsmatrix $^{Mxv}\mathbf{B}$. Alle neuen Elemente werden später noch erläutert.

2.4.3.2 Verallgemeinerte Ausgangsgleichungen

Die Ausgangsgleichungen lassen sich folgendermaßen verallgemeinern:

$$\begin{pmatrix} \omega_{S1}(t) \\ \omega_{S2}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i_{R1} & (1 - i_{R1}) \\ i_{R2} & (1 - i_{R2}) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \omega_R(t) \\ \omega_P(t) \end{pmatrix}, \quad (2.61a)$$

wobei diese Gleichung unverändert übernommen werden konnte und

$$\begin{pmatrix} \omega_{Rad}(t) \\ \omega_{SKMy}(t) \end{pmatrix} = {}^{Nx}\mathbf{C} \cdot \begin{pmatrix} \omega_R(t) \\ \omega_P(t) \end{pmatrix} \quad (2.61b)$$

gilt unabhängig vom Schaltzustand der Kupplung zwischen Verbrennungskraftmaschine und Hohlrad. Dabei ist ω_{SKMy} die verallgemeinerte Schlupf-Winkelgeschwindigkeit, auf die später noch eingegangen wird. Außerdem gilt

$$\omega_{SVKM}(t) = \omega_{VKM}(t) - \omega_R(t) \quad \text{für nicht geschlossene Kupplung} \quad (2.61c)$$

zwischen Verbrennungskraftmaschine und Hohlrad.

2.4.3.3 Verallgemeinerte Matrizen und die Vorteile der Verallgemeinerung

Im Allgemeinen erfordert die Untersuchung bestimmter Sachverhalte oft die Herleitung geeigneter Gleichungen, welche die dem System eigentümlichen Gesetzmäßigkeiten offenbaren, die für die Untersuchung relevant sind. Die Zustandsbeschreibung des zu betrachtenden Systems bietet dabei eine gute Ausgangsbasis.

Im Fall des hier betrachteten Antriebsstrangs bietet der Einsatz der verallgemeinerten Zustandsbeschreibungen den Vorteil, dass die daraus hergeleiteten Gleichungen für Mode 1 und Mode 2 gleichermaßen gelten. Die konkrete Kenntnis der verallgemeinerten Matrizen ist nur bzw. erst bei einer quantitativen Analyse nötig, die erst nach der Herleitung der

benötigten Gleichungen ggf. erfolgt. Der Einsatz der verallgemeinerten Zustandsbeschreibungen vermeidet also die separate Herleitung von an sich analogen Gleichungen und verringert somit den Arbeitsaufwand, wenn die selben Untersuchungen für beide Modi durchgeführt werden sollen.

Wie leicht nachzuvollziehen ist, hat man dann

$$M_{xu}\mathbf{B} = \begin{cases} M_{1u}\mathbf{B} \text{ gemäß (2.57d)} & \text{für Mode 1} \\ M_{2u}\mathbf{B} \text{ gemäß (2.59d)} & \text{für Mode 2} \end{cases}, \quad (2.62a)$$

$$M_{xv}\mathbf{B} = \begin{cases} M_{1v}\mathbf{B} \text{ gemäß (2.57e)} & \text{für Mode 1} \\ M_{2v}\mathbf{B} \text{ gemäß (2.59e)} & \text{für Mode 2} \end{cases} \quad (2.62b)$$

und gemäß (2.57g), (2.57i) und (2.59g), (2.59i)

$$N_x\mathbf{C} = \begin{cases} \begin{pmatrix} \frac{i_{R2}}{i_{end} \cdot i_{N24} \cdot i_{N56}} & \frac{1 - i_{R2}}{i_{end} \cdot i_{N24} \cdot i_{N56}} \\ -\frac{i_{R2} \cdot i_{N16}}{i_{N24} \cdot i_{N56}} & \left(1 - \frac{(1 - i_{R2}) \cdot i_{N16}}{i_{N24} \cdot i_{N56}}\right) \end{pmatrix} & \text{für Mode 1} \\ \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{i_{end} \cdot i_{N16}} \\ \frac{i_{R2}}{i_{N24}} & \left(\frac{1 - i_{R2}}{i_{N24}} - \frac{i_{N56}}{i_{N16}}\right) \end{pmatrix} & \text{für Mode 2} \end{cases} \quad (2.62c)$$

zu setzen. Außerdem ist

$$M_{KM_y}(t) = \begin{cases} M_{KM2}(t) & \text{für Mode 1} \\ M_{KM1}(t) & \text{für Mode 2} \end{cases} \quad (2.62d)$$

und

$$\omega_{SKM_y} = \begin{cases} \omega_{SKM2}(t) & \text{für Mode 1} \\ \omega_{SKM1}(t) & \text{für Mode 2} \end{cases}. \quad (2.62e)$$

Wie bereits erwähnt, weist die verallgemeinerte Zustandsbeschreibung eine Einschränkung auf, welche hier näher erläutert werden soll. Auf die Struktur des Systems (im systemtheoretischen Sinne) kann nur geschlossen werden, wenn die Besetztheitsstrukturen der verall-

gemeinerten Matrizen bekannt sind. Die Zustandsbeschreibungen wurden derart verallgemeinert, dass bei der Konstruktion eines Strukturbildes von Vollbesetzung der Matrizen $^{Mxu}\mathbf{B}$ und $^{Mxv}\mathbf{B}$ auszugehen ist. Dies ist die Konsequenz aus (2.62a) bzw. (2.62b) und der in den Anhängen A.3 und A.4 nachgewiesenen Eigenschaften dieser Matrizen, kein Element zu besitzen, welches unabhängig von den Systemparametern den Wert Null aufweist. Wie (2.62c) erkennen lässt, trifft die Annahme einer vollbesetzten verallgemeinerten Ausgangsmatrix $^{Nx}\mathbf{C}$ nur auf Mode 1 zu, während $^{Nx}\mathbf{C}$ in Mode 2 genau ein Element besitzt, das den Wert Null aufweist. In Mode 2 existiert deshalb ein Übertragungsglied des unter letztgenannter Annahme entstehenden Strukturbildes in Wirklichkeit nicht. Die verallgemeinerte Zustandsbeschreibung gibt also die Struktur des Systems nur bedingt (also mit der Einschränkung auf Mode 1) korrekt wieder.

2.4.4 Drehmomente des Antriebsstrangs im stationären Zustand

Die Zusammenhänge zwischen den Drehmomenten im stationären Zustand wurden für den Kern und den Nachschaltsatz des Antriebsstrangs in den Abschnitten 2.1.3 und 2.2.3 behandelt und die Anzahl der beliebig vorgebbaren Drehmomente der jeweiligen Baugruppe aufgezeigt. Für die Verbrennungskraftmaschine und den hinteren Teil des Antriebsstrangs vom Differentialgetriebe bis einschließlich der Räder wurden die im stationären Zustand gültigen Drehmoment-Zusammenhänge nicht explizit angegeben, weil sie sehr leicht aus den Bewegungsdifferentialgleichungen (2.36) und (2.39) abgelesen werden können. Aus den bereits aufgestellten Gleichungen lassen sich also die gesuchten Drehmoment-Zusammenhänge leicht zusammenstellen, was in diesem Abschnitt geschehen soll.

Bei der separaten Betrachtung der Baugruppen gehören zwei Drehmomente zu den unabhängigen Größen, denen innerhalb des gesamten Antriebsstrangs keine besondere Bedeutung beizumessen ist. Aus Abschnitt 2.4.2.1 geht bereits hervor, dass es sich dabei um die Drehmomente M_{ab} und M_{W2} handelt. Diese sollen nicht in die Zusammenhänge zwischen den Drehmomenten des gesamten Antriebsstrangs im stationären Zustand eingehen.

Um das Drehmoment M_{ab} aus dem Gleichungssystem zu eliminieren, wird die aus der Bewegungsdifferentialgleichung (2.39) des hinteren Teils des Antriebsstrangs vom Differentialgetriebe bis einschließlich der Räder resultierende Drehmomentgleichung für den stationären Zustand in die erste Zeile von (2.35a) eingesetzt, welche eine von zwei Drehmomentgleichungen für den stationären Zustand des Nachschaltsatzes ist. Damit ergibt

sich unter Beachtung von (2.35b):

$$i_{end} \cdot i_{N56} \cdot M_{KM1} + i_{end} \cdot i_{N16} \cdot M_{KM2} - \tilde{M}_{Rad} = 0. \quad (2.63)$$

Die zweite Zeile aus (2.35a), also die andere Drehmomentgleichung für den stationären Zustand des Nachschaltsatzes, kann mit Rücksicht auf (2.35b) umgeformt werden zu:

$$M_{W2} = \frac{1}{i_{N24}} \cdot M_{KM1},$$

was in die Drehmomentgleichungen für den stationären Zustand des Kerns (2.26a) eingesetzt werden kann. Damit ergibt sich unter Beachtung von (2.26b):

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i_{N24} & i_{N24} \cdot i_{R1} & i_{N24} \cdot i_{R2} & -i_{R2} & 0 \\ i_{N24} & i_{N24} & i_{N24} & -1 & -i_{N24} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} M_R \\ M_{E1} \\ M_{E2} \\ M_{KM1} \\ M_{KM2} \end{pmatrix}. \quad (2.64)$$

Die Drehmomentgleichung für den stationären Zustand der Verbrennungskraftmaschine ergibt sich aus der Bewegungsdifferentialgleichung (2.36) zu:

$$M_{VKM} - M_R = 0. \quad (2.65)$$

In den Gleichungen (2.63) bis (2.65) sind die im stationären Zustand gültigen Drehmomentbeziehungen aller Baugruppen des Antriebsstrangs vollständig berücksichtigt. Diese können zu folgender Vektorgleichung für den gesamten Antriebsstrang folgendermaßen zusammengefasst werden:

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = {}^A\mathbf{Q} \cdot \begin{pmatrix} M_{VKM} \\ M_R \\ M_{E1} \\ M_{E2} \\ M_{KM1} \\ M_{KM2} \\ \tilde{M}_{Rad} \end{pmatrix} \quad (2.66a)$$

mit der Momentenverstärkungsmatrix des gesamten Antriebsstrangs:

$${}^A\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & i_{N24} & i_{N24} \cdot i_{R1} & i_{N24} \cdot i_{R2} & -i_{R2} & 0 & 0 \\ 0 & i_{N24} & i_{N24} & i_{N24} & -1 & -i_{N24} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & i_{end} \cdot i_{N56} & i_{end} \cdot i_{N16} & -1 \end{pmatrix}. \quad (2.66b)$$

Für den gesamten Antriebsstrang ergibt sich also ein System aus vier linearen Gleichungen mit den sieben Drehmomenten als Variablen. Dieses Gleichungssystem ist vollständig bestimmt, wenn drei der sieben Drehmomente bekannt sind. Das bedeutet im physikalischen Sinne, dass die Werte von genau drei Drehmomenten beliebig vorgegeben werden können und müssen, damit sich bei einem eindeutig bestimmten Drehmomentengleichgewicht ein stationärer Zustand einstellt⁶. Wird der Antriebsstrang mit mehr als drei beliebig vorgegebenen Drehmomenten beaufschlagt, die das dann überbestimmte Gleichungssystem nicht befriedigen, kann sich kein stationärer Zustand einstellen.

An dieser Stelle soll nicht näher auf bestimmte Gegebenheiten, wie etwa das Fahren in bestimmten Modi mit oder ohne Verbrennungskraftmaschine eingegangen werden. Eine nähere Betrachtung dessen erfolgt im Zusammenhang mit der Steuerung und Regelung des Antriebsstrangs. Es sei aber angemerkt, dass die über geschlossene Kupplungen übertragenen Drehmomente stets zu den unbekannten Variablen des Gleichungssystems gehören.

Abschließend sei erwähnt, dass die Zeilen der Vektorgleichung (2.66a) hinsichtlich der Topologie des Antriebsstrangs in der gleichen Reihenfolge angeordnet sind, wie die Zeilen der vektoriellen Bewegungsdifferentialgleichung des gesamten Antriebsstrangs bei maximaler Ordnung (2.46a). Die erste Zeile ist der Verbrennungskraftmaschine zuzuordnen. Die zweite und dritte Zeile gehören zu der Gesamtheit aus dem Kern und den Wellen 2 und 4 des Nachschaltsatzes, also zu dem im Anhang A.1, Bild A.1(a) dargestellten Teilsystem. Die letzte Zeile widmet sich schließlich den restlichen Wellen des Nachschaltsatzes und dem gesamten hinteren Teil des Antriebsstrangs vom Differentialgetriebe bis einschließlich der Räder.

⁶Die Vorgabe eines Kupplungsmoments kann nicht ganz beliebig erfolgen, weil das Vorzeichen des Kupplungsmoments stets mit dem Vorzeichen des Schlupfs identisch ist.

3 Fahrwiderstände und Reifenschlupf

Die mathematische Beschreibung des Antriebsstrangs reicht nicht allein als Grundlage für alle steuerungs- und regelungstechnischen Fragestellungen des Antriebs aus. Für den Entwurf und die Parametrierung einiger (Teil-) Steuerungen und Regelungen wird eine Beschreibung des kompletten Antriebs benötigt.

Neben der Dynamik des Antriebsstrangs beeinflussen auch die Fahrwiderstände das Verhalten des gesamten Antriebs, die deshalb ebenfalls – zur späteren Berücksichtigung in einer Beschreibung für den gesamten Antrieb – beschrieben werden müssen.

Weiterhin kann vermutet werden, dass auch der Reifenschlupf die Dynamik des gesamten Antriebs unter bestimmten Voraussetzungen merklich beeinflusst. Welches Ausmaß dessen Einfluss im Vergleich zu den anderen Einflussfaktoren annimmt ist zu untersuchen. Die Untersuchungsergebnisse werden offenbaren, ob und unter welchen Bedingungen der Reifenschlupf vernachlässigt werden kann. Es sei vorweggenommen, dass die Berücksichtigung des Reifenschlupfs zu einem zusätzlichen nichtlinearen Teilsystem innerhalb des Gesamtmodells führt, so dass eine merkliche Vereinfachung mit der Vernachlässigung des Schlupfs verbunden ist.

Im folgenden Abschnitt sollen die wesentlichen Grundlagen für die Beschreibung der Fahrwiderstände und des Reifenschlupfs aus [23] zusammengefasst werden. In einem weiteren Abschnitt wird beschrieben, wie daraus eine Zustandsbeschreibung für Fahrwiderstände und Reifenschlupf hergeleitet werden kann. Nähere Untersuchungen zur Bedeutung des Reifenschlupfs folgen erst später.

3.1 Allgemeine Grundlagen

Die so genannte „Grundgleichung für den Antrieb“ fasst alle Fahrwiderstände zur Zugkraft Z zusammen. Sie lautet¹:

$$Z(t) = F_B(\dot{v}) + F_R(v, \alpha) + F_{Lx}(\vec{v}_r) + F_{St}(\alpha).$$

Die einzelnen Fahrwiderstände werden im Folgenden kurz erläutert.

Der Beschleunigungswiderstand

$$F_B(\dot{v}) = m \cdot \dot{v}(t) \quad (3.1)$$

ist als der Anteil der Zugkraft zu verstehen, der zur (translatorischen) Beschleunigung des gesamten Fahrzeugs (mit Insassen und Beladung) aufgebracht wird. Dabei bezeichnet m die gesamte Masse des Fahrzeugs einschließlich Insassen und Beladung, während v die gefahrene Geschwindigkeit bezeichnet. Abweichend von [23] geht hier der durch die Trägheit der Räder verursachte Zugkraftverlust nicht in den Beschleunigungswiderstand ein, da die Massenträgheitsmomente der Räder bereits bei der Beschreibung des Antriebsstrangs berücksichtigt wurden².

Der Radwiderstand F_R setzt sich aus verschiedenen Anteilen zusammen, wobei der Rollwiderstand den größten Anteil darstellt. Die Dominanz des Rollwiderstandes ist so stark ausgeprägt, dass das Gleichsetzen des Radwiderstandes mit dem Rollwiderstand keine nennenswerte Abweichung von der Realität bedeutet. Für den Radwiderstand kann angesetzt werden³:

$$F_R(v, \alpha) = \operatorname{sgn}(v) \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha \cdot f_R(v), \quad (3.2)$$

wobei g die Erdbeschleunigung und α den Gelände-Steigungswinkel bezeichnet. Der Roll-

¹Im Gegensatz zu [23] werden hier die Argumente der einzelnen Funktionen der Grundgleichung angegeben. In den Klammern wird im Sinne einer kürzeren Schreibweise jedoch nicht angegeben, von welchen Größen die Argumente evtl. wiederum abhängen (z. B. die Geschwindigkeit von der Zeit). Ebenfalls um abzukürzen, wird die Zugkraft Z wegen ihrer (impliziten) Zeitabhängigkeit lediglich als zeitabhängige Größe gekennzeichnet.

²Da neben den Massenträgheitsmomenten der Räder auch die Massenträgheitsmomente aller anderen rotatorischen Massen bereits bei der Beschreibung des Antriebsstrangs berücksichtigt wurden, wäre dem in der Literatur geläufigen Drehmassenzuschlagsfaktor hier der Wert Eins zuzuweisen und tritt deshalb nicht in Erscheinung.

³Abweichend von [23] wird die Gültigkeit der Gleichungen hier durch eine Signum-Funktion auch auf den Fall der Rückwärtsfahrt ausgedehnt.

widerstandsbeiwert f_R ist von der gefahrenen Geschwindigkeit abhängig und kann durch die Gleichung

$$f_R(v) = f_{R0} + f_{R1} \cdot v(t) + f_{R4} \cdot v^4(t) \quad (3.3)$$

angenähert werden. Die Werte der Koeffizienten f_{R0} , f_{R1} und f_{R4} hängen vom Reifendruck ab und können den Grafiken in [23] entnommen werden. In der Praxis wird häufig von einem konstanten Rollwiderstandsbeiwert ausgegangen. Dabei wird oft $f_R = 0,01$ angenommen. Es sei noch erwähnt, dass der strömungsmechanisch erzeugte Auftrieb der Gewichtskraft entgegenwirkt und somit den Radwiderstand verringert. Dieser Effekt macht sich aber erst bei höheren Geschwindigkeiten bemerkbar und soll hier nicht weiter berücksichtigt werden.

Ein anderes strömungsmechanisches Phänomen ist hingegen unbedingt zu berücksichtigen, nämlich der Luftwiderstand³

$$F_{Lx}(\vec{v}_r) = \text{sgn}(v) \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot c_x \cdot A \cdot v_r^2(t), \quad (3.4)$$

der neben der Luftdichte ρ und der (durch die Konstruktion des Fahrzeugs festgelegte) Querspanfläche A auch wesentlich durch die resultierende Anströmgeschwindigkeit v_r der Luft und durch den Luftwiderstandsbeiwert c_x beeinflusst wird. Selbstverständlich ist die resultierende Anströmgeschwindigkeit ein Vektor \vec{v}_r , dessen Betrag in (3.4) eingeht. Sie ist in einem auf der Fahrbahn verankerten Koordinatensystem folgendermaßen definiert:

$$\vec{v}_r(t) := \vec{v}_W(t) - \vec{v}(t), \quad (3.5)$$

wobei \vec{v} die Geschwindigkeit des Fahrzeugs und \vec{v}_W die Windgeschwindigkeit bezeichnet. Der Winkel zwischen der resultierenden Anströmgeschwindigkeit und der Längsachse des Fahrzeugs wird in der Fachliteratur als Anströmwinkel τ_L bezeichnet. Dieser beeinflusst wiederum den Luftwiderstandsbeiwert c_x , welcher bei $\tau_L = 0$ in den weitaus bekannteren und oft prospektierten Luftwiderstandsbeiwert c_W übergeht. Den späteren Erfordernissen dieser Arbeit Rechnung tragend, soll etwas näher auf den Vektor \vec{v}_r und dessen Betrag v_r^2 eingegangen werden als in [23]. Wie leicht nachvollzogen werden kann, gilt:

$$v_r^2(t) = v^2(t) - 2 \cdot \vec{v}_W(t) \cdot \vec{v}(t) + v_W^2(t),$$

was umgeformt werden kann zu:

$$v_r^2(t) = v^2(t) - 2 \cdot \cos(\tau_W(t)) \cdot v_W(t) \cdot v(t) + v_W^2(t), \quad (3.6)$$

wobei τ_W den Winkel zwischen der Windgeschwindigkeit \vec{v}_W und der gefahrenen Geschwindigkeit \vec{v} bezeichnet.

Darüber hinaus ist noch der Steigungswiderstand

$$F_{St}(\alpha) = m \cdot g \cdot \sin \alpha \quad (3.7)$$

(die Hangabtriebskraft in der schiefen Ebene) zu berücksichtigen.

Nach der Erläuterung der Grundgleichung für den Antrieb soll diese nun durch Zusammenfassen einiger Widerstände in einer etwas kürzeren Schreibweise dargestellt werden. Es sei

$$F_{nl}(t) := F_R(v, \alpha) + F_{Lx}(\vec{v}_r) + F_{St}(\alpha) \quad (3.8)$$

sinngemäß als nichtlinearer Zugkraftanteil bezeichnet. Damit lässt sich die Grundgleichung für den Antrieb abkürzen zu:

$$Z(t) = m \cdot \dot{v}(t) + F_{nl}(t). \quad (3.9)$$

Damit soll die Betrachtung der Fahrwiderstände abgeschlossen werden. Im Folgenden werden die wesentlichen Aussagen über den Reifenschlupf aus [23] kurz wiedergegeben und anschließend für eine Konklusion herangezogen.

In der Fahrzeugtechnik unterscheidet man zwischen Treibschlupf und Bremsschlupf, was zu einer Fallunterscheidung bei der Berechnung des Schlupfs führt. Es gilt:

$$S_R(t) = \begin{cases} \frac{r_{Rad0} \cdot \omega_{Rad}(t) - v(t)}{r_{Rad0} \cdot \omega_{Rad}(t)} & \text{beim Antreiben} \\ \frac{v(t) - r_{Rad0} \cdot \omega_{Rad}(t)}{v(t)} & \text{beim Bremsen} \end{cases}, \quad (3.10)$$

wobei das neu eingeführte Formelzeichen r_{Rad0} den kürzesten (radialen) Abstand zwischen der Drehachse des Rades und dem Reifenlatsch⁴ bezeichnet. r_{Rad0} ist wegen der lastbeding-

⁴Als Reifenlatsch wird die Berührungsfläche des Reifens mit der Fahrbahn bezeichnet.

ten Verformung des Reifens etwas kleiner als der Radius des Rades. In Erweiterung zu den Ausführungen in [23], kann man das reale elastische Rad in Gedanken durch ein (fiktives) starres Rad mit dem Radius r_{Rad0} ersetzen, welches mit der selben Winkelgeschwindigkeit ω_{Rad} rotiert wie das reale Rad. Die Bedeutung des Schlupfs wird nun etwas anschaulicher. Wie leicht einzusehen ist, beziffert das in (3.10) auftretende Produkt $r_{Rad0} \cdot \omega_{Rad}$ nämlich die Umfangsgeschwindigkeit des fiktiven Rades. Damit ist (3.10) nun selbsterklärend. Dennoch sei eine Eigenschaft des Schlupfs betont: Mit (3.10) ergibt sich stets $S_R \in [0, 1]$.

Eine in diesem Kontext bedeutende (dimensionslose) Größe ist der so genannte Kraftschluss, der hier das Formelzeichen μ_K erhalten soll. Darunter versteht man das Verhältnis

$$\mu_K(t) = \frac{|F_x(t)|}{F_z(\alpha)}, \quad (3.11)$$

wobei F_x die (vom Reifenlatsch auf die Fahrbahn übertragene) Umfangskraft und F_z die Radlast (also die Kraft, mit welcher der Reifenlatsch auf die Fahrbahn gedrückt wird) bezeichnet. Bei gleicher Geschwindigkeit und gleich bleibenden Randbedingungen (Witterungsverhältnisse, Fahrbahn-Oberflächenbeschaffenheit, Reifenluftdruck, etc.) kann der Kraftschluss μ_K als eine Funktion des Schlupfs dargestellt werden. Der Graf dieser Funktion beginnt im Ursprung (d. h. ohne Schlupf kann keine Kraft auf die Fahrbahn übertragen werden) und steigt mit wachsendem Schlupf zunächst fast linear („leicht“ konkav) an. Ab einem gewissen Schlupf sinkt die Steilheit des Grafen mit weiter steigendem Schlupf rapide auf Null, der Kraftschluss erreicht bei dem so genannten kritischen Schlupf, welchem das Formelzeichen S_{RC} zugewiesen sei, ein Maximum μ_h , das als Haftbeiwert bezeichnet wird und fällt anschließend streng monoton, bis bei $S_R = 1$ der so genannte Gleitbeiwert μ_g erreicht wird. Bei $S_R \in [S_{RC}, 1]$ stellt sich praktisch kein stationärer Zustand ein. Dieses Intervall wird in Sekundenbruchteilen durchlaufen.

Der Verlauf des Grafen wird durch die Geschwindigkeit und durch die Randbedingungen beeinflusst, wobei variierende Witterungsverhältnisse den größten Einfluss nehmen. Beeinflusst werden hauptsächlich die Haft- und Gleitbeiwerte μ_h und μ_g , während sich die Grafen für trockene und nasse Straße bei $S_R \leq 0,05$ kaum voneinander unterscheiden, der kritische Schlupf liegt bei etwa 0,1. Bei trockener Straße gilt etwa $0,85 \leq \mu_h \leq 1,15$ bei nasser Straße etwa $0,7 \leq \mu_h \leq 0,95$. Für nasse und trockene Straße gilt bei $S_R = 0,05$ bereits $\mu_K > 0,83 \cdot \mu_h$. Bei Eis und Schnee verlaufen die Grafen im Bereich des Maximums so flach, dass ein kritischer Schlupf, der im Bereich zwischen 0,05 und 0,15 liegt, nicht eindeutig abgelesen werden kann; für den Haftbeiwert gilt etwa $0,075 \leq \mu_h \leq 0,2$.

Schlussfolgerung:

Im normalen Fahrbetrieb (d. h. wenn die Antriebsräder nicht „durchdrehen“) ist $S_R \leq S_{RC} \approx 0,1$. Bei $S_R = S_{RC}$ wird die maximal mögliche Kraft $F_z \cdot \mu_h$ auf die Fahrbahn übertragen. Da bereits bei $S_R = 0,05$ mehr als 83 % dieser maximalen Kraft auf die Fahrbahn übertragen wird, ist davon auszugehen, dass der Schlupf oft kleiner als 0,05 ist.

3.2 Zustandsbeschreibung für Fahrwiderstände und Reifenschlupf

Im Folgenden wird gezeigt, wie aus den im vorherigen Abschnitt zusammengefassten Grundlagen eine Zustandsbeschreibung für die Gesamtheit aus Fahrwiderständen und Reifenschlupf hergeleitet werden kann. Ausgangspunkt ist der Zusammenhang zwischen Umfangskraft, Rollwiderstand und Zugkraft

$$Z(t) = F_x(t) + F_R(v, \alpha),$$

woraus sich mit (3.11) ergibt:

$$Z(t) = \operatorname{sgn}(\tilde{S}_R) \cdot \tilde{\mu}_K(S_R, \alpha) + F_R(v, \alpha) \quad (3.12)$$

mit

$$\tilde{\mu}_K(S_R, \alpha) = F_z(\alpha) \cdot \mu_K(t) \quad (3.13)$$

und der Differenz

$$\tilde{S}_R = r_{Rad0} \cdot \omega_{Rad}(t) - v(t) \quad (3.14)$$

zwischen der Umfangsgeschwindigkeit des fiktiven Rades und der gefahrenen Geschwindigkeit, die im Folgenden als Schlupfgeschwindigkeit bezeichnet werden soll. Zusammen mit (3.9) und (3.8) ergibt sich nach Umformung:

$$\dot{v}(t) = \frac{1}{m} \cdot \left(\operatorname{sgn}(\tilde{S}_R) \cdot \tilde{\mu}_K(S_R, \alpha) - F_{nl0}(t) \right) \quad (3.15)$$

mit dem (um den Rollwiderstand) reduzierten nichtlinearen Zugkraftanteil

$$F_{nl0}(t) = F_{Lx}(\vec{v}_r) + F_{St}(\alpha). \quad (3.16)$$

Die Zustandsdifferentialgleichung für die Gesamtheit aus Fahrwiderständen und Reifenschlupf ergibt sich durch Einsetzen von (3.10) in (3.15), wenn vorher die jeweils gültige Ausgangsgleichung des Antriebsstrangs (je nach Kupplungs-Schaltzuständen entweder (2.57g) oder (2.59g)) in (3.10) eingesetzt wird. Auf die Vollendung der Herleitung sei verzichtet, da die Gleichungen (3.12) bis (3.16) später auch direkt genutzt werden können. Das Bindeglied zu dem Antriebsstrang bildet der Zusammenhang

$$M_{Rad}(t) = r_{Rad0} \cdot Z(t) = r_{Rad0} \cdot \left(\operatorname{sgn}(\tilde{S}_R) \cdot \tilde{\mu}_K(S_R, \alpha) + F_R(v, \alpha) \right). \quad (3.17)$$

4 Mathematische Beschreibung und Struktur des gesamten Antriebs

Unter dem „gesamten Antrieb“ soll im Wesentlichen *der mit den Fahrwiderständen beaufschlagte Antriebsstrang* verstanden werden. Der Antriebsstrang und die Fahrwiderstände wurden bereits in den Kapiteln 2 und 3 mathematisch beschrieben, so dass die Zusammenfassung der Resultate der genannten Kapitel fast zu der gesuchten mathematischen Beschreibung des gesamten Antriebs führt.

Zu ergänzen ist diese Zusammenfassung allerdings noch um die Beschreibung *schleifender* Kupplungen. Wie bereits in Kapitel 2 erwähnt, soll ein Teil des Übertragungsverhaltens schleifender Kupplungen, nämlich die Entstehung der Kupplungsmomente M_R , M_{KM1} und M_{KM2} aus den dafür maßgeblichen physikalischen Eingangsgrößen der Kupplungen/Kupplungssysteme, nicht berücksichtigt werden. Stattdessen wird der von der jeweiligen Kupplung maximal übertragbare Drehmoment-Absolutbetrag als eine deren Eingangsgrößen aufgefasst. Für die Kupplung zwischen Verbrennungskraftmaschine und Hohlrad sei diese Eingangsgröße mit M'_R , für die Kupplung KM1 mit M'_{KM1} und für die Kupplung KM2 mit M'_{KM2} bezeichnet. Eine weitere Eingangsgröße der Kupplungen stellt die jeweilige Schlupf-Winkelgeschwindigkeit dar, welche das Vorzeichen des jeweiligen Kupplungsmoments vorgibt. Für *schleifende* Kupplungen werden demnach folgende Gleichungen angesetzt:

$$M_R(t) = \operatorname{sgn}(\omega_{SVKM}(t)) \cdot M'_R(t), \quad (4.1a)$$

$$M_{KM1}(t) = \operatorname{sgn}(\omega_{SKM1}(t)) \cdot M'_{KM1}(t), \quad (4.1b)$$

$$M_{KM2}(t) = \operatorname{sgn}(\omega_{SKM2}(t)) \cdot M'_{KM2}(t). \quad (4.1c)$$

In den folgenden Abschnitten wird zunächst die mathematische Beschreibung für den gesamten Antrieb bei offenen Abtriebskupplungen und *eine* verallgemeinerte mathematische

Beschreibung für beide Modi vorgestellt. Da es sich dabei um leicht nachvollziehbare Zusammenfassungen der Gleichungen aus den vorhergegangenen Abschnitten handelt, sind keinerlei begleitende Erläuterungen notwendig. Es sei lediglich noch angemerkt, dass die im Folgenden vorzustellenden Beschreibungen *keine Zustandsbeschreibungen* darstellen, weil die Gleichungen (3.15) und (3.17) direkt übernommen werden, ohne den in sie einfließenden Reifenschlupf S_R durch die Zustandsgrößen auszudrücken.

In einem weiteren Abschnitt wird eine verallgemeinerte approximative Zustandsbeschreibung des gesamten Antriebs hergeleitet, die sich wegen ihrer Vereinfachungen besser zur Synthese der Regelungen für den „normalen Fahrbetrieb“ eignet als die anderen Beschreibungen.

Zu den mathematischen Beschreibungen werden die entsprechenden Strukturbilder angegeben. Es wird erklärt, wie sich deren Gültigkeit auf weitere Kupplungs-Schaltzustände ausdehnen lässt.

Den Zusammenhängen zwischen den Drehmomenten des gesamten Antriebs im stationären Zustand wird kein eigener Abschnitt gewidmet. Diese sind im Wesentlichen durch den Antriebsstrang bestimmt und wurden somit bereits fast vollständig in Abschnitt 2.4.4 behandelt. Es bleibt lediglich noch $\dot{v} = 0$ in (3.9) einzusetzen, womit sich $M_{Rad} = r_{Rad0} \cdot F_{nl}$ ergibt.

Bevor mit den angekündigten Ausführungen begonnen wird, soll im kommenden Abschnitt kurz auf die unabhängigen Größen und die Ordnung des gesamten Antriebs eingegangen werden.

4.1 Systemgrößen und Ordnung des gesamten Antriebs

Aufgrund der kraftschlüssigen Verbindung zwischen Reifenlatsch und Fahrbahn kann sich die zur Winkelgeschwindigkeit ω_{Rad} proportionale Umfangsgeschwindigkeit der Antriebsräder von der gefahrenen Geschwindigkeit unterscheiden. Der Zusammenhang zwischen beiden Geschwindigkeiten kommt bekanntlich durch den Reifenschlupf S_R gemäß (3.10) zum Ausdruck. Die gefahrene Geschwindigkeit v ist somit eine von den Zustandsgrößen des Antriebsstrangs unabhängige Quantitätsgröße des Antriebs. Damit steht zunächst fest, dass die Ordnung des gesamten Antriebs mindestens um Eins größer ist als die Ordnung

des Antriebsstrangs. Ferner ergibt eine Vergegenwärtigung des Kapitels 3, dass die Gleichungen für Fahrwiderstände und Reifenschlupf (3.12) bis (3.17) keine weiteren Quantitätsgrößen beinhalten. Somit steht nun fest, dass die Ordnung des gesamten Antriebs um *genau Eins* höher ist als die Ordnung des Antriebsstrangs. Zusammen mit den Ergebnissen aus Abschnitt 2.4.2.1 ergibt sich eine Ordnung von Fünf für den Fall, dass keine Kupplung geschlossen ist. Mit jeder geschlossenen Kupplung sinkt die Ordnung um Eins.

Zusätzlich zu den Zustandsgrößen des Antriebsstrangs ist wegen der um Eins erhöhten Ordnung noch eine weitere Zustandsgröße für den gesamten Antrieb auszuwählen. Dabei soll auf die bereits genannte zusätzliche Quantitätsgröße, nämlich die gefahrene Geschwindigkeit v zurückgegriffen werden. (Grundsätzlich käme aber auch der Reifenschlupf S_R in Frage.) Sonstige Zustandsgrößen sind die Zustandsgrößen des Antriebsstrangs, wobei es sich bekanntlich um die in Abschnitt 2.4.1 ausgewählten voneinander unabhängigen Winkelgeschwindigkeiten des Antriebsstrangs handelt.

Zu den unabhängigen Größen des gesamten Antriebs sind diejenigen Größen zu zählen, welche die Fahrwiderstände beeinflussen, aber keine Fahrzeugparameter oder Naturkonstanten darstellen. Dabei handelt es sich um die gefahrene Geschwindigkeit \vec{v} , die Windgeschwindigkeit \vec{v}_W und den Gelände-Steigungswinkel α . Eine weitere unabhängige Größe ist das Bremsmoment M_{brems} . Das Radmoment M_{Rad} ist gemäß (3.17) vollständig durch die bereits genannten unabhängigen Größen bestimmt und somit keine unabhängige Größe. Gleichzeitig ist das Radmoment die einzige Größe, die sowohl (über die Gleichung (2.38)) in die Beschreibung des Antriebsstrangs eingeht als auch bei der Betrachtung der Fahrwiderstände von Bedeutung ist. Wenn man (4.1) vorerst ignoriert, ist das Drehmoment \tilde{M}_{Rad} deshalb die einzige unabhängige Größe des Antriebsstrangs, die *nicht* auch zu den unabhängigen Größen des gesamten Antriebs gehört. Unter Berücksichtigung von (4.1) gehören die Kupplungsmomente M_R , M_{KM1} und M_{KM2} dann aber in keinem Fall mehr zu den unabhängigen Größen des gesamten Antriebs. Stattdessen zählen die oben eingeführten Größen M'_R , M'_{KM1} und M'_{KM2} stets zu den unabhängigen Größen. Diese haben jedoch nur dann einen Einfluss auf die Kupplungsmomente – und damit auf das Verhalten des gesamten Antriebs, wenn die entsprechende Kupplung *nicht* geschlossen ist (also schleift). Insgesamt sind also die Drehmomente M_{VKM} der Verbrennungskraftmaschine, M_{E1} und M_{E2} der Elektromaschinen, die maximal übertragbaren Drehmoment-Absolutbeträge der Kupplungen M'_R , M'_{KM1} , M'_{KM2} , das Bremsmoment M_{brems} , die gefahrene Geschwindigkeit \vec{v} , die Windgeschwindigkeit \vec{v}_W und der Gelände-Steigungswinkel α die unabhängigen Größen des gesamten Antriebs.

4.2 Der gesamte Antrieb bei nicht geschlossenen Abtriebskupplungen

Die Zustandsbeschreibung (2.49) aus Abschnitt 2.4.2.4 für den gesamten Antrieb bei nicht geschlossenen Abtriebskupplungen liefert gemeinsam mit der Gleichung (3.15) für die Fahrwiderstände, dem Bindeglied (3.17) und dem Reifenschlupf gemäß (3.10) ein Gleichungssystem für den gesamten Antrieb, welches folgendermaßen gegliedert werden kann:

1. Bewegungsdifferentialgleichungen

a) des Antriebsstrangs:

$$\begin{pmatrix} {}^{Mx}\dot{\mathbf{x}}(t) \\ \dot{\omega}_{W6}(t) \end{pmatrix} = {}^A\mathbf{B} \cdot \begin{pmatrix} {}^{A1}\mathbf{u}(t) \\ M_{KM1}(t) \\ M_{KM2}(t) \\ \tilde{M}_{Rad}(t) \end{pmatrix}, \quad (4.2a)$$

mit

$${}^{Mx}\mathbf{x}(t) = \begin{cases} \begin{pmatrix} \omega_{VKM}(t) \\ \omega_R(t) \\ \omega_P(t) \end{pmatrix} & \text{für nicht geschl. Kupplung zw. Ver-} \\ & \text{brennungskraftmasch. und Hohlrad} \\ \begin{pmatrix} \omega_R(t) \\ \omega_P(t) \end{pmatrix} & \text{für geschl. Kupplung zw. Verbren-} \\ & \text{nungskraftmasch. und Hohlrad} \end{cases}, \quad (4.2b)$$

dem Unter-Eingangsvektor

$${}^{A1}\mathbf{u}(t) = \begin{cases} \begin{pmatrix} M_{VKM}(t) \\ M_R(t) \\ M_{E1}(t) \\ M_{E2}(t) \end{pmatrix} & \text{für nicht geschl. Kupplung zw. Ver-} \\ & \text{brennungskraftmasch. und Hohlrad} \\ \begin{pmatrix} M_{VKM}(t) \\ M_{E1}(t) \\ M_{E2}(t) \end{pmatrix} & \text{für geschl. Kupplung zw. Verbren-} \\ & \text{nungskraftmasch. und Hohlrad} \end{cases}, \quad (4.2c)$$

dem Brutto-Radmoment

$$\tilde{M}_{Rad}(t) = M_{Rad}(t) - M_{brems}(t), \quad (4.2d)$$

den Kupplungsmomenten

$$M_R(t) = \text{sgn}(\omega_{SVKM}(t)) \cdot M'_R(t), \quad (4.2e)$$

$$M_{KM1}(t) = \text{sgn}(\omega_{SKM1}(t)) \cdot M'_{KM1}(t) \quad (4.2f)$$

und

$$M_{KM2}(t) = \text{sgn}(\omega_{SKM2}(t)) \cdot M'_{KM2}(t), \quad (4.2g)$$

der Eingangsmatrix:

$${}^A\mathbf{B} = \begin{cases} {}^{AE}\mathbf{B} & \text{für nicht geschl. Kupplung zw. Ver-} \\ & \text{brennungskraftmasch. und Hohlrad} \\ {}^{AV}\mathbf{B} & \text{für geschl. Kupplung zw. Verbren-} \\ & \text{nungskraftmasch. und Hohlrad} \end{cases} \quad (4.2h)$$

mit

$${}^{AE}\mathbf{B} = \begin{pmatrix} \frac{1}{J_{VKM}} & -\frac{1}{J_{VKM}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{0} & & & {}^{A1}\mathbf{B} & & & \mathbf{0} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & {}^{AE}b_{45} & {}^{AE}b_{46} & {}^{AE}b_{47} \end{pmatrix}, \quad (4.2i)$$

$${}^{AV}\mathbf{B} = \begin{pmatrix} & {}^{A2}\mathbf{B} & \mathbf{0} \\ 0 & 0 & 0 & {}^{AE}b_{45} & {}^{AE}b_{46} & {}^{AE}b_{47} \end{pmatrix} \quad (4.2j)$$

und den Unter-Eingangsmatrizen ${}^{A1}\mathbf{B}$ gemäß (2.44b) und ${}^{A2}\mathbf{B}$ gemäß (2.48c) und ${}^{AE}b_{45}$ bis ${}^{AE}b_{47}$ gemäß (2.46c) bis (2.46e),

b) aus Fahrwiderständen und Reifenschlupf:

$$\dot{v}(t) = \frac{1}{m} \cdot \left(\text{sgn}(\tilde{S}_R) \cdot \tilde{\mu}_K(S_R, \alpha) - F_{nl0}(t) \right) \quad (4.2k)$$

mit dem Reifenschlupf

$$S_R(t) = \begin{cases} \frac{r_{Rad0} \cdot \omega_{Rad}(t) - v(t)}{r_{Rad0} \cdot \omega_{Rad}(t)} & \text{beim Antreiben} \\ \frac{v(t) - r_{Rad0} \cdot \omega_{Rad}(t)}{v(t)} & \text{beim Bremsen} \end{cases}, \quad (4.2l)$$

dem Produkt $\tilde{\mu}_K(S_R, \alpha)$ aus Radlast und Kraftschluss gemäß (3.13) und dem (um den Rollwiderstand) reduzierten nichtlinearen Zugkraftanteil F_{nl0} gemäß (3.16).

2. „Bindeglied“ zwischen Antriebsstrang und Fahrwiderständen:

$$M_{Rad}(t) = r_{Rad0} \cdot \left(\text{sgn}(\tilde{S}_R) \cdot \tilde{\mu}_K(S_R, \alpha) + F_R(v, \alpha) \right). \quad (4.2m)$$

3. Ausgangsgleichungen:

$$\begin{pmatrix} \omega_{S1}(t) \\ \omega_{S2}(t) \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} i_{R1} & (1 - i_{R1}) \\ i_{R2} & (1 - i_{R2}) \end{pmatrix}}_{:= {}^K\mathbf{C}} \cdot \begin{pmatrix} \omega_R(t) \\ \omega_P(t) \end{pmatrix}, \quad (4.2n)$$

$$\omega_{Rad}(t) = \frac{\omega_{W6}(t)}{i_{end}}, \quad (4.2o)$$

$$\omega_{SVKM}(t) = \begin{cases} \omega_{VKM}(t) - \omega_R(t) & \text{für nicht geschl. Kupplung zw. Ver-} \\ & \text{brennungskraftmasch. und Hohlrad} \\ 0 & \text{für geschl. Kupplung zw. Verbren-} \\ & \text{nungskraftmasch. und Hohlrad,} \end{cases} \quad (4.2p)$$

$$\omega_{SKM1}(t) = \frac{i_{R2}}{i_{N24}} \cdot \omega_R(t) + \frac{1 - i_{R2}}{i_{N24}} \cdot \omega_P(t) - i_{N56} \cdot \omega_{W6}(t) \quad (4.2q)$$

und

$$\omega_{SKM2}(t) = \omega_P(t) - i_{N16} \cdot \omega_{W6}(t), \quad (4.2r)$$

wobei nur die wesentlichen Winkelgeschwindigkeiten beziffert werden. ${}^K\mathbf{C}$ ist dabei das neu definierte Formelzeichen für die Ausgangsmatrix des Kerns.

Für den Fall, dass die Kupplung zwischen Verbrennungskraftmaschine und Hohlrad nicht geschlossen ist, lässt sich aus diesem Gleichungssystem das in Bild 4.1 dargestellte Struk-

turbild konstruieren, wobei die gestrichelten Linien und Strichpunktlinien zunächst zu ignorieren sind. Dunkel hinterlegt sind darin die in Kapitel 2 beschriebenen Komponenten des Antriebsstrangs. Dabei veranschaulicht der obere Rahmen die erste Zeile von (4.2a), welche der Verbrennungskraftmaschine zuzuordnen ist. Im zweiten Rahmen werden die Zeilen zwei und drei der Bewegungsdifferentialgleichung (4.2a), sowie die Ausgangsgleichung (4.2n) wiedergegeben. Gemeinsam beschreiben diese ein Teilsystem des Antriebsstrangs, bestehend aus dem Kern und den Wellen 2 und 4 des Nachschaltsatzes. Um die Dynamik dieses Teilsystems aus Platzgründen in einer kompakten Form darzustellen, wurde dessen Zustandsbeschreibung direkt in das Strukturbild übernommen. Im Allgemeinen schränkt die gewählte Darstellungsweise die Aussagekraft eines Strukturbildes dahingehend ein, dass zunächst nicht direkt abgelesen werden kann, welche Eingangsgrößen auf welche Zustandsgrößen überhaupt Einfluss nehmen. Somit ist eine wesentliche Eigenschaft der Struktur zunächst nicht sichtbar. Daher ist an eine bereits erwähnte, im Anhang A.1 nachgewiesene Eigenschaft der Matrix ${}^{A1}\mathbf{B}$ zu erinnern. Sie kann nämlich kein Element besitzen, das unabhängig von den Systemparametern den Wert Null aufweist, so dass von einer Vollbesetzung der Matrix auszugehen ist. Das bedeutet wiederum, dass alle fünf Eingangsgrößen des Blocks einen mehr oder weniger starken Einfluss auf beide Zustandsgrößen des Blocks haben. Der dritte dunkle Rahmen gilt der letzten Zeile von (4.2a) und den Ausgangsgleichungen (4.2o), (4.2q) und (4.2r) und ist somit den Wellen 1, 3, 5 und 6 des Nachschaltsatzes und dem gesamten hinteren Teil des Antriebsstrangs vom Differentialgetriebe bis einschließlich der Räder gewidmet. In dem hell hinterlegten Bereich wird die aus Reifenschlupf und Fahrwiderständen resultierende Bewegungsdifferentialgleichung (4.2k) inklusive des Bindeglieds zu dem Antriebsstrang (4.2m) abgebildet. Für die nicht geschlossenen Kupplungen, welche durch die Gleichungen (4.2e) bis (4.2g) beschrieben werden, stehen die außerhalb der eingefärbten Rahmen befindlichen nichtlinearen Übertragungsglieder Pate. Die gestrichelten Linien und Strichpunktlinien haben für nicht geschlossene Kupplungen keine Gültigkeit.

Für den Fall, dass keine der Kupplungen geschlossen ist, ist das Strukturbild vollständig erläutert. Dessen Gültigkeit lässt sich aber auch auf den Fall ausdehnen, dass mindestens eine oder sogar alle Kupplungen geschlossen ist bzw. sind. Schließlich gelten die Gleichungen für Fahrwiderstände und Reifenschlupf (samt Bindeglied zum Antriebsstrang), welche innerhalb des hell hinterlegten Rahmens grafisch veranschaulicht werden, unabhängig von den Kupplungs-Schaltzuständen. Gleiches gilt auch für die in das Strukturbild eingeflossenen Gleichungen zwischen den Winkelgeschwindigkeiten. Dass auch die Gültigkeit der in den dunkel hinterlegten Rahmen veranschaulichten Differentialgleichungen des

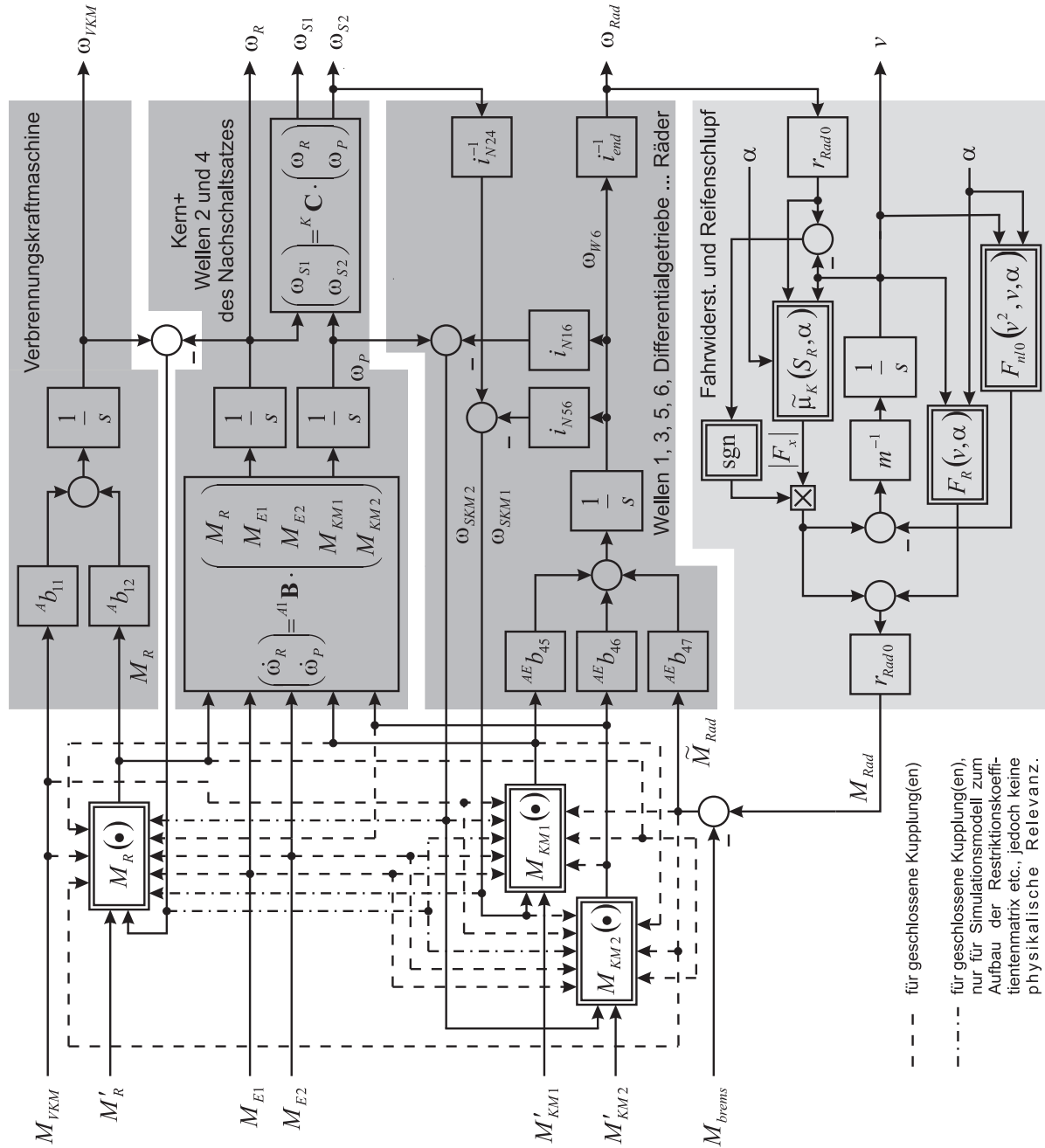


Bild 4.1: Struktur des gesamten Antriebs (vgl. (2.55), Abschnitt 2.4.2.5 für geschlossene Kupplungen)

Antriebsstrangs nicht durch die Kupplungs-Schaltzustände beeinflusst wird, wurde bereits in Abschnitt 2.4.2.5 bei der Herleitung einer allgemein gültigen Vektorgleichung für den gesamten Antriebsstrang erwähnt. Hinsichtlich der Drehmomente im Antriebsstrang beeinflusst der Schaltzustand einer Kupplung lediglich, ob das über sie übertragene Kupplungsmoment im nicht geschlossenen Zustand durch den Anpressdruck – und somit durch die entsprechende Eingangsgröße M'_R , M'_{KM1} oder M'_{KM2} – beeinflusst wird, oder ob dieses im geschlossenen Zustand, wie bereits im Abschnitt 2.4.2.1 beschrieben, einen von den äußeren Drehmomenten des Antriebsstrangs und ggf. von den Kupplungsmomenten nicht geschlossener Kupplungen abhängigen Wert annimmt. Fasst man also die Kupplungsmomente mathematisch als Funktionen anderer Systemgrößen auf, so ändert sich mit dem Schaltzustand der Kupplung das Argument der jeweiligen Funktion. Deshalb wurden die Argumente in dem Strukturbild nicht explizit angegeben, sondern durch einen neutralen Platzhalter ersetzt.

Von welchen Drehmomenten die Kupplungsmomente geschlossener Kupplungen physikalisch abhängen, ist schon beim Anblick von Bild 1.4 leicht zu erahnen. In jedem Fall hängen diese von den Drehmomenten M_{E1} und M_{E2} der beiden Elektromaschinen ab. Ist eine der beiden Abtriebskupplungen KM1 oder KM2 geschlossen, so hängt deren Moment außerdem noch vom Brutto-Radmoment \tilde{M}_{Rad} und von den Kupplungsmomenten der anderen nicht geschlossenen Kupplungen ab. Falls die Kupplung zwischen Verbrennungskraftmaschine und Hohlrad geschlossen ist, wird/werden das/die Kupplungsmoment/e der geschlossenen Abtriebskupplung/en noch durch das Drehmoment M_{VKM} der Verbrennungskraftmaschine beeinflusst. Weitere Einflussfaktoren des Kupplungsmoments der geschlossenen Kupplung zwischen Verbrennungskraftmaschine und Hohlrad sind das/die Kupplungsmoment/e der nicht geschlossenen Abtriebskupplung/en und das Drehmoment der Verbrennungskraftmaschine. Wenn mindestens eine der Abtriebskupplungen geschlossen ist, gehört auch das Brutto-Radmoment \tilde{M}_{Rad} zu den Einflussfaktoren des Kupplungsmoments M_R .

Im Strukturbild wird die Wirkung dieser physikalischen Einflussfaktoren auf die Kupplungsmomente geschlossener Kupplungen durch gestrichelte Linien (nicht durch Strichpunktlinien) angedeutet. Diese Zusammenhänge werden auch durch die in Abschnitt 2.4.2.5 hergeleitete allgemein gültige Vektorgleichung für den gesamten Antriebsstrang (2.55) wiedergespiegelt. Mit deren Hilfe lässt sich das Strukturbild in Bild 4.1 direkt in ein blockorientiertes Simulationsmodell umsetzen, welches zur Simulation des gesamten Antriebs bei allen möglichen Schaltzustands-Kombinationen herangezogen werden kann. Ohne Bedeutung sind dabei die ersten vier Zeilen der Vektorgleichung, da diese bereits im restlichen Strukturbild umgesetzt sind. Die restlichen Zeilen werden in den Kupplungsblöcken

zur Berechnung der Kupplungsmomente umgesetzt. Wie auch aus den obigen Ausführungen hervor geht, hängt die Zusammensetzung des Vektors der unabhängigen Kupplungsmomente ${}^u\mathbf{m}$ von den Schaltzuständen sämtlicher Kupplungen ab. Gleiches gilt für die Zusammensetzung der Restriktionskoeffizienten-Matrix Ψ und der Matrizen ${}^a\mathbf{B}$ und ${}^u\mathbf{B}$. Deshalb benötigen die Kupplungsblöcke im Simulationsmodell auch Informationen über die Schaltzustände der anderen Kupplungen. Diese Informationen lassen sich aus den physikalisch sonst nicht relevanten Schlupf-Winkelgeschwindigkeiten der anderen Kupplungen gewinnen, was im Strukturbild durch Strichpunktlinien angedeutet wird.

Wie soeben gezeigt wurde, beschränkt sich die Gültigkeit des in Bild 4.1 illustrierten Strukturbildes nicht auf den Fall maximaler Ordnung. Es kann den gesamten Antrieb vollständig – d. h. für alle möglichen Schaltzustands-Kombinationen – beschreiben. Mit jeder geschlossenen Kupplung reduziert sich jedoch bekanntlich die Ordnung des Systems um Eins, so dass der gesamte Antrieb auch durch ein überschaubareres Strukturbild beschrieben werden kann. Bevor in dem kommenden Abschnitt die Strukturbilder für das Fahren in einem der beiden Modi gezeigt wird, wird an dieser Stelle noch das Strukturbild in Bild 4.2 erläutert, welches ebenfalls aus dem Gleichungssystem (4.2) konstruiert werden kann. Die durchgezogenen Linien betreffen den Fall, dass die Kupplung zwischen Verbrennungskraftmaschine und Hohlrad geschlossen ist, die Abtriebskupplungen KM1 und KM2 aber nicht geschlossen sind.

In diesem Fall gleichen sich die Winkelgeschwindigkeiten ω_{VKM} der Verbrennungskraftmaschine und ω_R des Hohlrades, so dass nur noch einer der beiden Winkelgeschwindigkeiten der Status einer Zustandsgröße zukommt. So fusionieren die oberen beiden Blöcke des Strukturbildes in Bild 4.1 zum oberen Block des Strukturbildes in Bild 4.2, welcher dann die Gesamtheit aus der Verbrennungskraftmaschine, dem Kern und den Wellen 2 und 4 des Nachschaltsatzes beschreibt. Er korrespondiert zu den ersten beiden Zeilen der Zustandsdifferentialgleichung (4.2a) und der Ausgangsgleichung des Kerns (4.2n). Gemäß Anhang A.2 ist von Vollbesetzung der Matrix ${}^{A2}\mathbf{B}$ auszugehen, so dass alle fünf Eingangsgrößen des Blocks auf jede dessen (zwei) Zustandsgrößen wirkt. Alle anderen Blöcke des Bildes 4.1 werden unverändert, ohne dass sich an ihrer Bedeutung etwas ändert, in Bild 4.2 übernommen.

Auch hier lässt sich die Gültigkeit des Strukturbildes durch die gestrichelten Linien auf den Fall ausdehnen, dass eine oder sogar beide Abtriebskupplungen geschlossen ist bzw. sind. Die Strichpunktlinien sind wieder für ein blockorientiertes Simulationsmodell relevant, welches durch Implementierung der entsprechenden Zeilen der allgemein gültigen

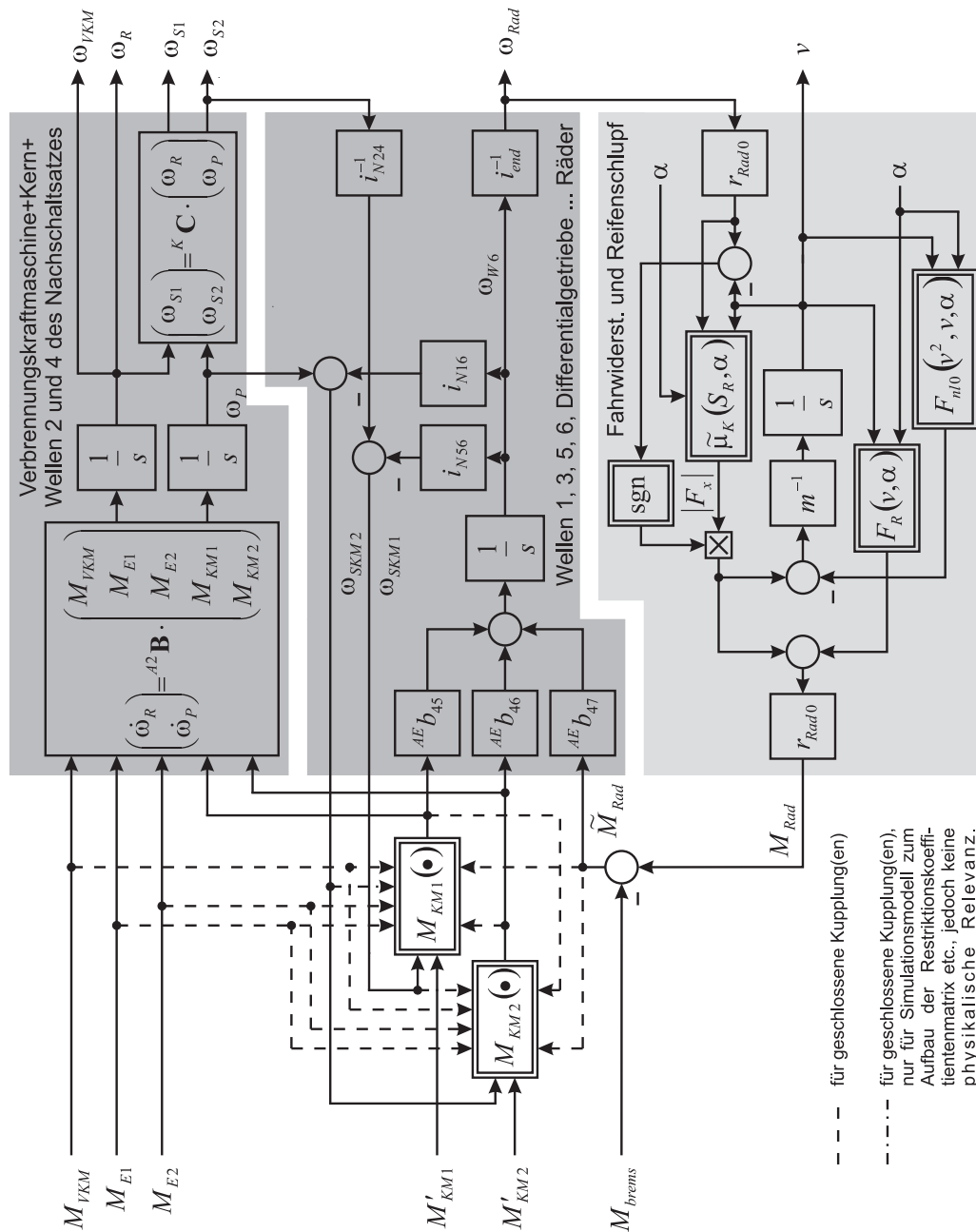


Bild 4.2: Struktur des gesamten Antriebs bei geschlossener Kupplung zwischen Verbrennungskraftmaschine und Hohlrad (vgl. (2.55), Abschnitt 2.4.2.5 für weitere geschlossene Kupplungen)

Vektorgleichung (2.55) in die Kupplungsblöcke in der Lage ist, den gesamten Antrieb bei geschlossener Kupplung zwischen Verbrennungskraftmaschine und Hohlrad, sonst aber beliebigen Kupplungs-Schaltzuständen zu simulieren.

4.3 Der gesamte Antrieb in einem der Modi

Die für beide Modi gültige verallgemeinerte Zustandsbeschreibung des gesamten Antriebs aus dem Abschnitt 2.4.3, bestehend aus den Gleichungssystemen (2.60) und (2.61), liefert gemeinsam mit der Gleichung (3.15) für die Fahrwiderstände, dem Bindeglied (3.17) und dem Reifenschlupf gemäß (3.10) ein Gleichungssystem für den gesamten Antrieb, welches folgendermaßen gegliedert werden kann:

1. Verallgemeinerte Bewegungsdifferentialgleichungen

a) des Antriebsstrangs:

$${}^{Mx}\dot{\mathbf{x}} = {}^{Mx}\mathbf{B} \cdot \begin{pmatrix} {}^{A1}\mathbf{u}(t) \\ M_{KM_y}(t) \\ \tilde{M}_{Rad}(t) \end{pmatrix} \quad (4.3a)$$

mit dem Zustandsvektor ${}^{Mx}\mathbf{x}$ gemäß (4.2b), dem Unter-Eingangsvektor ${}^{A1}\mathbf{u}(t)$ gemäß (4.2c), welcher (bedingt) auch das Kupplungsmoment

$$M_R(t) = \text{sgn}(\omega_{SVKM}(t)) \cdot M'_R(t) \quad (4.3b)$$

beinhaltet, dem Brutto-Radmoment

$$\tilde{M}_{Rad}(t) = M_{Rad}(t) - M_{brem_s}(t), \quad (4.3c)$$

dem verallgemeinerten Kupplungsmoment M_{KM_y} gemäß (2.62d), welches man mit

$$M'_{KM_y}(t) = \begin{cases} M'_{KM_2}(t) & \text{für Mode 1} \\ M'_{KM_1}(t) & \text{für Mode 2} \end{cases} \quad (4.3d)$$

auch durch

$$M_{KM_y}(t) = \text{sgn}(\omega_{SKM_y}(t)) \cdot M'_{KM_y}(t), \quad (4.3e)$$

ausdrücken kann, und der Eingangsmatrix:

$${}^{Mx}\mathbf{B} = \begin{cases} {}^{Mxe}\mathbf{B} & \text{für nicht geschlossene Kupplung zwischen Ver-} \\ & \text{brennungskraftmaschine und Hohlrad} \\ {}^{Mxv}\mathbf{B} & \text{für geschlossene Kupplung zwischen Verbren-} \\ & \text{nungskraftmaschine und Hohlrad} \end{cases} \quad (4.3f)$$

mit

$${}^{Mxe}\mathbf{B} = \begin{pmatrix} \frac{1}{J_{VKM}} & -\frac{1}{J_{VKM}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{0} & & & {}^{Mxu}\mathbf{B} & & \end{pmatrix} \quad (4.3g)$$

und den verallgemeinerten (Unter-) Eingangsmatrizen ${}^{Mxu}\mathbf{B}$ gemäß (2.62a) und ${}^{Mxv}\mathbf{B}$ gemäß (2.62b),

b) aus Fahrwiderständen und Reifenschlupf:

$$\dot{v}(t) = \frac{1}{m} \cdot \left(\operatorname{sgn}(\tilde{S}_R) \cdot \tilde{\mu}_K(S_R, \alpha) - F_{nl0}(t) \right) \quad (4.3h)$$

mit dem Reifenschlupf

$$S_R(t) = \begin{cases} \frac{r_{Rad0} \cdot \omega_{Rad}(t) - v(t)}{r_{Rad0} \cdot \omega_{Rad}(t)} & \text{beim Antreiben} \\ \frac{v(t) - r_{Rad0} \cdot \omega_{Rad}(t)}{v(t)} & \text{beim Bremsen} \end{cases}, \quad (4.3i)$$

dem Produkt $\tilde{\mu}_K(S_R, \alpha)$ aus Radlast und Kraftschluss gemäß (3.13) und dem (um den Rollwiderstand) reduzierten nichtlinearen Zugkraftanteil F_{nl0} gemäß (3.16).

2. „Bindeglied“ zwischen Antriebsstrang und Fahrwiderständen:

$$M_{Rad}(t) = r_{Rad0} \cdot \left(\operatorname{sgn}(\tilde{S}_R) \cdot \tilde{\mu}_K(S_R, \alpha) + F_R(v, \alpha) \right). \quad (4.3j)$$

3. (Verallgemeinerte) Ausgangsgleichungen:

$$\begin{pmatrix} \omega_{S1}(t) \\ \omega_{S2}(t) \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} i_{R1} & (1 - i_{R1}) \\ i_{R2} & (1 - i_{R2}) \end{pmatrix}}_{:= {}^K\mathbf{C}} \cdot \begin{pmatrix} \omega_R(t) \\ \omega_P(t) \end{pmatrix}, \quad (4.3k)$$

$$\begin{pmatrix} \omega_{Rad}(t) \\ \omega_{SKMy}(t) \end{pmatrix} = {}^{Nx}\mathbf{C} \cdot \begin{pmatrix} \omega_R(t) \\ \omega_P(t) \end{pmatrix} \quad (4.3l)$$

und

$$\omega_{SVKM}(t) = \omega_{VKM}(t) - \omega_R(t) \quad \text{für nicht geschlossene Kupplung} \quad (4.3m)$$

zwischen Verbrennungskraftmaschine und Hohlrad. Dabei bezeichnet ω_{SKMy} die verallgemeinerte Schlupf-Winkelgeschwindigkeit gemäß (2.62e) und ${}^{Nx}\mathbf{C}$ die verallgemeinerte Ausgangsmatrix gemäß (2.62c).

Für den Fall, dass die Kupplung zwischen Verbrennungskraftmaschine und Hohlrad nicht geschlossen ist, lässt sich aus diesem Gleichungssystem das in Bild 4.3 dargestellte Strukturbild konstruieren, wobei die gestrichelten Linien und Strichpunktlinien zunächst zu ignorieren sind. Die Komponenten des Antriebsstrangs sind wieder dunkel hinterlegt und dieses Mal auf zwei Rahmen aufgeteilt. Dabei veranschaulicht der obere Rahmen die erste Zeile von (4.3a), welche auch hier der Verbrennungskraftmaschine zuzuordnen ist. Im zweiten Rahmen werden die Zeilen zwei und drei der Bewegungsdifferentialgleichung (4.3a), sowie die Ausgangsgleichungen (4.3k) und (4.3l) wiedergegeben. Gemeinsam beschreiben diese den restlichen Antriebsstrang vom Kern bis einschließlich der Räder. Aufgrund der in den Anhängen A.3 und A.4 nachgewiesenen Eigenschaft der Matrizen ${}^{M1u}\mathbf{B}$ und ${}^{M2u}\mathbf{B}$ ist von einer Vollbesetzung der Matrix ${}^{Mxu}\mathbf{B}$ auszugehen. Alle fünf Eingangsgrößen des Blocks wirken daher auf beide Zustandsgrößen des Blocks. Bei der grafischen Veranschaulichung der Ausgangsgleichungen weist die gestrichelte Darstellung eines Zweigs darauf hin, dass dieser nur in Mode 1 existiert. In dem bereits aus den vorherigen Strukturbildern vertrauten hell hinterlegten Bereich wird die aus Reifenschlupf und Fahrwiderständen resultierende Bewegungsdifferentialgleichung (4.3h) inklusive des Bindeglieds zu dem Antriebsstrang (4.3j) abgebildet. Für die nicht geschlossenen Kupplungen, welche durch die Gleichungen (4.3b) und (4.3e) beschrieben werden, stehen die außerhalb der eingefärbten Rahmen befindlichen nichtlinearen Übertragungsglieder Pate. Die gestrichelten Linien und Strichpunktlinien sind für nicht geschlossene Kupplungen nicht relevant.

4.3 Der gesamte Antrieb in einem der Modi

99

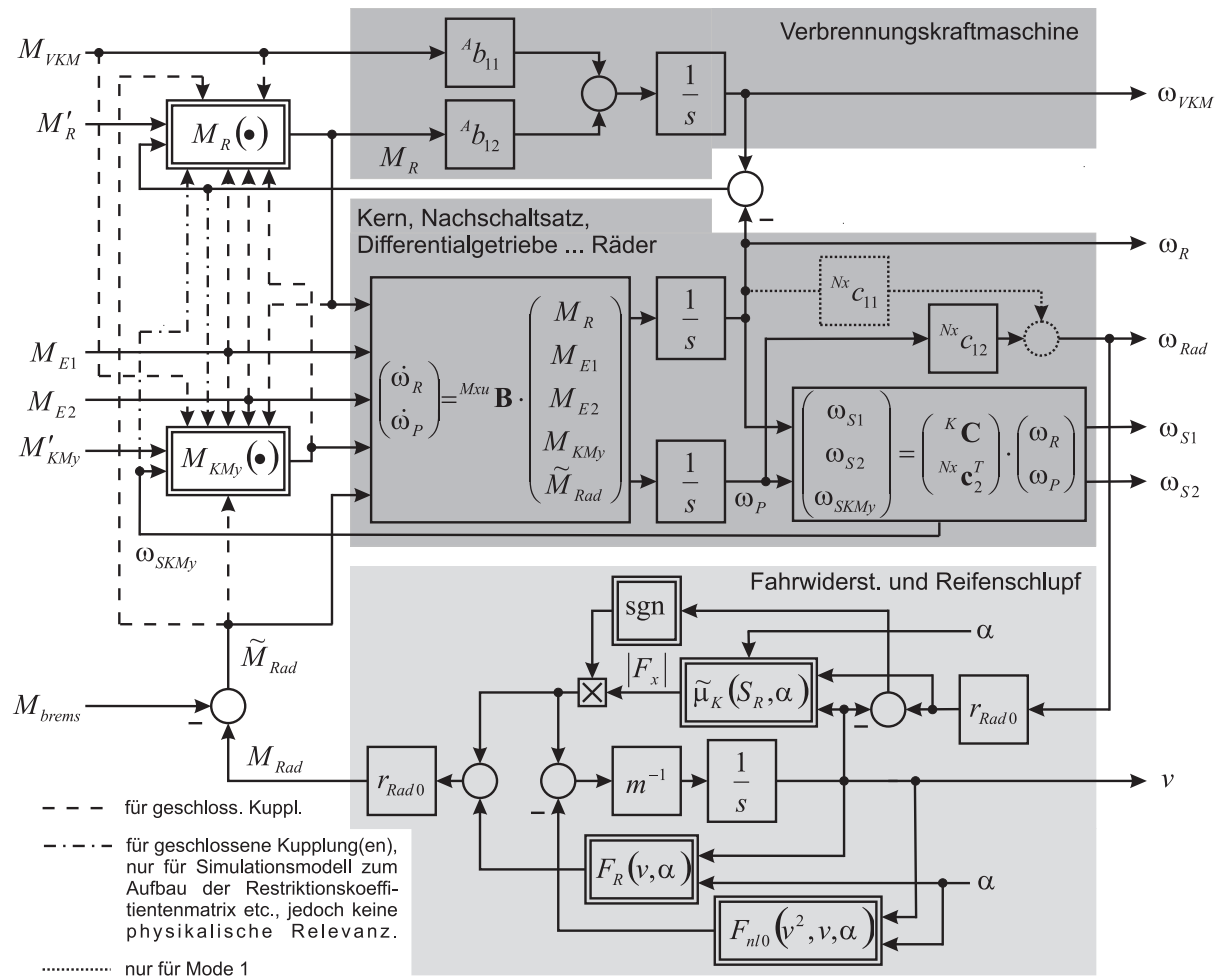


Bild 4.3: Struktur des gesamten Antriebs in Mode 1 bzw. Mode 2 (vgl. (2.55), Abschnitt 2.4.2.5 für weitere geschlossene Kupplungen)

Wie sich die Gültigkeit des Strukturbildes mit Hilfe der gestrichelten Linien auf den Fall weiterer geschlossener Kupplungen ausdehnen lässt, muss an dieser Stelle nicht mehr erklärt werden. Es gelten nämlich die gleichen Aussagen wie im vorherigen Abschnitt; mit der Randbedingung, dass eine der Abtriebskupplungen stets geschlossen ist. Die Strichpunktlinien deuten wieder die in einem blockorientierten Simulationsmodell zum Aufbau der Restriktionskoeffizienten-Matrix und weiterer Matrizen benötigten Zusatzinformationen an.

Für eine geschlossene Kupplung zwischen Verbrennungskraftmaschine und Hohlrad, eine geschlossene und eine nicht geschlossene Abtriebskupplung lässt sich aber auch ein noch überschaubareres Strukturbild angeben. Es ist in Bild 4.4 dargestellt. Außerhalb der eingefärbten Rahmen befindliche gestrichelte Linien erweitern die Gültigkeit des Strukturbildes auf den Fall, dass sämtliche Kupplungen geschlossen sind. Neben dem bereits vertrauten hellen Rahmen gibt es nur noch einen dunklen Rahmen für den gesamten Antriebsstrang. Die in den Anhängen A.3 und A.4 nachgewiesene Eigenschaft der Matrizen $^{M1v}\mathbf{B}$ und $^{M2v}\mathbf{B}$ lässt eine Vollbesetzung der Matrix $^{Mxv}\mathbf{B}$ unterstellen und legt somit wieder nahe, dass alle fünf Eingangsgrößen des Blocks auf beide Zustandsgrößen des Blocks wirken. Bei der grafischen Veranschaulichung der Ausgangsgleichungen ist der nur in Mode 1 existierende Zweig wieder durch eine gestrichelte Linie kenntlich gemacht.

4.4 Approximative verallgemeinerte Beschreibung beider Modi zur Reglersynthese

In diesem Abschnitt wird eine für beide Modi gültige approximative Beschreibung des gesamten Antriebs *bei geschlossener Kupplung zwischen Verbrennungskraftmaschine und Hohlrad* hergeleitet. Diese soll später den Entwurf der Regelungen für den „normalen Fahrbetrieb“ – d. h. den Betrieb des Antriebs in einem der beiden Modi bei geschlossener Kupplung zwischen Verbrennungskraftmaschine und Hohlrad – erleichtern.

Zur Herleitung der approximativen Beschreibung wird das Brutto-Radmoment \tilde{M}_{Rad} etwas anders ausgedrückt. Ausgangspunkt sei dabei die Annahme, dass das Fahrzeug angetrieben, nicht gebremst wird. Damit erhält man aus der Definition des Reifenschlupfs (3.10) die gefahrene Geschwindigkeit

$$v(t) = (1 - S_R(t)) \cdot r_{Rad0} \cdot \omega_{Rad}(t) \quad (4.4a)$$

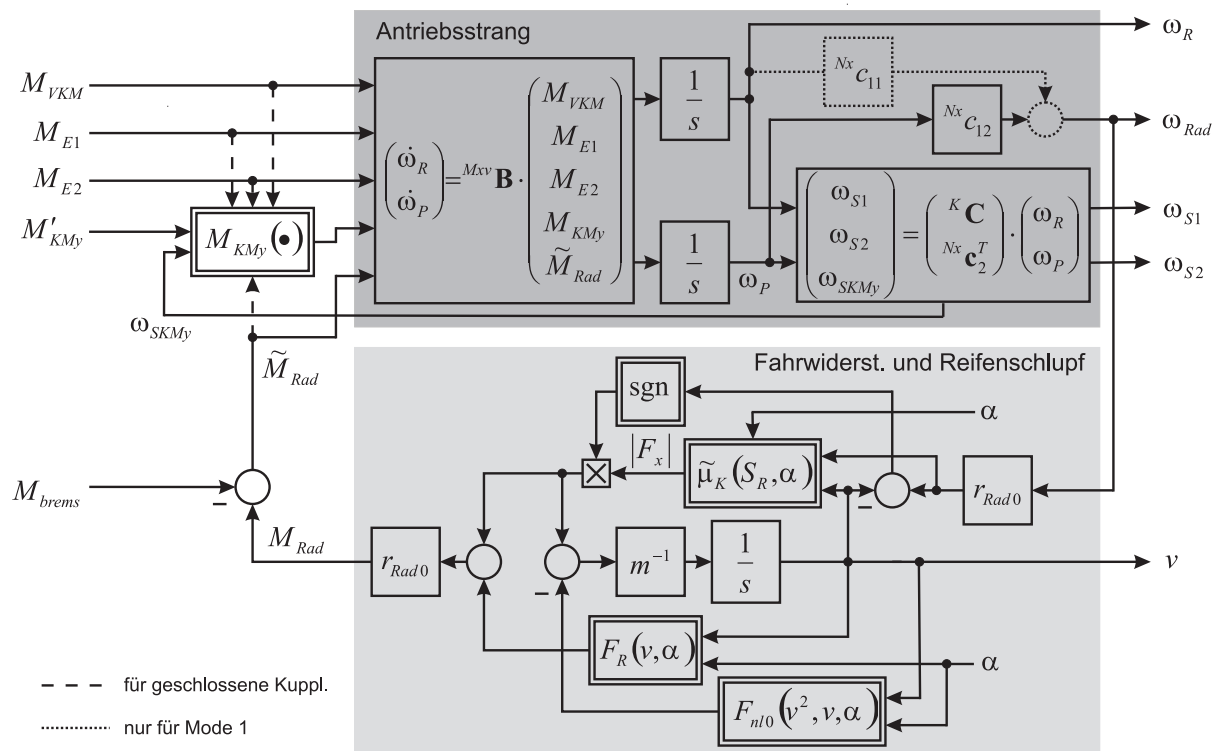


Bild 4.4: Struktur des gesamten Antriebs in Mode 1 bzw. Mode 2 bei geschlossener Kupplung zwischen Verbrennungskraftmaschine und Hohlrad (vgl. (2.55), Abschnitt 2.4.2.5 für weitere geschlossene Kupplungen)

und somit die Beschleunigung

$$\dot{v}(t) = r_{Rad0} \cdot \left((1 - S_R(t)) \cdot \dot{\omega}_{Rad}(t) - \omega_{Rad}(t) \cdot \dot{S}_R(t) \right). \quad (4.4b)$$

Damit ergibt sich nun aus (2.38) mit (3.9):

$$\begin{aligned} \tilde{M}_{Rad}(t) = m \cdot r_{Rad0}^2 \cdot \left((1 - S_R(t)) \cdot \dot{\omega}_{Rad}(t) - \omega_{Rad}(t) \cdot \dot{S}_R(t) \right) + \\ + r_{Rad0} \cdot F_{nl}(t) - M_{brems}. \end{aligned} \quad (4.5)$$

Nun kann (4.5) in (2.60a) eingesetzt werden. So ergibt sich unter Berücksichtigung von (3.8), (3.4), (3.6), (4.4a), (4.4b) und (2.61b) eine Zustandsdifferentialgleichung für den gesamten Antriebsstrang, die bei geschlossener Kupplung zwischen Verbrennungskraftmaschine und Hohlrad – gemeinsam mit (4.4b) – eine Äquivalenz zu dem Gleichungssystem bestehend aus (4.3a), (4.3c), (4.3h) und (4.3j) darstellt. Sie lautet:

$${}^{Mx}\dot{\mathbf{x}}(t) = {}^{RxS}\mathbf{a}(\mathbf{x}(t)) + {}^{RxS}\mathbf{B} \cdot {}^{Rx}\mathbf{u}(t) + {}^{RxS}\mathbf{E} \cdot {}^{Rx}\mathbf{z}(t) + {}^{RxS}\mathbf{k}(\mathbf{x}(t)) \quad (4.6a)$$

mit

$$\begin{aligned} {}^{RxS}\mathbf{a}(\mathbf{x}(t)) = & \left(\mathbf{I} - {}^{Mxv}\mathbf{b}_5 \cdot m \cdot r_{Rad0}^2 \cdot (1 - S_R(t)) \cdot {}^{Nx}\mathbf{c}_1^T \right)^{-1} \cdot \\ & \cdot {}^{Mxv}\mathbf{b}_5 \cdot \frac{\rho \cdot c_x \cdot A \cdot r_{Rad0}^2}{2} \cdot (1 - S_R(t)) \cdot {}^{Nx}\mathbf{c}_1^T \cdot {}^{Mx}\mathbf{x}(t) \cdot \\ & \cdot \left(r_{Rad0} \cdot (1 - S_R(t)) \cdot {}^{Nx}\mathbf{c}_1^T \cdot {}^{Mx}\mathbf{x}(t) - 2 \cdot \cos(\tau_W(t)) \cdot v_W(t) \right), \end{aligned} \quad (4.6b)$$

$${}^{Rx}\mathbf{u}(t) = \begin{pmatrix} M_{E1}(t) \\ M_{E2}(t) \end{pmatrix}, \quad (4.6c)$$

$${}^{RxS}\mathbf{B} = \left(\mathbf{I} - {}^{Mxv}\mathbf{b}_5 \cdot m \cdot r_{Rad0}^2 \cdot (1 - S_R(t)) \cdot {}^{Nx}\mathbf{c}_1^T \right)^{-1} \cdot \begin{bmatrix} {}^{Mxv}\mathbf{b}_2 & {}^{Mxv}\mathbf{b}_3 \end{bmatrix}, \quad (4.6d)$$

$${}^{Rx}\mathbf{z}(t) = \begin{pmatrix} M_{VKM}(t) \\ M_{KMy}(t) \\ M_{brems}(t) \\ F_R(v, \alpha) \\ F_{St}(\alpha) \\ v_W^2(t) \end{pmatrix}, \quad (4.6e)$$

dem verallgemeinerten Kupplungsmoment M_{KMy} gemäß (2.62d), dem Radwiderstand

$F_R(v, \alpha)$ gemäß (3.2), dem Steigungswiderstand $F_{St}(\alpha)$ gemäß (3.7),

$${}^{RxS}\mathbf{E} = \left(\mathbf{I} - {}^{Mxv}\mathbf{b}_5 \cdot m \cdot r_{Rad0}^2 \cdot (1 - S_R(t)) \cdot {}^{Nx}\mathbf{c}_1^T \right)^{-1} \cdot \begin{bmatrix} {}^{Mxv}\mathbf{b}_1 & {}^{Mxv}\mathbf{b}_4 & -{}^{Mxv}\mathbf{b}_5 & {}^{Mxv}\mathbf{b}_5 \cdot r_{Rad0} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & \frac{\rho \cdot c_x \cdot A}{2} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad (4.6f)$$

und

$${}^{RxS}\mathbf{k}(\mathbf{x}(t)) = - \left(\mathbf{I} - {}^{Mxv}\mathbf{b}_5 \cdot m \cdot r_{Rad0}^2 \cdot (1 - S_R(t)) \cdot {}^{Nx}\mathbf{c}_1^T \right)^{-1} \cdot {}^{Mxv}\mathbf{b}_5 \cdot m \cdot r_{Rad0}^2 \cdot {}^{Nx}\mathbf{c}_1^T \cdot {}^{Mx}\mathbf{x}(t) \cdot \dot{S}_R(t). \quad (4.6g)$$

Dabei bezeichnet ${}^{Mxv}\mathbf{b}_i$ den i -ten Spaltenvektor der Matrix ${}^{Mxv}\mathbf{B}$ gemäß (2.62b) und ${}^{Nx}\mathbf{c}_1^T$ den ersten Zeilenvektor der verallgemeinerten Ausgangsmatrix ${}^{Nx}\mathbf{C}$ gemäß (2.62c).

Wie aus Anhang D.2 ersichtlich, variieren die vom Reifenschlupf S_R abhängigen Matrizen innerhalb des Schlupf-Intervalls $S_R \in [0, S_{RC}]$ nur relativ geringfügig, so dass beim Betrieb innerhalb des Intervalls – zumindest bei der Reglersynthese – vereinfachend $S_R = 0$ angenommen werden kann. Im aperiodischen Fall wird man ferner durch $\dot{S}_R = 0$ vereinfachen dürfen, weil anderenfalls eine monotone Änderung des Reifenschlupfs zum Verlassen des angenommenen Schlupf-Intervalls und zum „Durchdrehen“ der Antriebsräder führen würde. Bei der Reglersynthese für den „normalen Fahrbetrieb“ (bei geschlossener Kuppelung zwischen Verbrennungskraftmaschine und Hohlrad) innerhalb des Schlupf-Intervalls $S_R \in [0, S_{RC}]$ wird man deshalb von einer *approximativen Beschreibung* des gesamten Antriebs ausgehen dürfen, die sich folgendermaßen gliedern lässt:

1. Verallgemeinerte Zustandsdifferentialgleichung:

$${}^{Mx}\dot{\mathbf{x}}(t) = {}^{Rx}\mathbf{a}(\mathbf{x}(t)) + {}^{Rx}\mathbf{B} \cdot {}^{Rx}\mathbf{u}(t) + {}^{Rx}\mathbf{E} \cdot {}^{Rx}\mathbf{z}(t) \quad (4.7a)$$

mit

$$\begin{aligned} {}^{Rx}\mathbf{a}(\mathbf{x}(t)) &= \left(\mathbf{I} - {}^{Mxv}\mathbf{b}_5 \cdot m \cdot r_{Rad0}^2 \cdot {}^{Nx}\mathbf{c}_1^T \right)^{-1} \cdot \\ &\quad \cdot {}^{Mxv}\mathbf{b}_5 \cdot \frac{\rho \cdot c_x \cdot A \cdot r_{Rad0}^2}{2} \cdot {}^{Nx}\mathbf{c}_1^T \cdot {}^{Mx}\mathbf{x}(t) \cdot \\ &\quad \cdot \left(r_{Rad0} \cdot {}^{Nx}\mathbf{c}_1^T \cdot {}^{Mx}\mathbf{x}(t) - 2 \cdot \cos(\tau_W(t)) \cdot v_W(t) \right), \end{aligned} \quad (4.7b)$$

${}^{Rx}\mathbf{u}$ gemäß (4.6c), ${}^{Rx}\mathbf{z}$ gemäß (4.6e) und den konstanten Matrizen

$${}^{Rx}\mathbf{B} = \left(\mathbf{I} - {}^{Mxv}\mathbf{b}_5 \cdot m \cdot r_{Rad0}^2 \cdot {}^{Nx}\mathbf{c}_1^T \right)^{-1} \cdot \begin{bmatrix} {}^{Mxv}\mathbf{b}_2 & {}^{Mxv}\mathbf{b}_3 \end{bmatrix} \quad (4.7c)$$

und

$${}^{Rx}\mathbf{E} = \left(\mathbf{I} - {}^{Mxv}\mathbf{b}_5 \cdot m \cdot r_{Rad0}^2 \cdot {}^{Nx}\mathbf{c}_1^T \right)^{-1} \cdot \left[{}^{Mxv}\mathbf{b}_1 \quad {}^{Mxv}\mathbf{b}_4 \quad -{}^{Mxv}\mathbf{b}_5 \quad {}^{Mxv}\mathbf{b}_5 \cdot r_{Rad0} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & \frac{\rho \cdot c_x \cdot A}{2} \end{bmatrix} \right], \quad (4.7d)$$

wobei ${}^{Mxv}\mathbf{b}_i$ den i -ten Spaltenvektor der Matrix ${}^{Mxv}\mathbf{B}$ gemäß (2.62b) und ${}^{Nx}\mathbf{c}_1^T$ den ersten Zeilenvektor der verallgemeinerten Ausgangsmatrix ${}^{Nx}\mathbf{C}$ gemäß (2.62c) bezeichnet.

2. (Verallgemeinerte) Ausgangsgleichungen:

$$\begin{pmatrix} \omega_{S1}(t) \\ \omega_{S2}(t) \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} i_{R1} & (1 - i_{R1}) \\ i_{R2} & (1 - i_{R2}) \end{pmatrix}}_{= {}^K\mathbf{C}} \cdot \begin{pmatrix} \omega_R(t) \\ \omega_P(t) \end{pmatrix} \quad (4.7e)$$

und

$$\begin{pmatrix} \omega_{Rad}(t) \\ \omega_{SKMy}(t) \end{pmatrix} = {}^{Nx}\mathbf{C} \cdot \begin{pmatrix} \omega_R(t) \\ \omega_P(t) \end{pmatrix} \quad (4.7f)$$

mit ${}^{Nx}\mathbf{C}$ gemäß (2.62c).

Die Zustandsdifferentialgleichung der approximativen Beschreibung des gesamten Antriebs (4.7), welche ein *Analytisch Lineares System* (ALS) charakterisiert, wurde bewusst auf die in (4.7a) dargestellte Form gebracht. Es sei vorweg genommen, dass den Drehmomenten der Elektromaschinen bei den später vorgestellten Regelungen die Rolle der Stellgrößen zugeschrieben werden kann¹, deshalb sind diese bereits in der Zustandsbeschreibung (4.7) zu dem Eingangsvektor ${}^{Rx}\mathbf{u}$ zusammengefasst. Somit ist die konstante Matrix ${}^{Rx}\mathbf{B}$ als Eingangsmatrix zu verstehen. Der Vektor ${}^{Rx}\mathbf{a}$ beschreibt die Zustandsrückführungen innerhalb der Strecke. Die als Störgrößen aufzufassenden Größen sind zu dem Störgrößenvektor ${}^{Rx}\mathbf{z}$ zusammengefasst. Daher ist ${}^{Rx}\mathbf{E}$ die (konstante) Störgrößeneingangsmatrix. Im Anhang D.1 wird gezeigt, dass die Matrizen ${}^{Rx}\mathbf{B}$, ${}^{Rx}\mathbf{E}$ keine Elemente besitzen können, die unabhängig von den Systemparametern den Wert Null aufweisen und dass nur in Mode 1 beide Zustandsgrößen in den Vektor ${}^{Rx}\mathbf{a}$ einfließen bzw. zurückgeführt werden. Es sei noch angemerkt, dass der als Störgröße eingestufte Radwiderstand $F_R(v, \alpha)$ zwar von der

¹wenn jeweils eine unterlagerte Drehmomentenregelung (oder ersatzweise Drehmomentensteuerung unter Regelung der drehmomentbildenden Komponente des Stroms) zum Einsatz kommt, die als ideal angenommen werden darf.

Geschwindigkeit und somit auch vom Zustand \mathbf{x} abhängt, der Einfluss des Zustands auf den Radwiderstand ist aber so geringfügig, dass dieser nicht den Zustandsrückführungen innerhalb der Strecke zugeordnet werden muss.

Um aus der approximativen Zustandsbeschreibung (4.7) ein Strukturbild zu konstruieren, welches hinsichtlich seines unmittelbaren Aussagevermögens der Reglersynthese besonders entgegen kommt, wird es sich später noch als sinnvoll erweisen, den Störgrößenvektor ${}^{Rx}\mathbf{z}$ in zwei Teile aufzuspalten. In die Zustandsdifferentialgleichung (4.7a) wird dazu

$${}^{Rx}\mathbf{E} \cdot {}^{Rx}\mathbf{z}(t) = {}^{Rx}\mathbf{e}_1 \cdot M_{VKM}(t) + {}^{Rx1}\mathbf{E} \cdot {}^{Rx1}\mathbf{z}(t) \quad (4.8a)$$

mit der Störgrößen-Unter-Eingangsmatrix

$${}^{Rx1}\mathbf{E} = \begin{bmatrix} {}^{Rx}\mathbf{e}_2 & {}^{Rx}\mathbf{e}_3 & {}^{Rx}\mathbf{e}_4 & {}^{Rx}\mathbf{e}_5 & {}^{Rx}\mathbf{e}_6 \end{bmatrix} \quad (4.8b)$$

und

$${}^{Rx1}\mathbf{z}(t) = \begin{pmatrix} M_{KM_y}(t) \\ M_{brems}(t) \\ F_R(v, \alpha) \\ F_{St}(\alpha) \\ v_W^2(t) \end{pmatrix} \quad (4.8c)$$

eingesetzt, wobei ${}^{Rx}\mathbf{e}_i$ den i -ten Spaltenvektor der Störgrößeneingangsmatrix ${}^{Rx}\mathbf{E}$ bezeichnet. Damit lässt sich das in Bild 4.5 gezeigte Strukturbild konstruieren. Der (Störgrößen-) Vektor unterscheidet sich durch dickere Linien von skalaren Systemgrößen. Die Darstellung jeder einzelnen Komponente der Eingangsmatrix ${}^{Rx}\mathbf{B}$ als eigenständiges Übertragungsglied ermöglicht ein direktes und schnelles Ablesen der Zusammenhänge zwischen den Systemgrößen. Die Darstellung der nicht geschlossenen Abtriebskupplung als Übertragungsglied ist im Sinne der Reglersynthese nicht erforderlich und soll zugunsten der Übersichtlichkeit des Strukturbildes entfallen. Da die Schlupf-Winkelgeschwindigkeit selbiger Kupplung bei der Reglersynthese unwesentlich ist, soll diese ebenfalls keinen unnötigen Platz im Strukturbild belegen. Die Winkelgeschwindigkeiten der beiden Elektromaschinen sind bei der Reglersynthese nicht als Ausgangsgrößen zu verstehen. Sie wurden lediglich zur Kennzeichnung durch gepunktete Pfeile nach außen geführt um das Strukturbild möglichst kompakt darstellen zu können. Der grau hinterlegte Rahmen in Bild 4.5 geht nicht aus der Beschreibung (4.7) hervor. Darin werden die Vorgänge im elektrischen Zweig des Antriebs

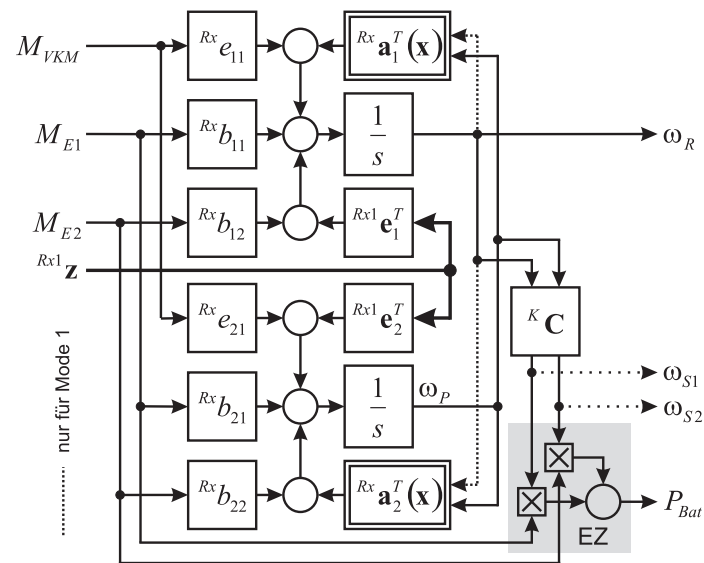


Bild 4.5: Approximatives Strukturbild zur Synthese der Regelung für „normalen Fahrbetrieb“ (mit Verbrennungskraftmaschine) in Mode 1 bzw. Mode 2

(im Bild mit EZ abgekürzt) angedeutet. Unter Vernachlässigung der Verluste wird nämlich die Wandlung zwischen mechanischer und elektrischer Leistung in den Elektromaschinen und die Summation der elektrischen Leistungen in der Batterie dargestellt. Die Aufnahme der Batterieleistung P_{Bat} in das Strukturbild trägt ihrer späteren Rolle als Regelgröße Rechnung.

5 Steuerung und Regelung des Antriebsstrangs im normalen Fahrbetrieb

Wie bereits in Abschnitt 1.3 beschrieben, gibt die Betriebsstrategie im normalen Fahrbetrieb den Arbeitspunkt der Verbrennungskraftmaschine und die Batterieleistung vor. Dies geschieht durch die Vorgabe eines Sollwertes $P_{Bat,soll}$ für die Batterieleistung und je eines Sollwertes $M_{VKM,soll}$ für das Drehmoment und $\omega_{VKM,soll}$ für die Winkelgeschwindigkeit der Verbrennungskraftmaschine. Aus der Forderung nach hinreichend genauer Einhaltung dieser Vorgaben ergibt sich eine steuerungs- und regelungstechnische Aufgabenstellung, die im Folgenden gelöst werden soll.

Die Kenntnis der Struktur des Antriebsstrangs (im systemtheoretischen Sinne) ist für die Findung eines Lösungsansatzes unverzichtbar. Sie ergibt sich eindeutig aus der Topologie des betrachteten Antriebsstrangs¹, bzw. dessen mathematischer Beschreibung. Hier soll die in Abschnitt 4.4 hergeleitete approximative verallgemeinerte Zustandsbeschreibung (4.7), die in Bild 4.5 nochmals als Strukturbild veranschaulicht ist, als Grundlage dienen.

Zuerst stellt sich die Frage, ob die Betriebsstrategie speziell im Falle des hier betrachteten Antriebsstrangs neben den bereits genannten Größen weitere Größen beliebig vorgeben kann. Hinsichtlich der Winkelgeschwindigkeiten lässt sich diese Frage schnell beantworten. Bild 4.5 lässt schnell erkennen, dass der Antriebsstrang im normalen Fahrbetrieb über zwei voneinander unabhängige Winkelgeschwindigkeiten verfügt. Die Winkelgeschwindigkeit der Antriebsräder ergibt sich aus der gefahrenen Geschwindigkeit und ist somit als gegebene Winkelgeschwindigkeit zu betrachten. Der Sollwert für die Winkelgeschwindigkeit der Verbrennungskraftmaschine stellt also schon die zweite von zwei möglichen Winkelgeschwindigkeits-Vorgaben dar, so dass keine weitere Winkelgeschwindigkeit mehr frei

¹Unterschiedliche Antriebsstränge können aber die selbe (systemtheoretische) Struktur aufweisen, so dass ein bestimmter Lösungsansatz durchaus auf verschiedene Antriebsstränge Anwendung finden kann.

vorgegeben werden kann. Um zu erkennen, ob evtl. weitere Drehmomente (der Elektromaschinen) frei vorgegeben werden können, ist auf die für den stationären Zustand geltenden Beziehungen zwischen den Drehmomenten des Antriebsstrangs (2.66) zurückzugreifen. Sie sind in Abschnitt 2.4.4 zu finden. Wie man feststellt, besteht (2.66) aus vier Gleichungen mit sieben Drehmomenten. Neben diesen vier Gleichungen ist aber noch die Restriktion $P_{Bat,soll} \approx M_{E1} \cdot \omega_{S1} + M_{E2} \cdot \omega_{S2}$ zu berücksichtigen, die sich aus der Vorgabe der Batterieleistung ergibt. Insgesamt ergeben sich also fünf Gleichungen mit sieben Drehmomenten, so dass zwei der sieben Drehmomente voneinander unabhängig sind und beliebig vorgegeben werden können. Mit der Forderung nach Einhaltung eines bestimmten Radmoments liegt bereits eine Drehmoment-Vorgabe vor, so dass neben dem Drehmoment der Verbrennungskraftmaschine kein weiteres Drehmoment mehr beliebig vorgegeben werden kann. Der betrachtete Antriebsstrang bietet der Betriebsstrategie also nicht die Freiheit, neben der Batterieleistung, der Winkelgeschwindigkeit und dem Drehmoment der Verbrennungskraftmaschine weitere Größen vorzugeben.

Die Sollwertvorgabe für die Batterieleistung erfolgt stets im Sinne der Gewährleistung eines verbrauchsgünstigen Ladezustands und einer möglichst langen Lebensdauer der Batterie. Verbrauchseinsparung durch intelligentes Energiemanagement und Lebensdauer der Batterie sind entscheidende Leistungsmerkmale der Betriebsstrategie. Bei zu hohen Abweichungen zwischen Soll- und Istwert der Batterieleistung kann die volle Entfaltung dieser Leistungsmerkmale gefährdet werden. Deshalb sollen die bei einer Steuerung zu erwartenden Abweichungen nicht in Kauf genommen, sondern die Batterieleistung geregelt werden.

Physikalisch bedingt sind Winkelgeschwindigkeiten stets das Resultat eines Integrals über der Zeit. Integrand ist die aus den Eingangsgrößen des Systems – den Drehmomenten – resultierende Winkelbeschleunigung. Aufgrund des Integrators bzw. der Integratoren zwischen der/den Eingangsgröße/n und der Ausgangsgröße können Winkelgeschwindigkeiten nicht gesteuert, sondern müssen geregelt werden. Hier betrifft dies die Winkelgeschwindigkeit der Verbrennungskraftmaschine.

Bei geregelter Batterieleistung und geregelter Winkelgeschwindigkeit der Verbrennungskraftmaschine kann das Drehmoment der Verbrennungskraftmaschine auf Kennfeldbasis hinreichend genau gesteuert werden. Abweichungen zwischen Soll- und Istwert lassen kaum einen nennenswerten Mehrverbrauch erwarten. Die resultierenden Abweichungen in der Zugkraft korrigiert der Fahrer durch entsprechende Bedienung der Fahrpedale.

Die Steuerung des Drehmoments der Verbrennungskraftmaschine bedarf keiner näheren

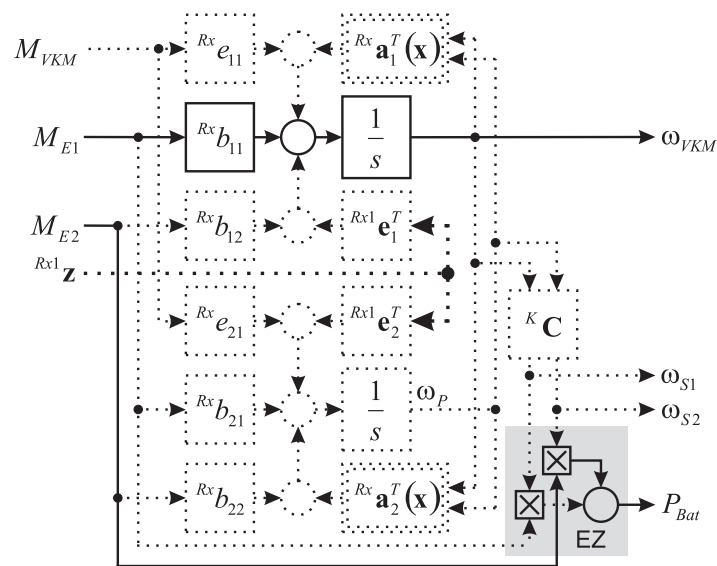


Bild 5.1: Vereinfachte Regelstrecke(n)

Betrachtung. Im Folgenden sollen die erforderlichen *Regelungen* genauer untersucht werden.

Da das Drehmoment der Verbrennungskraftmaschine bereits vorgegeben und gesteuert ist, stehen nach Bild 4.5 nur noch die beiden anderen Eingangsgrößen – die Drehmomente M_{E1} und M_{E2} der Elektromaschinen – als Stellgrößen zur Verfügung. Das Drehmoment der Verbrennungskraftmaschine darf in diesem Kontext als Störgröße aufgefasst werden.

Zunächst ist es naheliegend, jeder Regelgröße *eine* eigene Stellgröße zuzuordnen und die Einflüsse der anderen Eingangsgrößen als zusätzliche Störungen zu verstehen. Ein Entscheidungsmerkmal bei der Zuordnung der Stellgrößen zu den Regelgrößen sind die Größenverhältnisse der Streckenparameter untereinander. Deutliche Unterschiede zwischen den Parametern ergeben sich besonders in Mode 1. Wie Anhang D.2 entnommen werden kann, ist hier $Rx b_{11} \gg Rx b_{12}$, deshalb soll das Drehmoment M_{E1} der Elektromaschine 1 als Stellgröße für die Winkelgeschwindigkeit der Verbrennungskraftmaschine aufgefasst werden. Der Batterieleistung ist dann das Drehmoment M_{E2} der Elektromaschine 2 als Stellgröße zuzuordnen. Somit ergeben sich aus Bild 4.5 zwei separate Regelstrecken, bestehend aus den Pfaden des Strukturbildes, die in Bild 5.1 in durchgezogenen Linien dargestellt sind. Während die Winkelgeschwindigkeit ω_{S2} der Elektromaschine 2 als zeitveränderlicher Parameter aufzufassen ist, sind alle anderen gestrichelt dargestellten Größen als Störgrößen zu verstehen. Die Synthese der beiden separaten Regelungen ist in diesem Fall trivial und soll nicht näher behandelt werden.

Allerdings führt diese Vorgehensweise nur in Mode 1 zu guten Ergebnissen. In Mode 2 sind Stabilitätsprobleme festzustellen. Hier ist das System wirklich als Mehrgrößensystem aufzufassen und entsprechend zu behandeln, d. h. unter Beachtung der Kopplungen zwischen allen Ein- und Ausgangsgrößen des Systems eine Mehrfachregelung zu entwerfen. Für lineare Regelstrecken haben sich bereits Verfahren für den Entwurf von Mehrfachregelungen etabliert. Der interessierte Leser sei zur genaueren Lektüre etwa auf [9], [20], [21], [30] oder [39] verwiesen. Die Nichtlinearitäten im elektrischen Zweig der Regelstrecke (in Bild 4.5 hervorgehoben und mit EZ abgekürzt) macht die Anwendung dieser Verfahren jedoch unmöglich. Eine für nichtlineare Strecken komfortable Methode für den Entwurf von (Mehrfach-) Regelungen ist die exakte Linearisierung durch Zustandsrückführung, die etwa in [15], [29] oder [38] beschrieben wird. Dabei wird der Zustand der Strecke durch einen speziellen Diffeomorphismus derart transformiert, dass eine lineare Zustandsbeschreibung entsteht. Anschließend können die für lineare Systeme geläufigen Verfahren für die Synthese von Zustandsregelungen zur Anwendung kommen. Speziell in dem hier betrachteten Fall scheidet aber auch diese Methode aus, weil die Strecke den erforderlichen maximalen relativen Grad nicht aufweist.

Bei der vorliegenden Regelstrecke handelt es sich folglich um ein Analytisch Lineares System mit nicht maximalem relativem Grad. Sie ist also einer Klasse von Systemen zuzuordnen, deren Regelung noch ein interessantes Forschungspotential bietet. Da diese Regelung aber nicht alleiniger Gegenstand dieser Abhandlung sein soll, wird hier ein eher heuristischer Lösungsweg vorgestellt.

Zuerst soll unter Verzicht auf eine aufwendige Stabilitätsuntersuchung ein Anhaltspunkt auf die Ursache des Stabilitätsproblems in Mode 2 aufgezeigt werden. Dazu stelle man sich vor, das System in Bild 4.5 befinde sich im stationären Zustand, bevor die Winkelgeschwindigkeit ω_P bei sonst unveränderten Eingangsgrößen durch eine vorübergehende Störung etwas steigt bzw. sinkt. Eine umgehend einsetzende Rückkehr des Systems in den stationären Zustand wäre zu erwarten, wenn diese Auslenkung aus dem stationären Zustand $\dot{\omega}_P < 0$ bzw. $\dot{\omega}_P > 0$ nach sich zieht, also wenn die Bedingung

$$\frac{\partial}{\partial \omega_P} \dot{\omega}_P < 0 \quad (5.1)$$

erfüllt ist. Würde man nun die oben beschriebene Regelung einsetzen, dann würde sich das Drehmoment der Elektromaschine 2 *im Falle kleiner Zeitkonstanten der (Batterie-) Leistungsregelung näherungsweise* gemäß $M_{E2} \approx (P_{Bat,soll} - M_{E1} \cdot \omega_{S1}) \cdot \omega_{S2}^{-1}$ einstellen. Damit ergibt sich aus Bild 4.5 mit (4.7b) bzw. (4.7a) und (4.7b) unter Beachtung von

(2.49b) und (4.7f) nach wenigen Umformungen:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \omega_P} \dot{\omega}_P = & \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \left(\mathbf{I} - {}^{Mxv} \mathbf{b}_5 \cdot m \cdot r_{Rad0}^2 \cdot {}^{Nx} \mathbf{c}_1^T \right)^{-1} \cdot {}^{Mxv} \mathbf{b}_5 \cdot \rho \cdot c_x \cdot A \cdot r_{Rad0}^2 \cdot \\ & \cdot {}^{Nx} c_{12} \cdot \left(r_{Rad0} \cdot \omega_{Rad}(t) - \cos(\tau_W(t)) \cdot v_W(t) \right) + {}^{Rx} b_{22} \cdot \\ & \cdot \frac{\left(i_{R1} \cdot (1 - i_{R2}) - (1 - i_{R1}) \cdot i_{R2} \right) \cdot M_{E1}(t) \cdot \omega_R(t) - (1 - i_{R2}) \cdot P_{Bat,soll}(t)}{\omega_{S2}^2}. \end{aligned} \quad (5.2)$$

Bei Windstille (also $v_W = 0$) ergibt sich mit den in Anhang C.1 angegebenen technischen Daten des Antriebs:

$$\frac{\partial}{\partial \omega_P} \dot{\omega}_P = -204 \cdot 10^{-6} \cdot \omega_{Rad}(t) + \frac{P_{Bat,soll}(t) \cdot 0,0165 \frac{1}{\text{Ws}^3} - M_{E1}(t) \cdot \omega_R(t) \cdot 0,0535 \frac{1}{\text{Nm s}^2}}{\omega_{S2}^2},$$

so dass die Bedingung (5.1) besonders bei langsam rotierender Elektromaschine 2 verletzt werden kann. Für den Fall, dass nicht die Elektromaschine 2, sondern die Elektromaschine 1 in den Leistungsregelkreis und die Elektromaschine 2 in den Drehzahlregelkreis eingebunden wird, ergibt sich eine ähnliche Bedingung, die besonders bei langsamen Rotieren der Elektromaschine 1 verletzt werden kann. Zusammenfassend ist also festzustellen, dass immer dann Stabilitätsprobleme zu erwarten sind, wenn diejenige Elektromaschine langsam rotiert, die in den Leistungsregelkreis der Batterie (im Folgenden kurz als Leistungsregelkreis bzw. Leistungsregelung bezeichnet) eingebunden ist.

Es liegt deshalb nahe, die bisherige strenge Zuordnung der Stellgrößen zu den Regelgrößen aufzugeben, so dass beide Elektromaschinen zur Regelung beider Regelgrößen eingesetzt werden, solange sie schnell genug rotieren. Weil die Elektromaschinen – außer im (annähernden) Stillstand des gesamten Antriebsstrangs – nicht gleichzeitig langsam rotieren können, steht immer mindestens eine Elektromaschine zur Regelung der Batterieleistung zur Verfügung. Um Unstetigkeiten im System zu vermeiden, soll das Auskoppeln der Elektromaschinen aus der Leistungsregelung nicht abrupt, sondern kontinuierlich erfolgen.

Wie die erforderliche Mehrfachregelung insgesamt realisiert werden kann, zeigt Bild 5.2. Anders als die zu der Strecke gehörenden, dunkel hinterlegten Komponenten ist der Regler durch den helleren Rahmen gekennzeichnet. Die im Folgenden als Hauptregler bezeichneten Übertragungsglieder mit der Übertragungsfunktion $R_1(s)$ werden jeweils mit unterschiedlichen Funktionen beider am Reglereingang gebildeten Regelabweichungen gespeist. Ausgangsgrößen des gesamten Reglers sind die Sollwerte für die Drehmomente

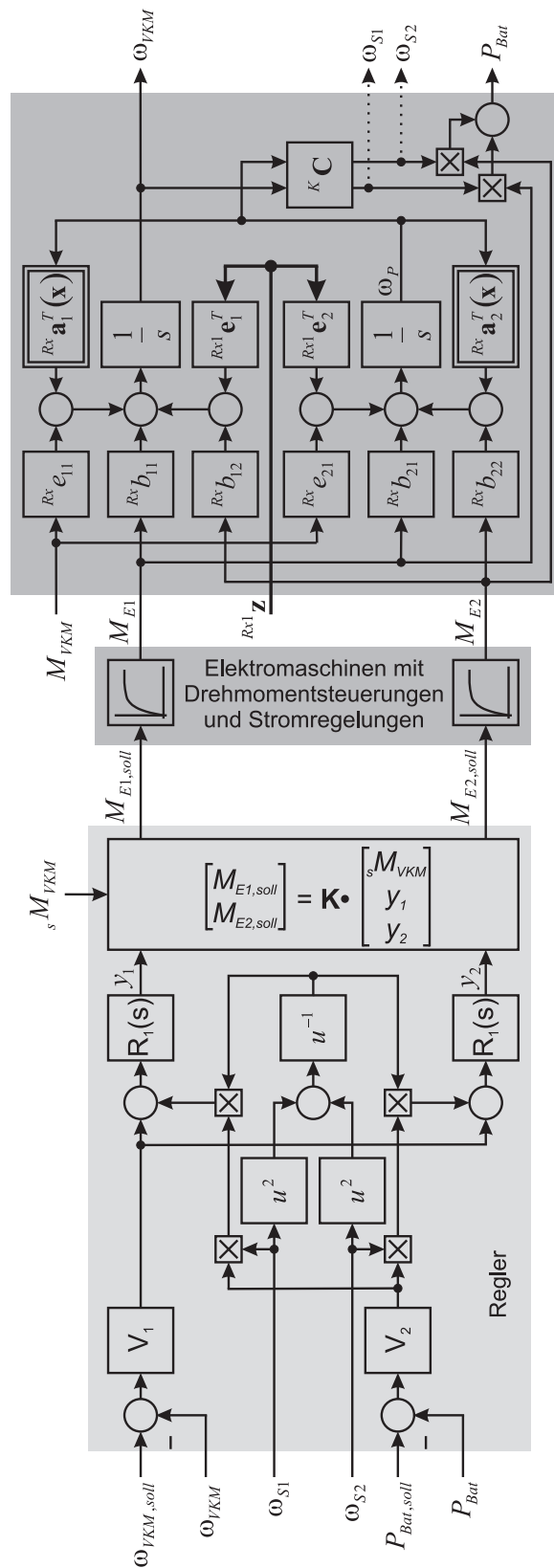


Bild 5.2: Regelung für normalen Fahrbetrieb in Mode 2

der Elektromaschinen. Diese Sollwerte werden an unterlagerte Drehmomentsteuerungen weitergeleitet. Die notwendige Auskopplung einer Elektromaschine aus der Leistungsregelung erfolgt durch Multiplikation der (verstärkten) Regelabweichung mit der Winkelgeschwindigkeit der jeweiligen Elektromaschine. Dadurch wird eine Elektromaschine bei ihrer Verlangsamung immer weniger an der Leistungsregelung beteiligt, bis sie bei ihrem Stillstand lediglich noch in die Drehzahlregelung eingebunden ist. Allerdings ist aufgrund dieser Multiplikation damit zu rechnen, dass die Eigenschaften der gesamten Regelung von den Winkelgeschwindigkeiten der Elektromaschinen abhängen. Dieser Einfluss der Winkelgeschwindigkeiten ist zu kompensieren oder zumindest abzuschwächen. Gute Ergebnisse liefert eine weitere Multiplikation des beschriebenen Produkts mit dem im Strukturbild dargestellten Faktor.

Bei linearen Mehrfachregelungen dient der Block zwischen den Hauptreglern und der Strecke der Entkopplung. Er wäre so zu konstruieren, dass die Ausgangsgröße jedes Hauptreglers genau eine Regelgröße beeinflusst. Dies ist wegen der hier vorliegenden Nichtlinearität aber nicht möglich. Hier ist die Wahl

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} \frac{R_x e_{11}}{2 \cdot R_x b_{11}} & \frac{1}{R_x b_{11}} & 0 \\ -\frac{R_x e_{11}}{2 \cdot R_x b_{12}} & 0 & \frac{1}{R_x b_{12}} \end{pmatrix} \quad (5.3)$$

sinnvoll. Damit ist die in Bild 5.3 dargestellte fiktive Regelung näherungsweise äquivalent zu der betrachteten Regelung, sofern die Drehmomentsteuerungen – also die Stromregelungen – der Elektromaschinen schnell genug sind und der Schätzwert ${}_sM_{VKM}$ für das Drehmoment der Verbrennungskraftmaschine hinreichend genau ist. Dieser Schätzwert kann in der Regel aus dem Motorsteuergerät ausgelesen werden. In Abschnitt 6.1.6 wird noch eine genauere Schätzung vorgestellt.

Die Wahl der Matrix \mathbf{K} gemäß (5.3) bewirkt einerseits, dass die Drehzahl der Verbrennungskraftmaschine nicht mehr durch ihr eigenes Drehmoment beeinflusst wird, sofern die Elektromaschinen nicht an ihren Drehmomentgrenzen betrieben werden. Andererseits wirken dann auch die Ausgangsgrößen y_1 und y_2 beider Hauptregler *in gleichem Maße* auf die Winkelgeschwindigkeit der Verbrennungskraftmaschine, so dass eine wünschenswerte Symmetrie (zumindest hinsichtlich der Drehzahlregelung) gegeben ist. Diese Symmetrie wurde bei der Wahl der Matrix \mathbf{K} beabsichtigt, um zwei identische Hauptregler mit der Übertragungsfunktion $R_1(s)$ einzusetzen. Die Verstärkungen V_1 und V_2 dienen dann der

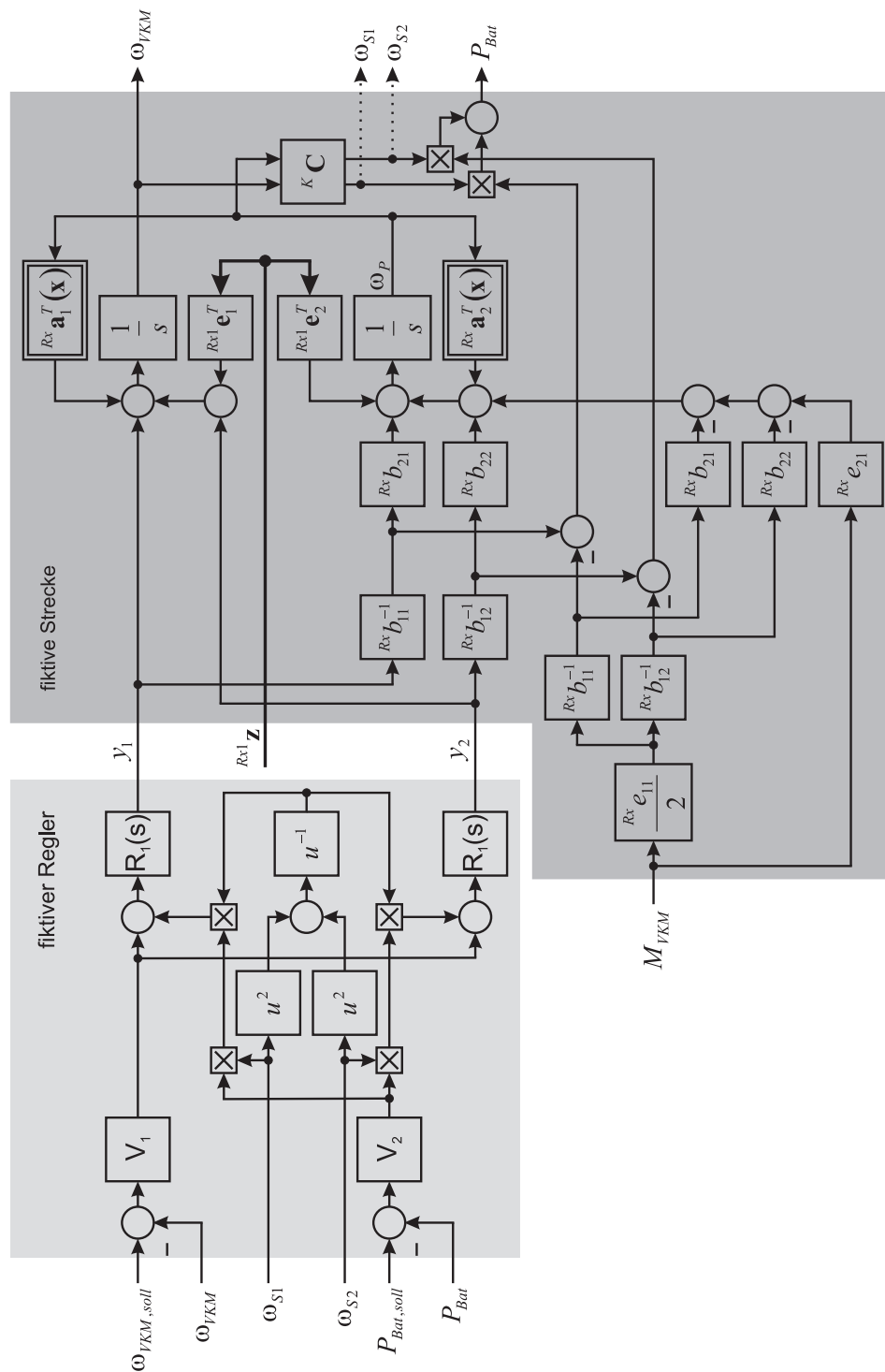


Bild 5.3: Näherungsweise äquivalentes System zur Regelung für normalen Fahrbetrieb

individuellen Parametrierung der Regelung hinsichtlich jeder der Regelgrößen.

Die Auslegung der Hauptregler und Festlegung der Verstärkungsfaktoren V_1 und V_2 soll nun schrittweise simulationsgestützt erfolgen. Zuerst sollen die Hauptregler unter der Annahme $V_1 = 1 \text{ s}$ und $V_2 = 1 \frac{1}{\text{Ws}}$ erfolgen². Dabei soll die Regelung der Batterieleistung zunächst unberücksichtigt bleiben. Unter diesen Annahmen ergibt sich für die Drehzahlregelung mit einem PI-Regler

$$R_1(s) = K_R \cdot \left(1 + \frac{1}{T_N \cdot s} \right) \quad (5.4a)$$

die Führungsübertragungsfunktion

$$F_W(s) = \frac{T_N \cdot s + 1}{\frac{T_N}{2 \cdot K_R} \cdot s^2 + T_N \cdot s + 1},$$

sie weist also PDT₂-Verhalten auf. Es ist nicht schwer nachzuvollziehen, dass Reglerverstärkung K_R und Nachstellzeit T_N gemäß

$$K_R = D \cdot \omega_0 \quad (5.4b)$$

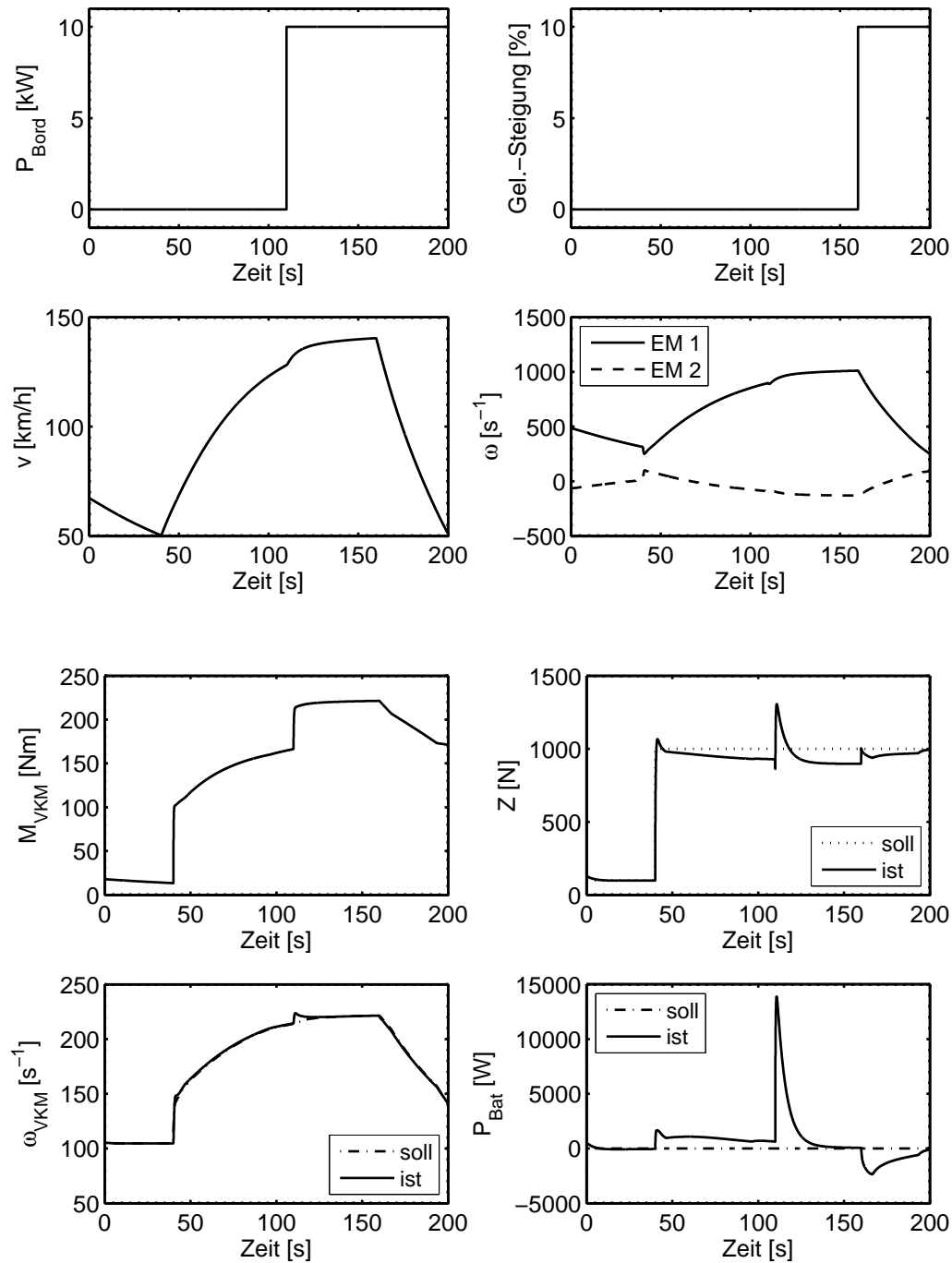
und

$$T_N = \frac{2 \cdot D}{\omega_0} \quad (5.4c)$$

zu wählen sind, wenn der PT₂-Anteil der Drehzahlregelung bestimmte Werte für die Dämpfung D und die Eigenkreisfrequenz ω_0 der ungedämpften Schwingung aufweisen soll.

Wählt man $D = 1$, $\omega_0 = 2 \text{ s}^{-1}$, $V_1 = 1 \text{ s}$ und $V_2 = 1 \frac{1}{\text{Ws}}$, so ergeben sich die in Bild 5.4 dokumentierten Simulationsergebnisse. Diesen liegen die in Anhang C aufgeführten technischen Daten des Antriebs und eine Gesamtmasse von 1400 kg zugrunde. Die stärksten Störungen, welche auszuregeln sind, zeigen die beiden oberen Diagramme: Einen Sprung der in das Bordnetz eingespeisten elektrischen Leistung P_{Bord} von 0 auf 10 kW und einen Sprung der Geländesteigung von 0 auf 10 %. Der erstgenannte Sprung verursacht zudem ein rasantes Ansteigen des Drehmoment-Sollwerts der Verbrennungskraftmaschine, weil diese aufgrund des unveränderten Sollwerts der Batterieleistung auch die zusätzliche, in das Bordnetz abgeführte Leistung decken muss. Hinsichtlich der von der Betriebsstrategie

²Die Einheiten der Verstärkungsfaktoren sind so gewählt, dass die Hauptregler mit einer dimensionslosen Größe gespeist werden. Auch die Ausgangsgrößen y_1 und y_2 seien dimensionslos.

Bild 5.4: Simulationsergebnisse für $V_1 = 1$ s und $V_2 = 1 \frac{1}{\text{Ws}}$

vorgegebenen Führungsgrößen der betrachteten Regelung ist zum Zeitpunkt $t = 40\text{ s}$ eine rasante Änderung des Sollwerts für die Winkelgeschwindigkeit der Verbrennungskraftmaschine zu verzeichnen. Diese resultiert aus einem Sprung im Sollwert der Zugkraft. Genau aus dem selben Grund steigt auch der Sollwert des als Störgröße zu interpretierenden Drehmoments der Verbrennungskraftmaschine zum selben Zeitpunkt schnell an.

Als wesentliches Ergebnis ist festzustellen, dass die Elektromaschine 2 in Bild 5.4 mehrfach den kritischen Drehzahlbereich (nahe ihrem Stillstand) durchläuft, ohne dass dabei Anzeichen auf Stabilitätsprobleme auszumachen sind. Die hohen Gradienten in Batterieleistung und Zugkraft sind offensichtlich auf die raschen Änderungen in der Geländesteigung und in der elektrischen Leistung P_{Bord} , die in das Bordnetz abgeführt wird, zurückzuführen.

Noch nicht zufriedenstellend sind die aufgrund der einwirkenden Störungen zu beobachtenden Spitzen in der Regelabweichung der Batterieleistung. Auch eine Verbesserung des Störverhaltens hinsichtlich der Winkelgeschwindigkeit der Verbrennungskraftmaschine erscheint noch wünschenswert. Beides ist leicht durch Erhöhung der beiden Verstärkungsfaktoren zu erreichen. So lassen sich beispielsweise durch die Wahl von $V_1 = 10\text{ s}$ und $V_2 = 100 \frac{1}{\text{Ws}}$ die in Bild 5.5 präsentierten, stark verbesserten Ergebnisse erzielen. Positiv ist auch der flacher gewordene Verlauf der Zugkraft. An dieser Stelle sei nochmals daran erinnert, dass es nicht das Ziel ist, einen Sollwert für die Zugkraft genau einzustellen. Es dürfen aber keine zu großen Schwankungen der Zugkraft durch Störungen hervorgerufen werden können.

Abschließend ist nochmals die Matrix \mathbf{K} gemäß (5.3) zu betrachten und festzustellen, dass der Regler mit ${}^{Rx}e_{11}$, ${}^{Rx}b_{11}$ und ${}^{Rx}b_{12}$ auch unsichere Parameter enthält, weil diese von der Gesamtmasse m abhängen, die bekanntlich stark variieren kann. Es ist daher noch zu untersuchen, ob das Regelverhalten durch Differenzen zwischen der bei der Berechnung der Reglerparameter angenommenen Gesamtmasse und der tatsächlichen Gesamtmasse nennenswert beeinträchtigt wird oder gar die Stabilität gefährdet ist. Wenn bei der Berechnung der Reglerparameter weiterhin eine Gesamtmasse von 1400 kg angenommen wird, in Wirklichkeit aber eine Gesamtmasse von 2500 kg vorliegt, ergeben sich unter sonst gleichen Bedingungen wie oben, die in Bild 5.6 gezeigten, sehr zufriedenstellenden Simulationsergebnisse. Es darf also von einer hinreichenden Robustheit ausgegangen werden, so dass das Regelverhalten durch Abweichungen zwischen angenommener und tatsächlicher Masse nicht nennenswert beeinflusst wird.

Durch weitere, gezielte Simulationen konnte festgestellt werden, dass nicht nur das Durchlaufen kritischer Drehzahlbereiche unproblematisch ist, sondern auch beim Dauerbetrieb

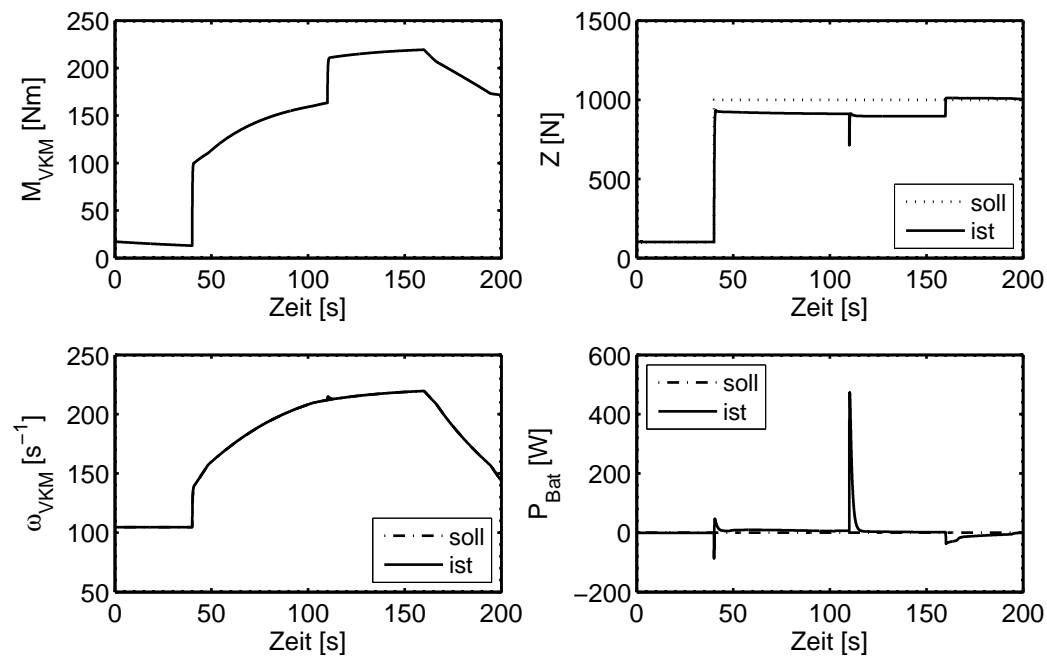


Bild 5.5: Simulationsergebnisse für $V_1 = 10$ s und $V_2 = 100 \frac{1}{W_s}$

mit stillstehenden Elektromaschinen – unabhängig davon, welche Elektromaschine stillsteht – keine Anzeichen auf Stabilitätsprobleme auszumachen sind. Auf die Darstellung entsprechender Simulationsergebnisse sei verzichtet. Insgesamt handelt es sich bei den gezeigten Simulationsergebnissen lediglich um eine Auswahl an Ergebnissen aus einer Fülle durchgeführter Simulationen.

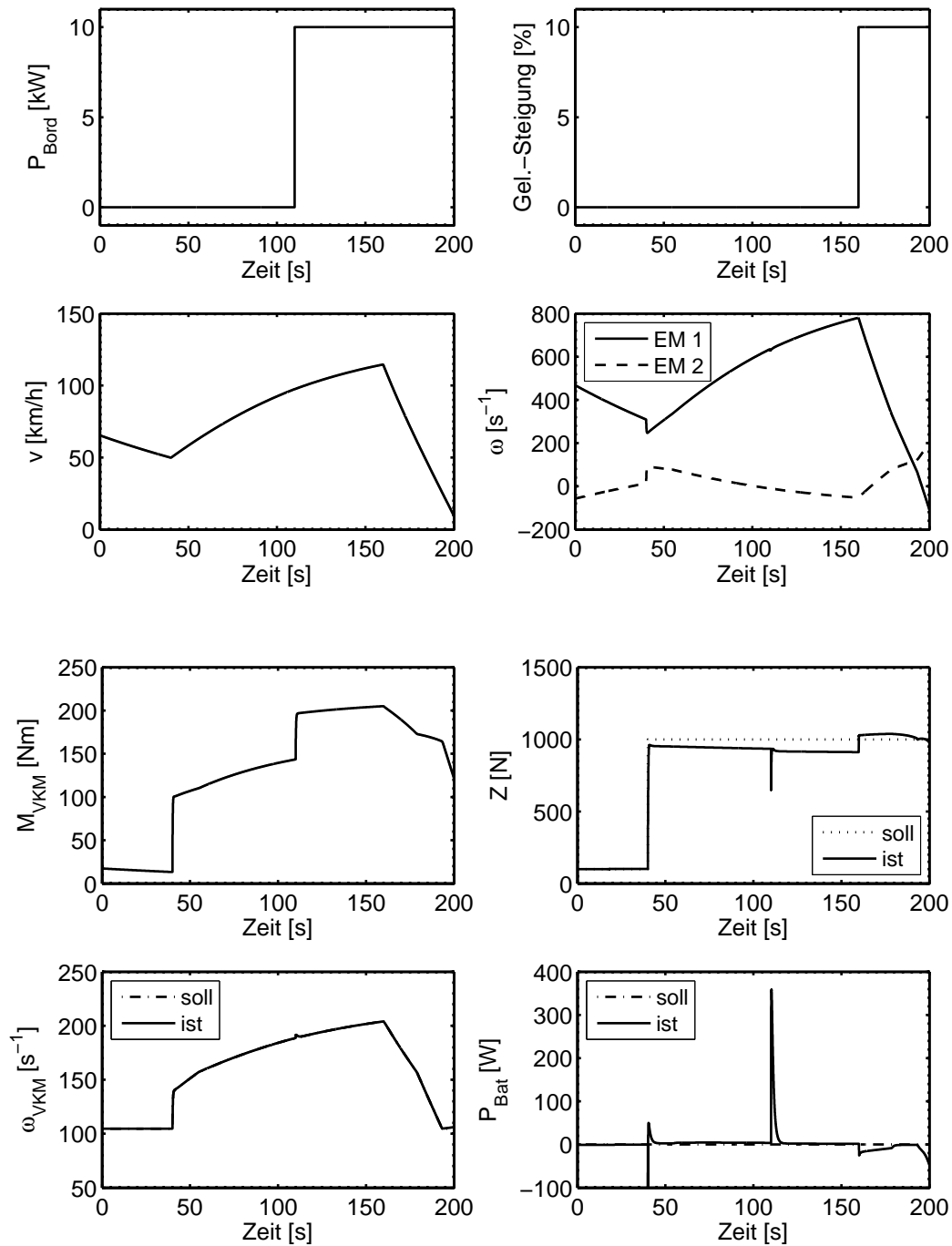


Bild 5.6: Simulationsergebnisse für $V_1 = 10$ s und $V_2 = 100 \frac{1}{\text{W}_s}$ bei einer angenommenen Masse von 1400 kg und einer tatsächlichen Masse von 2500 kg

6 Wiederstart der Verbrennungskraftmaschine

Im Folgenden soll der Übergang von der elektrischen Fahrt zur Fahrt mit Verbrennungskraftmaschine – also der Wiederstart der Verbrennungskraftmaschine – und dessen Steuerung behandelt werden. Dabei wird vorausgesetzt, dass der Antriebsstrang während des gesamten Wiederstarts im selben (aber beliebigen) Mode betrieben wird und die entsprechende Abtriebskupplung im betrachteten Zeitraum ständig geschlossen ist.

Die elektrische Fahrt ist dadurch gekennzeichnet, dass die Verbrennungskraftmaschine nicht an der Erzeugung der Antriebsleistung beteiligt ist. Um Schleppverluste zu vermeiden, steht diese in der Regel sogar still. Wenn von der elektrischen Fahrt zur Fahrt mit Verbrennungskraftmaschine übergegangen werden soll – die Verbrennungskraftmaschine also wieder an der Erzeugung der Antriebsleistung beteiligt werden soll – hat der Antriebsstrang zunächst mechanische Leistung an die Verbrennungskraftmaschine abzugeben, um diese unter Überwindung des Schleppmoments und ihrer Trägheit auf eine Winkelgeschwindigkeit zu beschleunigen, bei welcher sie in der Lage ist, durch zyklische Verbrennungsvorgänge in den Zylindern selbst ein in Drehrichtung gerichtetes Drehmoment zu erzeugen. Die Zeitspanne, in der die Verbrennungskraftmaschine durch Leistung aus dem Antriebsstrang beschleunigt wird, sei im Folgenden als Anlaufphase bezeichnet.

Anhand des während der Anlaufphase vorherrschenden Schaltzustandes der Kupplung zwischen Verbrennungskraftmaschine und Hohlrad soll der Wiederstart im weiteren Verlauf dieser Abhandlung grundlegend klassifiziert werden. Ist diese Kupplung bereits während der (gesamten) Anlaufphase geschlossen, so beharrt sie während des gesamten Wiederstarts im geschlossenen Schaltzustand. Der Wiederstart verläuft dann so, als sei zwischen Verbrennungskraftmaschine und Hohlrad gar keine Kupplung vorhanden, wenn man von dem doch vorhandenen Massenträgheitsmoment dieser Kupplung absieht. Deshalb soll vom

- Wiederstart ohne Kupplung,

anderenfalls vom

- Wiederstart mit Kupplung

gesprochen werden.

Beide Arten des Wiederstarts sind möglich und werden in den folgenden Abschnitten behandelt. Vorher sollen aber noch die wichtigsten Gemeinsamkeiten beider Arten erläutert werden.

Generell wird bei der Steuerung des Wiederstarts das oberste Ziel verfolgt, den Fahrkomfort nicht negativ zu beeinflussen. Der Wiederstart soll also möglichst ohne Schwankungen der Zugkraft (im Folgenden als zugkraftunterbrechungsfrei bezeichnet) und somit vom Fahrer weitgehend unbemerkt ablaufen. Der Einfachheit wegen soll angestrebt werden, das unmittelbar vor dem Wiederstart anliegende Radmoment während des gesamten Wiederstarts aufrecht zu erhalten.

Eine weitere Gemeinsamkeit beider Arten des Wiederstarts ergibt sich aus den Eigenschaften der Energiewandler des Antriebsstrangs. Nach dem Einsetzen der zyklischen Verbrennungsvorgänge in der Verbrennungskraftmaschine und dem Schließen der Kupplung zwischen Verbrennungskraftmaschine und Hohlrad (falls diese nicht ohnehin während des gesamten Wiederstarts geschlossen ist) soll wieder in den „normalen Betrieb“, nämlich zum Fahren mit Verbrennungskraftmaschine übergegangen werden. Ein *abrupter* Übergang wäre nur möglich, wenn Sprünge in den Drehmomenten der Energiewandler, also im Drehmoment M_{VKM} der Verbrennungskraftmaschine und in den Drehmomenten M_{E1} und M_{E2} der beiden Elektromaschinen, realisierbar wären. Diese müssten nämlich am Ende des Wiederstarts auf die Werte springen, welche bei normaler Fahrt mit Verbrennungskraftmaschine zur Einhaltung der an die Steuerung/Regelung gestellten Sollwerte für Radmoment (bzw. Zugkraft) und Batterieleistung führen. Zwar sind diese Werte berechenbar, jedoch ist es physikalisch unmöglich, auch nur einen der Energiewandler zu einer sprungförmigen Drehmomentänderung zu zwingen. Es ist also nicht zu erwarten, dass ein abrupter Übergang zur normalen Fahrt ohne Zugkraftschwankung realisiert werden kann. Welcher Zugkraftverlauf zu erwarten ist, wenn jedes der Drehmomente unabhängig von den anderen so schnell wie möglich auf seinen Sollwert verändert wird, hängt u. a. von den Steifigkeiten des Systems ab und kann ohne die fehlenden technischen Daten nicht vorhergesagt werden. Möglicherweise werden die auftretenden Zugkraftschwankungen aber als unkomfortabel empfunden. In diesem Fall empfiehlt sich die Einführung einer gesteuerten Übergangsphase. Während dieser gesteuerten Übergangsphase, welche als die chronologisch letzte

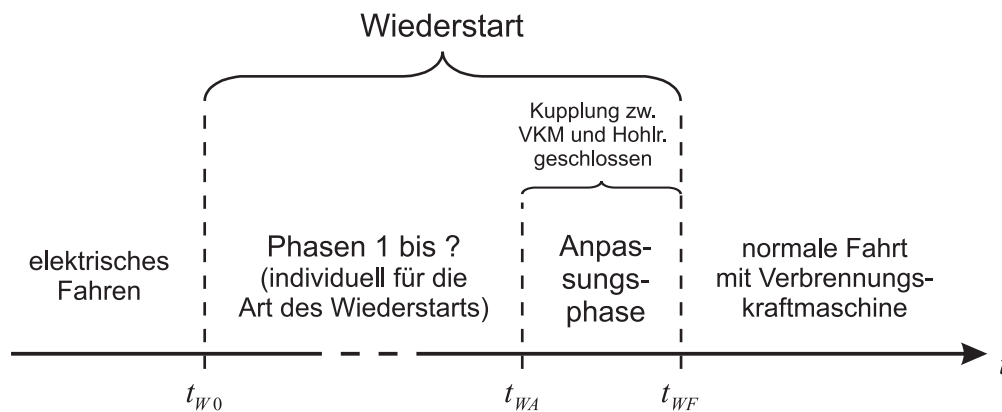


Bild 6.1: Unterschied und Gemeinsamkeit beider Arten des Wiederstarts bzgl. des chronologischen Ablaufs

Phase des Wiederstarts anzusehen ist, sind die Drehmomente der Energiewandler kontinuierlich (und aufeinander abgestimmt) auf die Werte zu bringen, welche bei normaler Fahrt mit Verbrennungskraftmaschine zur Einhaltung der an die Steuerung/Regelung gestellten Sollwerte für Radmoment (bzw. Zugkraft) und Batterieleistung führen. Es wird also angestrebt, die Drehmomente der Energiewandler kontinuierlich an die normale Fahrt anzupassen, deshalb soll diese Übergangsphase im Folgenden als Anpassungsphase bezeichnet werden. Sie wird in Abschnitt 6.1.4 gesondert behandelt.

Bild 6.1 veranschaulicht den grundsätzlichen chronologischen Ablauf beider Arten des Wiederstarts. Dabei wird nochmals deutlich, dass sich die beiden Arten des Wiederstarts in der/den ersten Phase/n voneinander unterscheiden. Die Anpassungsphase befindet sich aber generell am Ende des Wiederstarts. Während der gesamten Anpassungsphase ist die Kupplung zwischen Verbrennungskraftmaschine und Hohlrad geschlossen. Um eventuelle Missverständnisse auszuschließen sei noch erwähnt, dass diese Kupplung auch beim Wiederstart mit Kupplung bereits vor dem Beginn der Anpassungsphase geschlossen sein kann.

In Bild 6.1 werden auch die Formelzeichen für einige bedeutende Zeitpunkte des Wiederstarts definiert. Wie auf der Zeitachse beschriftet, erhält der Zeitpunkt des Beginns des Wiederstarts das Formelzeichen t_{W0} , während der Zeitpunkt des Beginns der Anpassungsphase mit t_{WA} bezeichnet wird. t_{WF} bezeichnet den Zeitpunkt der Beendigung der Anpassungsphase und des gesamten Wiederstarts.

Im Folgenden soll von einer Drei-Zylinder-Verbrennungskraftmaschine ausgegangen werden. Deren Leerlaufdrehzahl liegt typischerweise bei etwa 980 min^{-1} . Die zyklischen Ver-

brennungsvorgänge der Verbrennungskraftmaschine sollen etwas oberhalb der Leerlaufdrehzahl eingeleitet werden, nämlich bei etwa 1000 min^{-1} . Diese Drehzahl wird im Folgenden als Zünddrehzahl bezeichnet. Die entsprechende Zündwinkelgeschwindigkeit sei mit ω_{VKMz} bezeichnet.

6.1 Wiederstart ohne Kupplung

Wie bereits erklärt, ist die Kupplung zwischen Verbrennungskraftmaschine und Hohlrad bei dieser Art des Wiederstarts zu jedem Zeitpunkt geschlossen. Sie spielt dann also beim Wiederstart keine Rolle und es ist so, als sei sie – von ihrem Massenträgheitsmoment abgesehen – gar nicht vorhanden. Während des gesamten Wiederstarts sind die Winkelgeschwindigkeiten der Verbrennungskraftmaschine und des Hohlrades identisch – was zwangsläufig auch unmittelbar vor dem Wiederstart ohne Kupplung der Fall sein muss. Da die Verbrennungskraftmaschine wegen der anderenfalls auftretenden Schleppverluste während des elektrischen Fahrens stillstehen muss, beginnt diese Art des Wiederstarts demnach stets mit stillstehendem Hohlrad. Zwischen dem Beginn des Wiederstarts und der Anpassungsphase erfolgt hier lediglich die Anlaufphase. Sie füllt in Bild 6.1 die gesamte Spanne zwischen den Zeitpunkten t_{W0} und t_{WA} aus.

Die Tatsache, dass die Kupplung zwischen Verbrennungskraftmaschine und Hohlrad bei der hier betrachteten Art des Wiederstarts ständig geschlossen ist, bietet entscheidende Vorteile bei der Automatisierung der Anlaufphase. Es ist nämlich nicht erforderlich, einen geeigneten Sollwert für das Kupplungsmoment M_R zu generieren. Die relativ aufwendige Ermittlung des tatsächlich übertragenen Kupplungsmoments ist ebenfalls nicht notwendig. Im Rahmen der Synthese einer Regelung für das Kupplungsmoment würde der Entwurf eines Systems zur Ermittlung des Kupplungsmoments die aufwendigste Aufgabe darstellen. Die hohe Dynamik der Kupplungshydraulik würde eine hohe Abtastrate erfordern. Auch deshalb ist es als erheblicher Vorteil zu werten, dass die Regelung des Kupplungsmoments nicht erforderlich ist.

Bei der Automatisierung des Wiederstarts ohne Kupplung soll – abgesehen von den Regelkreisen, die ausschließlich den Betrieb der Aktoren unterstützen – auf Regelung(en) verzichtet werden. Der Wiederstart selbst soll also gesteuert werden.

Zur Steuerung der Anlaufphase ist bei dieser Art des Wiederstarts ein Algorithmus zu finden, der die Drehmomente der Elektromaschinen (und evtl. das Kupplungsmoment der

nicht geschlossenen Abtriebskupplung) so einstellt, dass die Verbrennungskraftmaschine auf die Zünddrehzahl beschleunigt wird und keine Schwankungen in der Zugkraft entstehen. Das Drehmoment M_{VKM} der Verbrennungskraftmaschine kann während der Anlaufphase nicht beeinflusst werden, weil die Verbrennungskraftmaschine geschleppt wird und das Schleppmoment nicht gesteuert werden kann.

Welche Möglichkeiten zur Steuerung der Anlaufphase bestehen, zeigt sich im nächsten Abschnitt bei der Analyse der relevanten mathematischen Beschreibung.

6.1.1 Gleichungssystem zur Steuerung des Wiederstarts ohne Kupplung

In diesem Abschnitt soll untersucht werden, wie die mathematische Beschreibung des Antriebs zur Steuerung der Anlaufphase herangezogen werden kann. Dabei werden die für diese Art des Wiederstarts relevanten Gleichungen aus der mathematischen Beschreibung selektiert und teilweise durch Umformungen auf eine für die Aufgabenstellung vorteilhafte Form gebracht. Dadurch ergibt sich ein Gleichungssystem, das die Möglichkeiten zur Steuerung der Anlaufphase leicht erkennen lässt und als Basis für die Synthese geeigneter Steueralgorithmien betrachtet werden kann. Später wird gezeigt, dass das Gleichungssystem ohne zusätzlichen Aufwand auch zur Behandlung der Anpassungsphase (und somit des gesamten Wiederstarts ohne Kupplung) herangezogen werden kann.

Vereinbarungsgemäß wird davon ausgegangen, dass beim Wiederstart stets genau eine der Abtriebskupplungen geschlossen ist, so dass der Antrieb in einem der beiden Modi betrieben wird. Die mathematische Beschreibung des Antriebs für diesen Fall wurde in Abschnitt 4.3 vorgestellt. Sie ist Ausgangspunkt der nun folgenden Überlegungen.

Zunächst soll die nicht geschlossene Abtriebskupplung beim Wiederstart außer Acht bleiben, diese sei vollständig geöffnet. Dann sind die Drehmomente der Elektromaschinen die einzigen Eingangsgrößen des Antriebsstrangs, die durch die Steuerung beeinflusst werden können. Somit liegt eine klare Aufgabenstellung auf der Hand, nämlich die Bestimmung der Drehmomente der Elektromaschinen. Deshalb sind diejenigen Gleichungen aus (4.3) von zentraler Bedeutung, in denen die beiden Drehmomente M_{E1} und M_{E2} der Elektromaschinen auftreten, was lediglich auf (4.3a) zutrifft. Es wird sich später noch als sinnvoll erweisen, die erste Zeile der verallgemeinerten Ausgangsgleichung (4.3l) von Anfang an mit zu berücksichtigen. Für diese Art des Wiederstarts (also für geschlossene Kupplung zwischen Verbrennungskraftmaschine und Hohlrad) ergibt sich daraus unter Berücksichtigung

von (4.2b), (4.2c) und (4.3f):

$$\begin{aligned} & \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ {}^{Nx}c_{11} & {}^{Nx}c_{12} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{\omega}_R(t) \\ \dot{\omega}_P(t) \end{pmatrix} = \\ & = \begin{pmatrix} {}^{Mxv}\mathbf{b}_2 & {}^{Mxv}\mathbf{b}_3 & {}^{Mxv}\mathbf{b}_1 & {}^{Mxv}\mathbf{b}_4 & {}^{Mxv}\mathbf{b}_5 & \mathbf{0} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} M_{E1}(t) \\ M_{E2}(t) \\ {}^{A2}\mathbf{u}(t) \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (6.1a)$$

wobei ${}^{Nx}c_{ij}$ das Element in der i -ten Zeile und j -ten Spalte der verallgemeinerten Ausgangsmatrix ${}^{Nx}\mathbf{C}$ gemäß (2.62c), ${}^{Mxv}\mathbf{b}_i$ den i -ten Spaltenvektor der Eingangsmatrix ${}^{Mxv}\mathbf{B}$ gemäß (2.62b) und

$${}^{A2}\mathbf{u}(t) = \begin{pmatrix} M_{VKM}(t) \\ M_{KMy}(t) \\ \tilde{M}_{Rad}(t) \\ \dot{\omega}_{Rad}(t) \end{pmatrix} \quad (6.1b)$$

einen soeben definierten Unter-Pseudoeingangsvektor des Antriebsstrangs bezeichnet. Die Vorsilbe Pseudo soll darauf aufmerksam machen, dass der Vektor ${}^{A2}\mathbf{u}$ mit $\dot{\omega}_{Rad}$ ein Element besitzt, das nicht zu den unabhängigen Größen des Antriebsstrangs gehört und somit nicht als eine dessen Eingangsgrößen zu verstehen ist.

Mit (6.1a) hat man nun ein System aus drei Gleichungen mit acht Variablen. Wie die lineare Algebra lehrt, ist dieses Gleichungssystem dann vollständig bestimmt, wenn fünf der acht Variablen zu den bekannten Größen gehören. Liegt vollständige Bestimmtheit (und keine Überbestimmtheit) des Gleichungssystems vor, so sind drei der acht Variablen unbekannt.

Es ist nun zu überlegen, welche der acht Variablen zu den bekannten Größen der Anlaufphase gehören.

Im ersten Schritt soll geklärt werden, welche Variablen entweder direkt aus den Restriktionen des Wiederstarts als bekannte Größen hervorgehen, oder sich mit Hilfe der restlichen Gleichungen von (4.3) aus den Restriktionen rechnerisch ergeben. Dabei soll bedacht werden, dass eine absolut vollständige und exakte mathematische Beschreibung realer technischer Systeme praktisch nicht realisierbar ist. Deshalb sind stets mehr oder weniger große Abweichungen zwischen den (durch die spätere Steuerungssoftware) rechnerisch er-

mittelten Werten der betreffenden Variablen und deren tatsächlichen Werten zu erwarten. *Um eine für spätere Untersuchungen (teilweise) notwendige Unterscheidung zwischen tatsächlichen und (durch die spätere Steuerungssoftware) rechnerisch ermittelten Werten zu ermöglichen, kennzeichnet der tiefgestellte Kleinbuchstabe s auf der linken Seite des Formelzeichens die jeweilige Software-Variable, sofern zwischen dem tatsächlichen Wert der entsprechenden physikalischen Größe und der Software-Variable unterschieden werden soll. In gleicher Weise seien auch die in der späteren Steuerungssoftware zu hinterlegenden Systemparameter gekennzeichnet, wenn deren Werte von den tatsächlichen Werten unterschieden werden sollen.* Es sei noch angemerkt, dass Sollwerte ohnehin nur innerhalb der Software existieren und deshalb nicht gekennzeichnet werden.

Die schärfste Restriktion des Wiederstarts ist die Forderung nach der Einhaltung eines bestimmten Radmoments, welches nach den obigen Ausführungen während des gesamten Wiederstarts konstant gehalten werden soll. Es kann also die Gleichungsrestriktion

$${}_sM_{Rad}(t) = M_{Rad,Wsoll}(t) \quad (6.2)$$

formuliert werden, wobei $M_{Rad,Wsoll}$ den während des Wiederstarts geltenden Sollwert für das Radmoment, also eine bekannte Größe bezeichnet. In Abschnitt 6.1.6 wird eine adäquate Methode für die Vorgabe des Sollwerts $M_{Rad,Wsoll}$ beschrieben.

Durch Einsetzen von (6.2) in (4.3c) ergibt sich weiterhin:

$${}_s\tilde{M}_{Rad}(t) = M_{Rad,Wsoll}(t) - {}_sM_{brems}(t). \quad (6.3a)$$

Es ist nicht zu erwarten, dass die konventionelle Bremsanlage während des Wiederstarts zum Einsatz kommt, so dass das Brutto-Radmoment mit dem Sollwert $M_{Rad,Wsoll}$ gleichzusetzen und somit bekannt ist. Sollte bei einem Wiederstart dennoch konventionell gebremst werden, muss ein hinreichend genauer Wert ${}_sM_{brems}$ für das Bremsmoment M_{brems} der konventionellen Bremsanlage vorhanden sein, so dass das Brutto-Radmoment auch in diesem kaum zu erwartenden Fall zu den bekannten Größen gezählt werden kann.

Wird die Forderung nach einem *konstanten* Radmoment während des Wiederstarts annähernd erfüllt, so lassen die in Abschnitt 3.1 beschriebenen Grundlagen auf $\dot{S}_R = 0$ schließen. Damit ergibt sich aus (4.3i) nach dem Auflösen nach der Winkelgeschwindigkeit ω_{Rad} der Antriebsräder und anschließender Differentiation deren Winkelbeschleunigung

$${}_s\dot{\omega}_{Rad}(t) = \frac{1}{{}_sr_{Rad0} \cdot (1 - {}_sS_R(t))^\xi} \cdot {}_s\dot{v}(t)$$

mit

$$\xi = \begin{cases} +1 & \text{beim Antreiben} \\ -1 & \text{beim Bremsen} \end{cases}. \quad (6.3b)$$

Außerdem ergibt sich mit der Restriktion (6.2) mit (4.3h) und (4.3j):

$${}_s\dot{v}(t) = \frac{1}{{}_sm} \cdot \left(\frac{1}{{}_sr_{Rad0}} \cdot M_{Rad,Wsoll} - {}_sF_R({}_sv, {}_s\alpha) - {}_sF_{nl0}(t) \right)$$

Durch Einsetzen in die obige Gleichung ergibt sich unter Berücksichtigung von (3.16) und (3.8) nun auch die nächste der gesuchten fünf bekannten Variablen, nämlich die Winkelbeschleunigung

$${}_s\dot{\omega}_{Rad}(t) = \frac{M_{Rad,Wsoll} - {}_sr_{Rad0} \cdot {}_sF_{nl}(t)}{{}_sr_{Rad0}^2 \cdot {}_sm \cdot (1 - {}_sS_R(t))^\xi} \quad (6.3c)$$

der Antriebsräder, wobei ξ gemäß (6.3b) zu setzen ist. Für den nichtlinearen Zugkraftanteil ist gemäß (3.8) ein hinreichend genauer Wert ${}_sF_{nl}$ zu bestimmen.

Für die Anwendung von (6.3c) benötigt die Steuerungssoftware aber noch einen Wert ${}_sS_R$ für den Reifenschlupf. Hierzu kann (4.3j) zusammen mit (6.2) und (3.13) für Rückschlüsse auf den Kraftschluss

$${}_s\mu_K(t) = \left| \frac{M_{Rad,Wsoll}(t) - {}_sr_{Rad0} \cdot {}_sF_R({}_sv, {}_s\alpha)}{{}_sF_z(\alpha) \cdot {}_sr_{Rad0}} \right| \quad (6.3d)$$

herangezogen werden, was aber neben einem Wert ${}_sF_R$ für den Rollwiderstand auch einen Wert ${}_sF_z$ für die Radlast erfordert. Anhand des so gewonnenen Wertes ${}_s\mu_K$ für den Kraftschluss, kann dann letztendlich auf den Reifenschlupf S_R bzw. ${}_sS_R$ geschlossen werden. Aus Abschnitt 3.1 ist jedoch bekannt, dass der Zusammenhang zwischen Schlupf und Kraftschluss von vielen Einflussfaktoren abhängt und nie genau bekannt ist, so dass eine genaue Schätzung des Reifenschlupfs schwierig sein dürfte. Allerdings geben die Ausführungen in Abschnitt 4.4 Anlass zur Vermutung, dass die Annahme ${}_sS_R = 0$ auch hier hinreichend genau ist (dann würde sich auch die Anwendung von (6.3d) erübrigen). Gemäß (6.3c) wird dadurch zunächst der Wert ${}_s\dot{\omega}_{Rad}$ für die Winkelbeschleunigung der Antriebsräder etwas verfälscht (wegen $0 \leq S_R \leq 0,1$ um nicht mehr als 11 %). Dadurch ergeben sich Fehler in jenen Drehmomenten, welche durch die Massenträgheitsmomente des Antriebsstrangs absorbiert werden. Dies dürfte sich aber nicht sehr stark im Radmoment bemerkbar ma-

chen. Der Einfluss des Reifenschlupf-Fehlers beim Wiederstart wird in Abschnitt 6.1.5 noch genauer untersucht.

An dieser Stelle sind nun sämtliche Möglichkeiten, die Werte der in (6.1a) vertretenen Variablen anhand der Randbedingungen des Wiederstarts und unter Einsatz der restlichen Gleichungen¹ von (4.3) zu bestimmen, vollständig ausgeschöpft. Es können aber noch weitere Größen auf anderem Wege quantifiziert werden.

Als weitere bekannte Größe darf das Drehmoment M_{VKM} der Verbrennungskraftmaschine angesehen werden. In der Anlaufphase ist für ${}_sM_{VKM}$ das Schleppmoment anzusetzen, welches zu den charakteristischen Größen einer Verbrennungskraftmaschine gehört und deshalb auch ohne entsprechende Sensorik im Antriebsstrang relativ genau beziffert werden kann.

Die vierte von fünf zur eindeutigen Lösbarkeit von (6.1a) benötigten bekannten Größen ist das Kupplungsmoment der nicht geschlossenen Abtriebskupplung. In dem hier angenommenen Fall, dass diese Kupplung vollständig geöffnet ist, kann ${}_sM_{KMg} = 0$ gesetzt werden. Es sei vorweg genommen, dass das Schleifen der nicht geschlossenen Abtriebskupplung beim Wiederstart in einem Großteil der Fahrbereiche des Antriebsstrangs nicht zweckmäßig ist, so dass ${}_sM_{KMg} = 0$ während des Wiederstarts die Regel sein wird. Anderenfalls wäre das betreffende Kupplungsmoment zu schätzen.

Bisher stellte sich bereits heraus, dass fast alle im Gleichungssystem (6.1a) vertretenen Drehmomente zu den bekannten Größen der Anlaufphase gehören, die einzigen Ausnahmen sind dabei die Drehmomente der Elektromaschinen. Zudem ist die Winkelbeschleunigung ${}_s\dot{\omega}_{Rad}$ der Antriebsräder bekannt. Die restlichen Variablen aus (6.1a) ergeben sich aber weder direkt oder indirekt mit den restlichen Gleichungen von (4.3), sie sind also unbekannt. Somit sind insgesamt nur vier anstatt fünf Variablen bekannt. Die eindeutige Lösbarkeit von (6.1a) ist demnach nur in Verbindung mit einer weiteren Restriktion möglich, die im Rahmen der Aufgabenstellung weitgehend frei formuliert werden kann. Anders ausgedrückt kann man sagen, dass die Anlaufphase über genau einen Freiheitsgrad verfügt.

Eine zusätzliche Restriktion kann z. B. die

- direkte Vorgabe der Winkelbeschleunigung $\dot{\omega}_{VKM}$ der Verbrennungskraftmaschine

oder die Forderung nach Extremierung eines Gütemaßes sein. Ein sinnvolles Gütemaß ist etwa die Dauer der Anlaufphase. Die Minimierung dieser Dauer führt zu dem

¹Also die Gleichungen von (4.3), die nicht in (6.1a) eingeflossen sind.

- zeitoptimalen Wiederstart.

Beide Thematiken sollen in den beiden folgenden Abschnitten behandelt werden. In einem weiteren Abschnitt wird untersucht, ob ein

- Wiederstart bei schleifender Abtriebskupplung

sinnvoll sein kann.

6.1.2 Wiederstart unter Vorgabe der Winkelbeschleunigung

Die Ausnutzung des Freiheitsgrades kann in der Anlaufphase beispielsweise durch Sollwertvorgabe für die Winkelbeschleunigung $\dot{\omega}_R$ des Hohlrades erfolgen. Diese gleicht bei dieser Art des Wiederstarts bekanntlich der Winkelbeschleunigung $\dot{\omega}_{VKM}$ der Verbrennungskraftmaschine.

Man setzt also

$$\dot{\omega}_R(t) = \dot{\omega}_{R,soll}(t). \quad (6.4)$$

Zusammen mit den in Abschnitt 6.1.1 gefundenen bekannten Variablen ist das Gleichungssystem (6.1a) nun eindeutig lösbar. Wie leicht nachvollzogen werden kann, lautet die Lösung:

$$\begin{pmatrix} M_{E1}(t) \\ M_{E2}(t) \\ \dot{\omega}_P(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -M_{xv}\mathbf{b}_2 & -M_{xv}\mathbf{b}_3 & 1 \\ 0 & 0 & N^x c_{12} \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} M_{xv}\mathbf{b}_1 & M_{xv}\mathbf{b}_4 & M_{xv}\mathbf{b}_5 & \mathbf{0} & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -N^x c_{11} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} A_s^2 \mathbf{u}(t) \\ \dot{\omega}_{R,soll}(t) \end{pmatrix}. \quad (6.5)$$

Damit ist nun klar, wie die Anlaufphase zu steuern ist, nämlich durch die Einregulung der Elektromaschinen-Drehmomente gemäß der Steuergleichung:

$$\begin{pmatrix} M_{E1,soll}(t) \\ M_{E2,soll}(t) \end{pmatrix} = {}^{W1x}\mathbf{S} \cdot \begin{pmatrix} A_s^2 \mathbf{u}(t) \\ \dot{\omega}_{R,soll}(t) \end{pmatrix} \quad (6.6a)$$

mit dem Unter-Pseudoeingangsvektor

$${}^A_2 \mathbf{u}(t) = \begin{pmatrix} {}_s M_{VKM}(t) \\ {}_s M_{KMy}(t) \\ {}_s \tilde{M}_{Rad}(t) \\ {}_s \dot{\omega}_{Rad}(t) \end{pmatrix}, \quad (6.6b)$$

dessen Elemente aus Abschnitt 6.1.1 bekannt sind und der Steuermatrix

$${}^{W1x} \mathbf{S} = \begin{pmatrix} & 0 \\ \mathbf{I} & \\ & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} & & 0 \\ -{}^{Mxv} \mathbf{b}_2 & -{}^{Mxv} \mathbf{b}_3 & \\ 0 & 0 & {}^{Nx} c_{12} \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} & & & -1 \\ {}^{Mxv} \mathbf{b}_1 & {}^{Mxv} \mathbf{b}_4 & {}^{Mxv} \mathbf{b}_5 & \mathbf{0} & \\ & & & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -{}^{Nx} c_{11} \end{pmatrix}, \quad (6.6c)$$

wobei \mathbf{I} die Einheitsmatrix und ${}^{Mxv} \mathbf{b}_i$ den i -ten Spaltenvektor der verallgemeinerten Eingangsmatrix ${}^{Mxv} \mathbf{B}$ gemäß (2.62b) bezeichnet. Selbstverständlich können durch die Steuergleichung nicht die tatsächlichen Drehmomente der Elektromaschinen erzeugt werden, sondern lediglich die an hierarchisch untergeordnete Drehmomentenregelungen (oder ersatzweise Drehmomentensteuerungen unter Regelung der jeweiligen drehmomentbildenden Komponente des Stroms) weitergegebenen Sollwerte berechnet werden. Um diese später von den tatsächlichen Drehmomenten unterscheiden zu können, werden sie in den Indizes als Sollwerte gekennzeichnet.

Anhand der Steuergleichung (6.6) ist es nun auch leicht möglich, die Größenordnungen der wesentlichen Systemgrößen während des Wiederstarts exemplarisch aufzuzeigen. Dabei soll von Windstille und ebenem Gelände ausgegangen werden. Ferner werde mit einer Zugkraft von 2 kN gefahren, wenn die Fahrleistung dabei 8 kW nicht überschreitet², andernfalls werde mit einer Fahrleistung von 8 kW gefahren. Aus der Annahme, die Drehzahl der Verbrennungskraftmaschine solle aus dem Stillstand innerhalb einer Zeitspanne von 250 ms gleichmäßig auf die Zünddrehzahl von 1000 min⁻¹ beschleunigt werden, ergibt sich unmittelbar der Sollwert $\dot{\omega}_{R,soll}$ für die Winkelbeschleunigung der Verbrennungskraftmaschine. Die gefahrene Geschwindigkeit v ist dann noch die einzige unbestimmte Variable im

²Mit Fahrleistung sei hier das Produkt aus Zugkraft und gefahrener Geschwindigkeit gemeint.

Steuergesetz, welches bei diesen Gegebenheiten die grafische Darstellung der Drehmomente M_{E1} und M_{E2} der Elektromaschinen in Abhängigkeit von der gefahrenen Geschwindigkeit v ermöglicht.

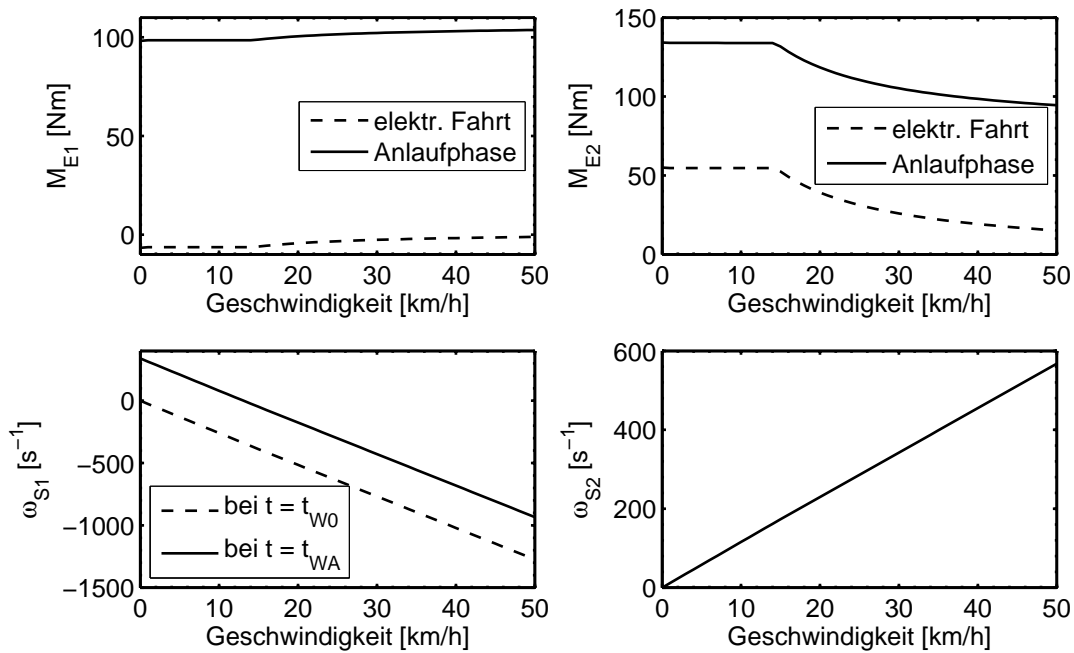
Mit den in Abschnitt C.1 aufgeführten technischen Daten des Antriebs ergeben sich so für die Drehmomente M_{E1} und M_{E2} der beiden Elektromaschinen in Mode 1 die beiden oberen Diagramme in Bild 6.2(a). Wie in der Legende ausgewiesen, sind zum Vergleich als gestrichelte Linien auch die Drehmomente der Elektromaschinen eingetragen, die für elektrisches Fahren bei gleicher Zugkraft bzw. gleicher Fahrleistung notwendig sind. Diese ergeben sich mit $\dot{\omega}_{R,soll}$ ebenfalls aus der Steuergleichung (6.6), wenn ein bestimmter Wert für das Drehmoment der Verbrennungskraftmaschine angenommen wird. Hier wurde ${}_sM_{VKM} = 0$ gesetzt. Diese Annahme muss aber nicht genau zutreffen, da die Verbrennungskraftmaschine nicht in Drehbewegungen versetzt wird, solange das Losreißmoment nicht überschritten wird. Die tatsächlichen Drehmomente der Elektromaschinen liegen aber dennoch sehr nahe an den Grafen, da diese sich durch die Annahme realistischer Losreißmomente kaum verschieben. Weil die Elektromaschine 2 im Gegensatz zur Elektromaschine 1 beim elektrischen Fahren in Mode 1 über eine feste Übersetzung mechanisch mit den Antriebsrädern verbunden ist, wird das Brutto-Radmoment allein von der Elektromaschine 2 bereitgestellt. Das Drehmoment der Elektromaschine 1 ist im aufgezeigten Geschwindigkeitsintervall dennoch von Null verschieden. Die Ursache hierfür liegt darin, dass das Fahrzeug bei der zugrunde liegenden Fahrleistung im betrachteten Geschwindigkeitsintervall beschleunigt wird. Um die Drehzahl des Hohlrades konstant (auf Null) zu halten, ist die Elektromaschine 1 zu beschleunigen. Geht man nun von $M_R = 0$ aus, so wird schnell klar, dass allein schon die Überwindung ihrer eigenen Massenträgheit ihr ein von Null verschiedenes Drehmoment abverlangt. In den Diagrammen für die Drehmomente der Elektromaschinen fällt auf, dass die Kurven für elektrische Fahrt und Anlaufphase in ihrem Verlauf identisch aber entlang der Ordinate zueinander parallel verschoben sind. Ein Blick auf die Steuergleichung (6.6) lässt sehr schnell erkennen, um welches Drehmoment die beiden Kurven verschoben sind. Da der Pseudo-Untereingangsvektor ${}^{A2}\mathbf{u}$ für beide Drehmomentkurven identisch ist, unterscheiden sich die Kurven der Elektromaschine 1 um ${}^{W1x}s_{15} \cdot \dot{\omega}_{R,soll}$ und die Drehmomentkurven der Elektromaschine 2 um ${}^{W1x}s_{25} \cdot \dot{\omega}_{R,soll}$. Ebenfalls deutlich zu erkennen ist das Geschwindigkeitsintervall, in welchem mit einer Zugkraft von 2 kN gefahren wird. Es ist dadurch gekennzeichnet, dass die Geschwindigkeit keinen erkennbaren Einfluss auf die Drehmomente der Elektromaschinen hat. Bei konstanter Fahrleistung nimmt das (Brutto-) Radmoment mit steigender Geschwindigkeit gemäß einer Hyperbelfunktion ab. Damit sinkt auch das Drehmoment der Elektromaschine 2 in

ähnlicher Weise.

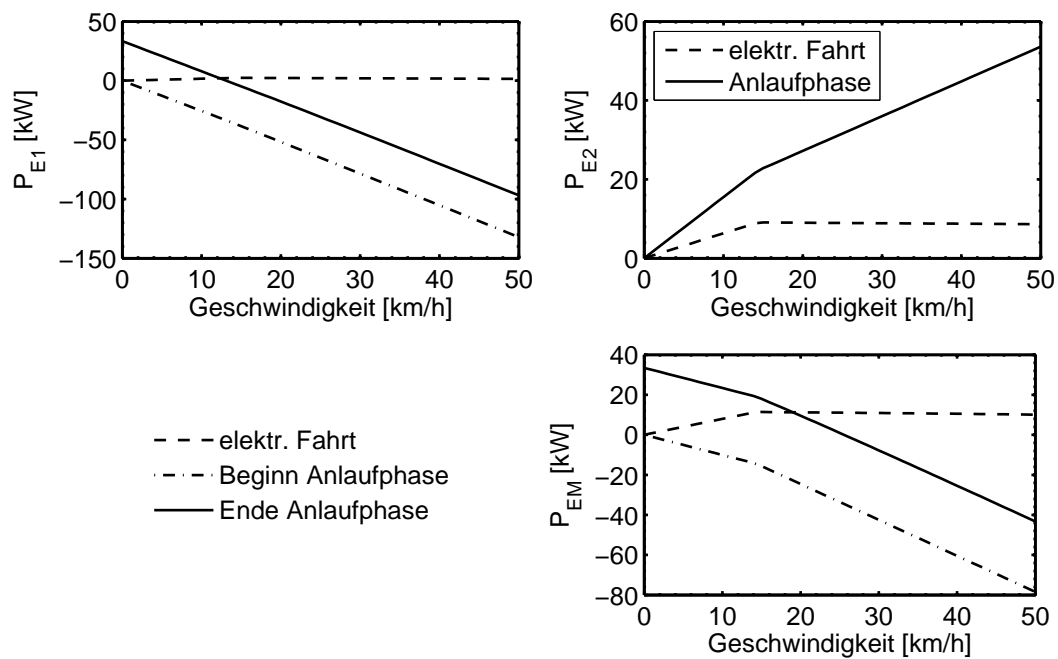
Nach Anwendung der Gleichung (6.3d) zur Berechnung des Kraftschlusses und anschließender Bestimmung des Reifenschlupfs, stellt (4.3i) die Anwendbarkeit der Ausgangsgleichungen (4.3k) und (4.3l) bei gegebener Geschwindigkeit v her. Damit können dann letztendlich die Winkelgeschwindigkeiten ω_{S1} und ω_{S2} der beiden Elektromaschinen berechnet werden. Diese sind in den beiden unteren Diagrammen in Bild 6.2(a) für den Beginn der Anlaufphase zum Zeitpunkt t_{W0} (bei Stillstand der Verbrennungskraftmaschine) und für das Ende der Anlaufphase zum Zeitpunkt t_{WA} (bei $\omega_{VKM} = \omega_{VKMz}$) dargestellt. Während der Anlaufphase steigt die Winkelgeschwindigkeit der Elektromaschine 1 von dem Ordinatenwert eines Punktes auf der gestrichelten Kurve auf den Ordinatenwert eines Punktes auf der durchgezogenen Kurve monoton an. Das Diagramm der Winkelgeschwindigkeit der Elektromaschine 2 besteht nur aus einer Kurve, weil sich zwischen ihrem Läufer und den Antriebsrädern eine konstante Übersetzung befindet.

Aus den Drehmomenten und Winkelgeschwindigkeiten ergeben sich durch Multiplikation die mechanischen Leistungen P_{E1} und P_{E2} der Elektromaschinen. Sie sind in den beiden oberen Diagrammen in Bild 6.2(b) für die verschiedenen Zeitpunkte und das elektrische Fahren dargestellt. Das untere Diagramm in Bild 6.2(b) zeigt die Summe P_{EM} der mechanischen Leistungen beider Elektromaschinen. Sie vermittelt einen Eindruck über die Größenordnung der Batterieleistung. Es mag zunächst paradox erscheinen, dass die Batterie während der Anlaufphase unter Umständen sogar aufgeladen wird, obwohl (positive) mechanische Leistung zur Überwindung der Fahrwiderstände bereitgestellt wird und die Verbrennungskraftmaschine darüber hinaus noch (positive) mechanische Leistung *aufnimmt*. Die Bilanz aus diesen beiden Leistungen führt schließlich zu dem Resultat, dass die Elektromaschinen insgesamt (positive) mechanische Leistung *abgeben* müssen. Deshalb könnte man vermuten, dass auch die Batterie Leistung abgeben muss – also entladen wird. Man darf dabei aber nicht übersehen, dass sich während der Anlaufphase auch die Winkelgeschwindigkeit der Elektromaschine 1 deutlich ändert. Bild 6.2(a) offenbart, dass der Betrag dieser Winkelgeschwindigkeit während der Anlaufphase unter Umständen sinkt. Dabei wird ein Teil der kinetischen Energie abgebaut, die im Läufer der Elektromaschine und in der mit ihr fest verbundenen Welle des Ravigneaux-Satzes gespeichert ist. Übersteigt die hierbei freigesetzte Leistung den Leistungsbedarf des gesamten Antriebs (was auch die Verbrennungskraftmaschine einschließt), wird mit der überschüssigen Leistung die Batterie geladen.

Für Mode 2 sind die entsprechenden Diagramme in Bild 6.3 dargestellt. In diesem Mode



(a) Drehmomente und Winkelgeschwindigkeiten



(b) mechanische Leistungen

Bild 6.2: Anlaufphase in Mode 1 bei einem Radmoment von 2 kN bzw. einer Fahrleistung von 8 kW und $M_{brem,s} = M_{KM,y} = 0$

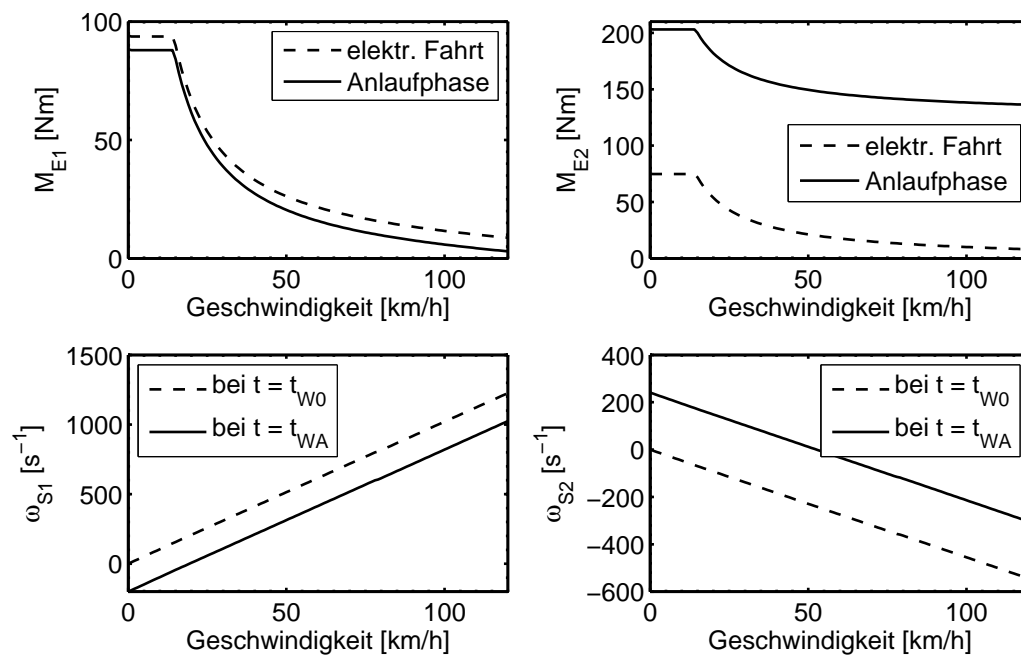
stehen die beiden Elektromaschinen aus topologischer Sicht in der gleichen relativen Position zu den Antriebsrädern. Hier müssen die Drehmomentkurven beider Elektromaschinen also der Kurve des (Brutto-) Radmoments ähneln, was in Mode 1 nur für die Drehmomentkurven der Elektromaschine 2 galt. Die restlichen Diagramme in Bild 6.3 resultieren aus den gleichen Rechenoperationen wie die entsprechenden Diagramme in Bild 6.2. Sie bedürfen keiner näheren Erläuterung. Auch hier stellt sich heraus, dass die Batterie während der Anlaufphase oft mit überschüssiger Leistung aus dem Abbau kinetischer Energie geladen wird.

Eine weitere Deutung der Diagramme für die Winkelgeschwindigkeiten liegt auf der Hand, wenn die Winkelgeschwindigkeiten ω_{S1} und ω_{S2} der beiden Elektromaschinen statt der Winkelgeschwindigkeiten ω_R des Hohlrades und ω_P des Planetenträgers als Zustandsgrößen aufgefasst werden. Man gelangt dabei zu einer alternativen Zustandsbeschreibung. Den alternativen dreidimensionalen Zustandsraum kann man sich durch die senkrecht aufeinander stehenden Zeichenebenen der beiden Winkelgeschwindigkeits-Diagramme aufgespannt vorstellen. (Schnittlinie der beiden Ebenen ist die Geschwindigkeits-Achse.) Anhand der zu Beginn des Wiederstarts gefahrenen Geschwindigkeit geht somit aus den beiden Winkelgeschwindigkeits-Diagrammen der komplette Anfangszustand des Wiederstarts hervor. Aus der Geschwindigkeit am Ende der Anlaufphase, die sich bei gegebener Zugkraft und vorgegebener Dauer der Anlaufphase aus (3.9) berechnet werden kann, ergibt sich auch der komplette Endzustand der Anlaufphase aus den beiden Winkelgeschwindigkeits-Diagrammen. Weil es sich bei den (alternativen) Zustandsgrößen bei konstanten Drehmomenten angesichts der (alternativen) Zustandsdifferentialgleichung³ um monotone Funktionen der Zeit handelt, geben die Winkelgeschwindigkeits-Diagramme somit an, welcher Unterraum des (alternativen) Zustandsraums während der Anlaufphase durchlaufen wird. Die Projektionen der Trajektorie auf die Zeichenebenen der beiden Winkelgeschwindigkeits-Diagramme verlaufen während der Anlaufphase vollständig auf den Flächen zwischen den gestrichelten und durchgezogenen Linien und sind nahezu vertikal ausgerichtet (außer im Diagramm für

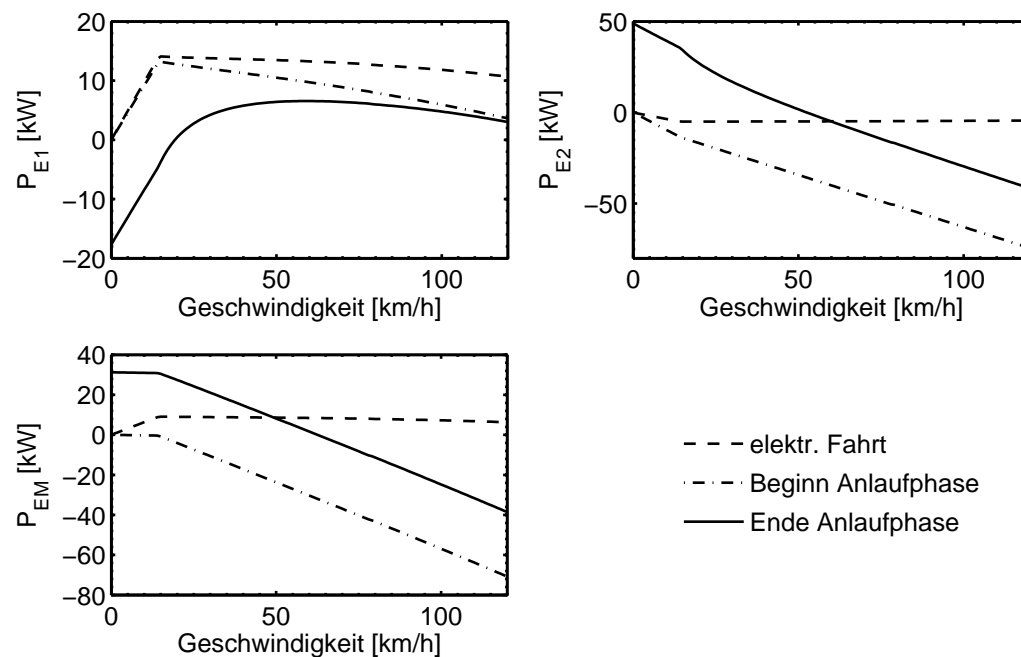
³Wie leicht einzusehen ist, kann die Differentialgleichung (4.3a) mit der Ausgangsgleichung (4.3k) leicht in die Differentialgleichung

$$\begin{pmatrix} \dot{\omega}_{S1}(t) \\ \dot{\omega}_{S2}(t) \end{pmatrix} = {}^K\mathbf{C} \cdot {}^{Mx}\mathbf{B} \cdot \begin{pmatrix} {}^{A1}\mathbf{u}(t) \\ M_{KMy}(t) \\ \tilde{M}_{Rad}(t) \end{pmatrix}$$

mit ${}^{Mx}\mathbf{B}$ gemäß (2.60b), dem Unter-Eingangsvektor ${}^{A1}\mathbf{u}$ gemäß (4.2c), dem verallgemeinerten Kuppelungsmoment M_{KMy} gemäß (4.3e), dem Brutto-Radmoment gemäß (4.3c) und der Ausgangsmatrix ${}^K\mathbf{C}$ des Kerns, die etwa der Ausgangsgleichung (4.3k) entnommen werden kann, überführt werden. Diese Vektordifferentialgleichung stellt zusammen mit der Bewegungsdifferentialgleichung (4.3h) die Zustandsdifferentialgleichungen der alternativen Zustandsbeschreibung dar.



(a) Drehmomente und Winkelgeschwindigkeiten



(b) mechanische Leistungen

Bild 6.3: Anlaufphase in Mode 2 bei einem Radmoment von 2 kN bzw. einer Fahrleistung von 8 kW und $M_{brem.s} = M_{KM.y} = 0$

die Winkelgeschwindigkeit ω_{S2} der Elektromaschine 2, wo die Projektion auf der durchgezogenen Linie verläuft), da sich die gefahrene Geschwindigkeit während der Anlaufphase in der Regel nur so geringfügig ändert, dass der in Richtung der Geschwindigkeits-Achse zurückgelegte Weg der Trajektorie bei dem gewählten Maßstab sehr klein im Verhältnis zu den in die anderen Richtungen zurückgelegten Wegen ist. Wegen der relativ kleinen Geschwindigkeitsänderung bleibt der nichtlineare Zugkraftanteil F_{nl} während der Anlaufphase nahezu konstant. Bedingt durch die konstante Zugkraft bleibt dann gemäß (3.9) auch die Beschleunigung \dot{v} konstant. Als weitere Konsequenz aus der konstanten Zugkraft ergeben sich aus der Steuergleichung (6.6) bei konstantem Sollwert für die Winkelbeschleunigung der Verbrennungskraftmaschine, konstantem Bremsmoment M_{brems} und konstantem verallgemeinertem Kupplungsmoment M_{KMy} (der nicht geschlossenen Abtriebskupplung) auch konstante Drehmomente der Elektromaschinen. Werden diese eingehalten, resultieren dann letztendlich konstante Winkelbeschleunigungen im gesamten Antriebsstrang. Insgesamt darf also von einer geraden Trajektorie im alternativen Zustandsraum ausgegangen werden, die mit konstanter Geschwindigkeit durchlaufen wird.

Die Verläufe der wesentlichen Systemgrößen beim Wiederstart sollen im Folgenden in Zeitschrieben dargestellt werden. Dabei soll von den gleichen Randbedingungen wie bei der Erzeugung der Diagramme in den Bildern 6.2 und 6.3 ausgegangen werden. Somit ist ein Vergleich der Ergebnisse möglich. Was noch zusätzlich vereinbart werden muss, ist die Geschwindigkeit zu Beginn des Wiederstarts.

Löst man in Mode 1 bei einer Geschwindigkeit von 10 km/h den Wiederstart aus, so ergeben sich per Simulation die in Bild 6.4 dargestellten zeitlichen Verläufe der aufgezeichneten Drehmomente, Winkelgeschwindigkeiten, mechanischen Leistungen und der Zugkraft.

Für Mode 2 sind die Simulationsergebnisse in Bild 6.5 dargestellt. Hier liegt ein Wiederstart bei einer Anfangsgeschwindigkeit von 50 km/h zugrunde.

Innerhalb der ersten rund 25 ms nach Beginn der Anlaufphase werden die Drehmomente der Elektromaschinen kontinuierlich und aufeinander abgestimmt auf die Werte angehoben, die sich aus der Steuergleichung (6.6) ergeben. Anschließend wird nach der Steuergleichung gesteuert, bis die Anlaufphase endet und durch die Anpassungsphase abgelöst wird. Die Anpassungsphase ist in den Zeitschrieben durch die mit der Abkürzung „Anp.“ beschrifteten Doppelpfeile gekennzeichnet.

Die Simulationsergebnisse decken sich mit den Diagrammen in den Bildern 6.2 und 6.3 und zeigen, dass das oberste Ziel, die Verbrennungskraftmaschine möglichst ohne Zug-

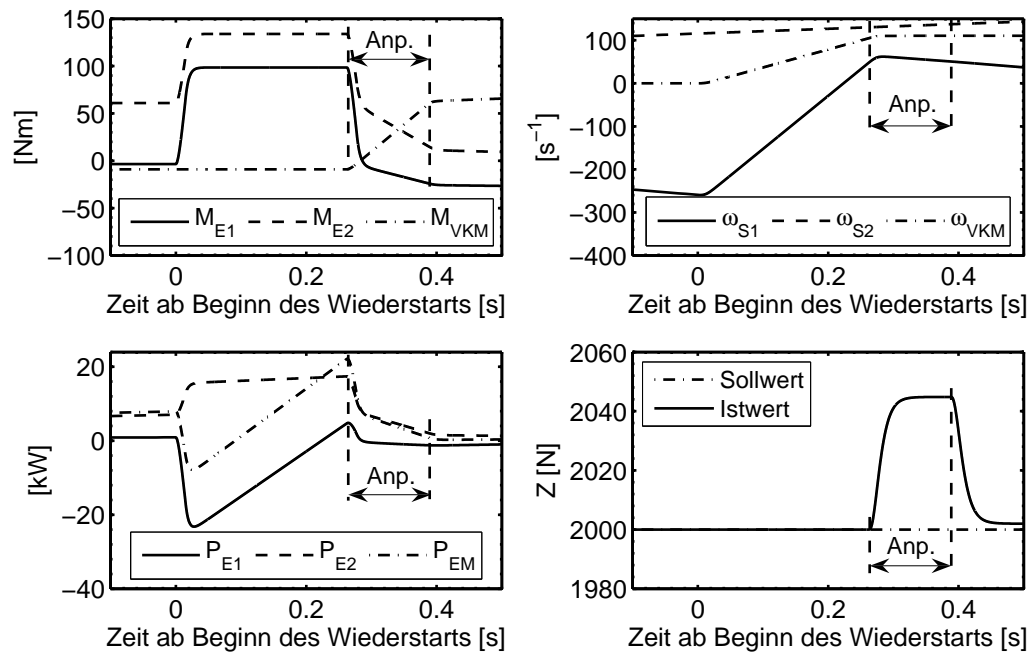


Bild 6.4: Simulationsergebnisse für Wiederstart unter Vorgabe der Winkelbeschleunigung in Mode 1 bei 10 km/h und einer Zugkraft von 2000 N

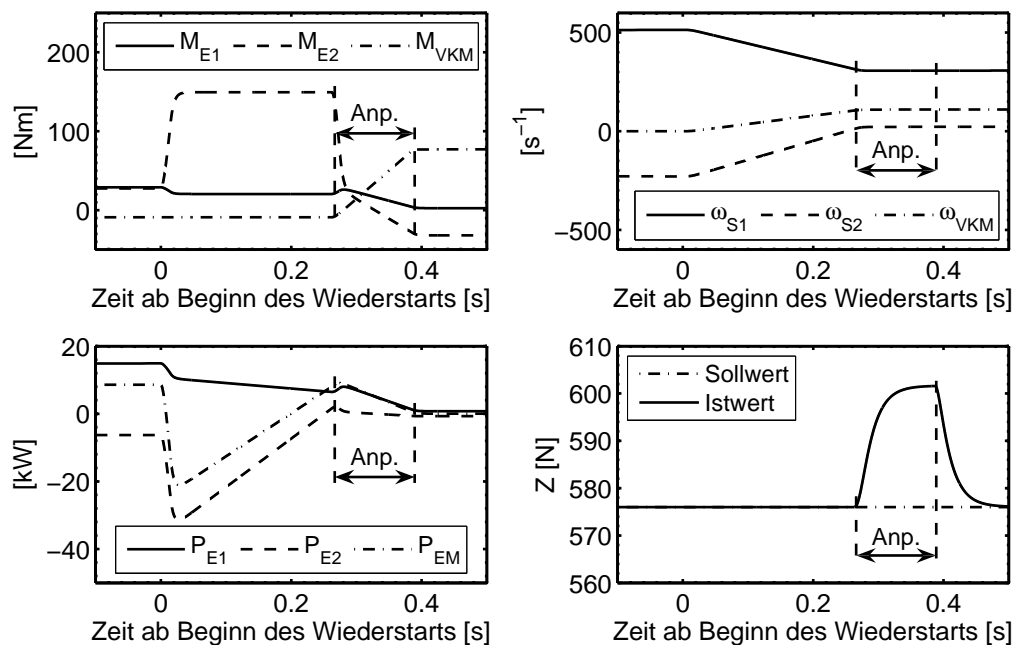


Bild 6.5: Simulationsergebnisse für Wiederstart unter Vorgabe der Winkelbeschleunigung in Mode 2 bei 50 km/h und einer Leistung von 8 kW (Zugkraft = 576 N)

kraftschwankungen wiederzustarten, erreicht wurde. Lediglich während der Anpassungsphase kommt es zu einer geringfügigen Erhöhung der Zugkraft. Die für alle Varianten des Wiederstarts einheitliche Anpassungsphase wird in Abschnitt 6.1.4 noch näher behandelt. Dabei wird auch plausibel, wie die Drehmomente der Elektromaschinen zu Beginn der Anlaufphase auf die Werte verändert werden können, die sich aus der Steuergleichung ergeben.

Die vollkommen exakte Einhaltung des Sollwerts für die Zugkraft während der gesamten Anlaufphase ist darauf zurückzuführen, dass bei der Simulation keine Parameter- und Messunsicherheiten existieren. Bezüglich der Auswirkungen derartiger in der Praxis allgegenwärtiger Unsicherheiten auf den Fahrkomfort wären nähere Untersuchungen notwendig.

Wie den Bildern 6.2 und 6.3 entnommen werden kann, erfordert die hier betrachtete Variante der Anlaufphase unter Umständen hohe Batterieleistungen, deren Verfügbarkeit nicht immer garantiert ist. Auch die Elektromaschinen müssen hohe Leistungen abgeben bzw. aufnehmen können. Es ist deshalb ohnehin vorzuziehen, eine andere Variante des Wiederstarts zu wählen, so dass sich eine weitere Betrachtung dieser Variante ohnehin nicht lohnt.

6.1.3 Zeitoptimaler Wiederstart

Im vorhergehenden Abschnitt wurde für den Wiederstart ohne Kupplung eine einfache Methode zur Steuerung der Anlaufphase vorgestellt. Ihre Eigenschaft, unter Umständen unzulässig hohe Werte der Systemgrößen zu verursachen, macht die Entwicklung einer anderen Methode unumgänglich.

Zu berücksichtigen sind

- die (drehzahlabhängigen) Drehmomentgrenzen der Elektromaschinen und
- die Leistungsgrenzen der Batterie,

die nicht verletzt werden dürfen. In der Praxis wird man die entsprechenden Grenzwerte dem Betriebszustand (im Wesentlichen der Temperatur) der jeweiligen Komponente anpassen. Sie sind also nicht unbedingt konstant.

Gleichzeitig ist dafür zu sorgen, dass während des Wiederstarts trotz Einhaltung der Grenzwerte nicht zu viel Zeit verstreicht. Da die hohen Leistungen im vorherigen Abschnitt trotz der relativ langen Anlaufphase von 250 ms zu verzeichnen waren, ist die Anlaufphase so

zu steuern, dass sie so wenig Zeit wie möglich in Anspruch nimmt. Somit liegt eine spezielle Optimalsteuerungsaufgabe, nämlich ein so genanntes brachystochrones Problem vor, welches es zu lösen gilt.

Unter einer Optimalsteuerungsaufgabe versteht man im Allgemeinen die Aufgabe, unter allen zulässigen Steuertrajektorien diejenige Steuertrajektorie $\mathbf{u}^*(t)$ für ein gegebenes dynamisches System (mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x}(t)$ und dem Steuervektor $\mathbf{u}(t)$) zu finden, die das System von einem (festen oder freien) Anfangszustand in einen (ebenfalls festen oder freien) Endzustand überführt und dabei ein Zielfunktional

$$J(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t_f) = \vartheta(\mathbf{x}(t_f), t_f) + \int_{t_0}^{t_f} \phi(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) dt \quad (6.7)$$

minimiert, wobei t_0 die Anfangszeit und t_f die Endzeit bezeichnet. Durch die frei wählbaren Funktionen $\vartheta(\mathbf{x}(t_f), t_f)$ und $\phi(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t)$ wird in mathematischer Form ausgedrückt, was in der jeweiligen Aufgabenstellung unter Optimalität verstanden werden soll. Die Endzeit kann dabei fest (d. h. vorgeschrieben) oder frei sein. In den meisten Anwendungen hat die Minimierung des Zielfunktional unter Ungleichungsrestriktionen zu erfolgen. In der einschlägigen Fachliteratur zur optimalen Steuerung findet man zahlreiche direkte und indirekte Methoden zur Lösung dieser Aufgabe. Zur eingehenden Lektüre sei etwa auf [3], [4], [7], [24] oder [32] verwiesen. Die meisten Methoden (insbesondere die direkten Methoden wie etwa die Kollokationsmethode [33] [34], auf deren Grundlage das Software-Paket DIRCOL arbeitet, oder die ebenfalls oft eingesetzte Methode, die unter der Bezeichnung Diskrete Dynamische Programmierung (DDP) bekannt ist und auf dem Bellmanschen Optimalitätsprinzip basiert) sind von numerischem Charakter. Für Optimalsteuerungsaufgaben, die in Echtzeit zu lösen sind, ist eine geschlossene Lösung erstrebenswert. Diese kann in einigen Fällen mit Hilfe des Pontrjaginschen Maximumprinzips (einer indirekten Methode) gefunden werden.

Da bei der hier betrachteten Optimalsteuerungsaufgabe die Differenz $t_{WA} - t_{W0}$ minimiert werden soll, lautet das Zielfunktional:

$$J(^{Mx}\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t_{WA}) = \int_{t_{W0}}^{t_{WA}} 1 dt. \quad (6.8a)$$

Die Beschreibung der Optimalsteuerungsaufgabe wird vervollständigt durch die Zustands-

differentialgleichung (4.3a), den festen Anfangszustand ${}^{Mx}\mathbf{x}(t_{W0})$, die Endbedingung

$$\omega_R(t_{WA}) = \omega_{VKMz}, \quad (6.8b)$$

die aus den Grenzen von Elektromaschinen und Batterie resultierenden Ungleichungsrestriktionen

$$|M_{E1}(t)| - M_{E1,max}(t) \leq 0, \quad (6.8c)$$

$$|M_{E2}(t)| - M_{E2,max}(t) \leq 0, \quad (6.8d)$$

$$|P_{Bat}(t)| - P_{Bat,max}(t) \leq 0, \quad (6.8e)$$

und die Gleichungsrestriktion (6.2), welche durch die Ungleichungsrestriktionen

$$M_{Rad}(t) - M_{Rad,Wsoll} \leq 0 \quad (6.8f)$$

und

$$M_{Rad,Wsoll} - M_{Rad}(t) \leq 0 \quad (6.8g)$$

ersetzt werden muss, um die bekannten Methoden überhaupt anwenden zu können. Diese gestatten nämlich ausschließlich Ungleichungsrestriktionen.

Die Anwendung der bekannten Methoden führt besonders wegen der Ungleichungsrestriktionen (6.8f) und (6.8g) zu einer langwierigen Herleitung eines geeigneten Steuergesetzes. Um abzukürzen sollen sie hier nicht direkt zur Anwendung kommen. Die Herleitung der Lösung der Optimalsteuerungsaufgabe ist auf anderem Wege kürzer und zudem auch ohne fundierte Kenntnisse in der Optimalsteuerungstheorie leicht verständlich. Der interessierte Leser kann im Anhang E nachlesen, wie die Optimalsteuerungsaufgabe zwecks leichter Anwendbarkeit der bekannten Methoden umformuliert werden kann. Außerdem wird dort auch der Bezug der im Folgenden hergeleiteten Lösung zu dem (aus dem Pontrjaginschen Maximumprinzip herleitbaren) Satz von Feldbaum hergestellt.

Die Anlaufphase, deren Dauer minimiert werden soll, ist dann beendet (und damit der Zeitpunkt t_{WA} erreicht), wenn die Verbrennungskraftmaschine die Zündwinkelgeschwindigkeit erreicht hat. Wie leicht einzusehen ist, wird diese am schnellsten erreicht, wenn die Winkelbeschleunigung $\dot{\omega}_R$ während der gesamten Anlaufphase durch entsprechende Ansteuerung der Elektromaschinen maximiert wird. Selbstverständlich muss $\dot{\omega}_R$ dabei stets

positives Vorzeichen aufweisen.

Es ist also zu überlegen, wie die Winkelbeschleunigung $\dot{\omega}_R$ durch eine gezielte Wahl der Drehmomente der Elektromaschinen maximiert werden kann. Weil die Anlaufphase laut Abschnitt 6.1.1 nur über einen Freiheitsgrad verfügt und das Gleichungssystem (6.1) anderenfalls überbestimmt und dessen Lösbarkeit nicht zu erwarten wäre, kann nur eines der beiden Drehmomente frei gewählt werden.

Wird das Drehmoment einer Elektromaschine vorgegeben, dann ist das Drehmoment der anderen Elektromaschine generell so einzustellen, dass die Einhaltung des Sollwerts für das Radmoment gewährleistet wird. Bei Vorgabe des Drehmoments einer Elektromaschine lautet die Lösung des Gleichungssystems (6.1):

$$\begin{pmatrix} M_{Ej}(t) \\ \dot{\omega}_R(t) \\ \dot{\omega}_P(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ {}^1\beta & 0 \\ 0 & {}^{Nx}c_{11} \quad {}^{Nx}c_{12} \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} {}^2\beta & {}^{Mxv}\mathbf{b}_1 & {}^{Mxv}\mathbf{b}_4 & {}^{Mxv}\mathbf{b}_5 & \mathbf{0} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} {}_sM_{Ek}(t) \\ {}^{A2}_s\mathbf{u}(t) \end{pmatrix} \quad (6.9a)$$

mit

$$M_{Ej}(t) = \begin{cases} M_{E2,soll}(t) & \text{bei Vorgabe von } M_{E1}(t) \\ M_{E1,soll}(t) & \text{bei Vorgabe von } M_{E2}(t) \end{cases}, \quad (6.9b)$$

$${}_sM_{Ek}(t) = \begin{cases} M_{E1,soll}(t) & \text{bei Vorgabe von } M_{E1}(t) \\ M_{E2,soll}(t) & \text{bei Vorgabe von } M_{E2}(t) \end{cases}, \quad (6.9c)$$

$${}^1\beta = \begin{cases} -{}^{Mxv}\mathbf{b}_3 & \text{bei } {}_sM_{Ek}(t) = M_{E1}(t) \\ -{}^{Mxv}\mathbf{b}_2 & \text{bei } {}_sM_{Ek}(t) = M_{E2}(t) \end{cases} \quad (6.9d)$$

und

$${}^2\beta = \begin{cases} {}^{Mxv}\mathbf{b}_2 & \text{bei } {}_sM_{Ek}(t) = M_{E1}(t) \\ {}^{Mxv}\mathbf{b}_3 & \text{bei } {}_sM_{Ek}(t) = M_{E2}(t) \end{cases}, \quad (6.9e)$$

wobei die Indizes auch hier wieder daran erinnern, dass es sich um Sollwerte handelt. Somit lautet die Steuergleichung für die Elektromaschine, deren Drehmoment nicht im Rahmen

des Freiheitsgrades des Wiederstarts ohne Kupplung vorgegeben wird:

$$M_{Ej}(t) = {}^{W2x}\mathbf{s}^T \cdot \begin{pmatrix} {}_sM_{Ek}(t) \\ {}^{A2}_s\mathbf{u}(t) \end{pmatrix} \quad (6.10a)$$

mit M_{Ej} und ${}_sM_{Ek}$ gemäß (6.9), dem Unter-Pseudoeingangsvektor ${}^{A2}_s\mathbf{u}$ gemäß (6.6b), dessen Komponenten sich aus Abschnitt 6.1.1 ergeben und dem Steuervektor

$${}^{W2x}\mathbf{s}^T = \frac{1}{{}^{Nx}\mathbf{c}_1^T \cdot {}^1\boldsymbol{\beta}} \cdot \begin{bmatrix} {}^{Nx}\mathbf{c}_1^T \cdot {}^2\boldsymbol{\beta} & {}^{Nx}\mathbf{c}_1^T \cdot {}^{Mxv}\mathbf{b}_1 & {}^{Nx}\mathbf{c}_1^T \cdot {}^{Mxv}\mathbf{b}_4 & {}^{Nx}\mathbf{c}_1^T \cdot {}^{Mxv}\mathbf{b}_5 & -1 \end{bmatrix} \quad (6.10b)$$

mit ${}^1\boldsymbol{\beta}$ und ${}^2\boldsymbol{\beta}$ gemäß (6.9). ${}^{Mxv}\mathbf{b}_i$ bezeichnet dabei wieder den i -ten Spaltenvektor der verallgemeinerten Eingangsmatrix ${}^{Mxv}\mathbf{B}$ gemäß (2.62b).

Durch Einsetzen der Steuergleichung (6.10a) in die Zustandsdifferentialgleichung (2.49a) ergibt sich zusammen mit (2.49b), (2.49c) und (2.49f):

$$\frac{\partial \dot{\omega}_R}{\partial M_{E1}} = {}^{A2}b_{12} + {}^{A2}b_{13} \cdot {}^{W2x}s_1 \quad (6.11a)$$

mit ${}^{W2x}\mathbf{s}^T$ gemäß (6.10b) in der Variante „bei ${}_sM_{Ek} = M_{E1}$ “ und

$$\frac{\partial \dot{\omega}_R}{\partial M_{E2}} = {}^{A2}b_{13} + {}^{A2}b_{12} \cdot {}^{W2x}s_1 \quad (6.11b)$$

mit ${}^{W2x}\mathbf{s}^T$ gemäß (6.10b) in der Variante „bei ${}_sM_{Ek} = M_{E2}$ “. Dabei bezeichnet ${}^{A2}b_{ij}$ das Element in der i -ten Zeile und j -ten Spalte der Unter-Eingangsmatrix ${}^{A2}\mathbf{B}$ des Antriebsstrangs gemäß (2.48c) und ${}^{W2x}s_1$ das erste Element des Steuervektors ${}^{W2x}\mathbf{s}^T$ gemäß (6.10b).

Nach (6.11) ist $\dot{\omega}_R$ umso größer, je größer $\text{sgn}({}^{A2}b_{12} + {}^{A2}b_{13} \cdot {}^{W2x}s_1) \cdot M_{E1}$ bzw. je größer $\text{sgn}({}^{A2}b_{13} + {}^{A2}b_{12} \cdot {}^{W2x}s_1) \cdot M_{E2}$ ist. Um die Winkelbeschleunigung der Verbrennungskraftmaschine zu maximieren, ist deshalb eine der Elektromaschinen an ihrer (oberen oder unteren) Drehmomentgrenze zu betreiben. Da die Signumfunktionen konstant sind, wird nicht zwischen der oberen und unteren Grenze gewechselt. Die Beträge der Drehmomentgrenzen hängen dabei nicht ausschließlich von den physikalischen Grenzen der Elektromaschinen ab, sondern je nach Systemzustand auch von den Leistungsgrenzen der Batterie.

Mit der Steuergleichung (6.10a) lassen sich somit die Drehmomente

$$M_{E1,M}(t) = \begin{cases} \operatorname{sgn}\left(\frac{\partial \dot{\omega}_R}{\partial M_{E1}}\right) \cdot M_{E1,max}(t) & \text{für } |M_V(t)| \leq M_{E2,max}(t) \\ W^{2x} \mathbf{s}^T \cdot \begin{pmatrix} \operatorname{sgn}\left(\frac{\partial \dot{\omega}_R}{\partial M_{E2}}\right) \cdot M_{E2,max}(t) \\ {}^{A2}_s \mathbf{u}(t) \end{pmatrix} & \text{sonst} \end{cases} \quad (6.12a)$$

mit

$$M_V(t) = W^{2x} \mathbf{s}^T \cdot \begin{pmatrix} \operatorname{sgn}\left(\frac{\partial \dot{\omega}_R}{\partial M_{E1}}\right) \cdot M_{E1,max}(t) \\ {}^{A2}_s \mathbf{u}(t) \end{pmatrix}$$

und

$$M_{E2,M}(t) = W^{2x} \mathbf{s}^T \cdot \begin{pmatrix} M_{E1,M}(t) \\ {}^{A2}_s \mathbf{u}(t) \end{pmatrix} \quad (6.12b)$$

der beiden Elektromaschinen berechnen, bei denen die Winkelbeschleunigung $\dot{\omega}_R$ der Verbrennungskraftmaschine ohne Rücksicht auf die Batterieleistung maximiert wird. Dabei bezeichnen $M_{E1,max}$ und $M_{E2,max}$ die physikalischen Drehmomentgrenzen der Elektromaschinen, $W^{2x} \mathbf{s}^T$ den Steuervektor gemäß (6.10b) und ${}^{A2}_s \mathbf{u}$ den Unter-Pseudoeingangsvektor gemäß (6.6b).

Die Wahl der Elektromaschinen-Drehmomente gemäß (6.12) kann allerdings zur Verletzung der Leistungsgrenzen der Batterie führen. Bevor die Lösung letztendlich angegeben werden kann, ist deshalb noch das Drehmoment $M_{E1,B}$ der Elektromaschine 1 zu berechnen, bei dem die Leistungsgrenze der Batterie erreicht und gleichzeitig die Winkelbeschleunigung $\dot{\omega}_R$ der Verbrennungskraftmaschine ohne Rücksicht auf die physikalischen Grenzen der Elektromaschinen maximiert wird. Die Batterieleistung soll hier zur Vereinfachung durch die mechanische Gesamtleistung der Elektromaschinen

$$P_{EM}(t) = M_{E1}(t) \cdot \omega_{S1}(t) + M_{E2}(t) \cdot \omega_{S2}(t) \quad (6.13)$$

ersetzt werden, da zur Berücksichtigung der Verluste im elektrischen Zweig deutlich mehr Aufwand betrieben werden müsste. Man wird mit gutem Gewissen annehmen dürfen, dass der Schutz der Batterie vor thermischer Zerstörung auch durch die Vernachlässigung der

Verluste nicht gefährdet wird. Durch Einsetzen von (6.10a) in (6.13) ergibt sich nach Umformung das Drehmoment

$$M_{E1}(t) = - \frac{\omega_{S2}(t) \cdot \begin{bmatrix} W^{2x}_{S2} & W^{2x}_{S3} & W^{2x}_{S4} & W^{2x}_{S5} \end{bmatrix} \cdot {}^{A2}\mathbf{u}(t)}{\omega_{S1}(t) + W^{2x}_{S1} \cdot \omega_{S2}(t)} + \\ + \frac{P_{EM}(t)}{\omega_{S1}(t) + W^{2x}_{S1} \cdot \omega_{S2}(t)}$$

der Elektromaschine 1. Damit ergibt sich das Drehmoment

$$M_{E1,B}(t) = - \frac{\omega_{S2}(t) \cdot \begin{bmatrix} W^{2x}_{S2} & W^{2x}_{S3} & W^{2x}_{S4} & W^{2x}_{S5} \end{bmatrix} \cdot {}^sA2\mathbf{u}(t)}{\omega_{S1}(t) + W^{2x}_{S1} \cdot \omega_{S2}(t)} + \\ + \operatorname{sgn}\left(\frac{\partial \dot{\omega}_R}{\partial M_{E1}}\right) \cdot \left| \frac{P_{EM,max}(t)}{\omega_{S1}(t) + W^{2x}_{S1} \cdot \omega_{S2}(t)} \right| \quad (6.14)$$

der Elektromaschine 1, bei dem entweder die obere oder untere Grenze $\pm P_{EM,max}$ der mechanischen Gesamtleistung der Elektromaschinen erreicht und gleichzeitig die Winkelbeschleunigung $\dot{\omega}_R$ der Verbrennungskraftmaschine maximiert wird. Dabei bezeichnet $W^{2x}_{S_i}$ das i -te Element des Steuervektors $W^{2x}\mathbf{s}^T$ gemäß (6.10b) (wobei die Variante „bei ${}^sM_{Ek}(t) = M_{E1}$ “ auszuwählen ist) und ${}^sA2\mathbf{u}(t)$ den Unter-Pseudoeingangsvektor gemäß (6.6b). Die Signumfunktion garantiert dabei die Maximierung von $\dot{\omega}_R$.

Die Lösung bezüglich der Maximierung der Winkelbeschleunigung $\dot{\omega}_R$ der Verbrennungskraftmaschine lautet somit:

$$M_{E1,soll}(t) = \begin{cases} M_{E1,M}(t) & \text{für } |M_{E1,M}(t) \cdot \omega_{S1}(t) + M_{E2,M}(t) \cdot \omega_{S2}(t)| \leq P_{EM,max}(t) \\ M_{E1,B}(t) & \text{sonst} \end{cases} \quad (6.15a)$$

und

$$M_{E2,soll} = W^{2x}\mathbf{s}^T \cdot \begin{pmatrix} M_{E1,soll}(t) \\ {}^sA2\mathbf{u}(t) \end{pmatrix} \quad (6.15b)$$

mit den Drehmomenten $M_{E1,M}$ und $M_{E2,M}$ gemäß (6.12), $M_{E1,B}$ gemäß (6.14), dem Steuervektor $W^{2x}\mathbf{s}^T$ gemäß (6.10b) (wobei die Variante „bei ${}^sM_{Ek}(t) = M_{E1}$ “ auszuwählen ist) und dem Unter-Pseudoeingangsvektor ${}^sA2\mathbf{u}$ gemäß (6.6b).

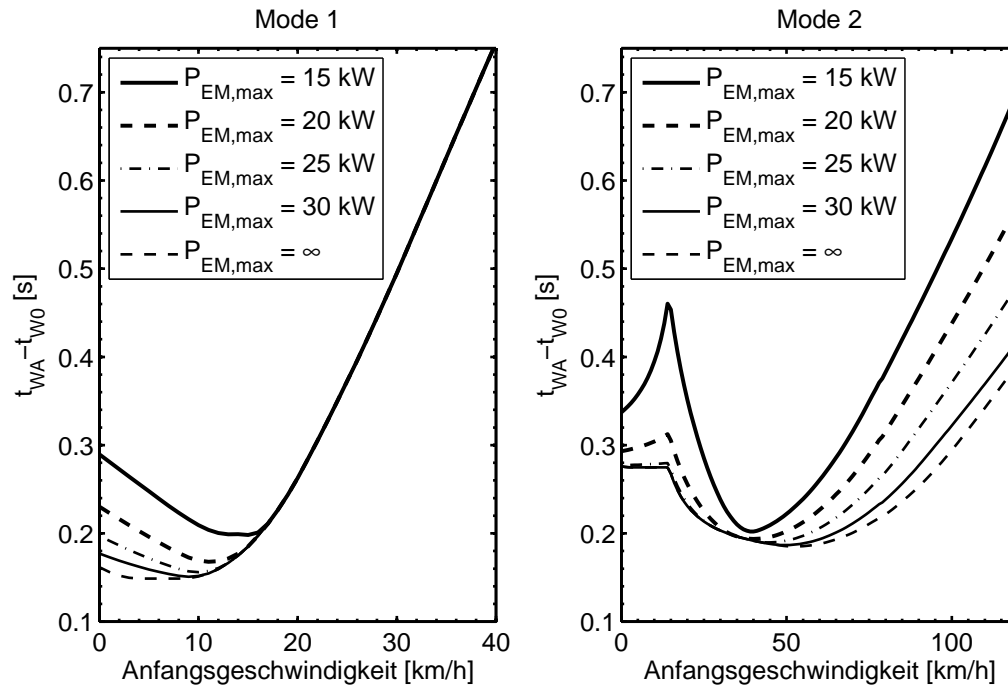
Es sei nochmals betont, dass es sich bei (6.15) zunächst lediglich um die Lösung bezüglich der Maximierung der Winkelbeschleunigung $\dot{\omega}_R$ der Verbrennungskraftmaschine handelt. Sie ist nur dann auch die Lösung der Optimalsteuerungsaufgabe, wenn sie zu $\dot{\omega}_R > 0$ führt. Anderenfalls wird die Zünddrehzahl der Verbrennungskraftmaschine nicht erreicht und die Optimalsteuerungsaufgabe ist (aufgrund der Restriktionen) nicht lösbar. Wenn diese jedoch lösbar ist, dann ist (6.15) die Lösung.

Um zu Überprüfen, ob die Steuergleichung (6.15) unter gegebenen Bedingungen zu $\dot{\omega}_R > 0$ führt, kann eines der aus ihr hervorgehenden Drehmomente in die Lösung (6.9) des Gleichungssystems (6.1) eingesetzt werden. Der daraus resultierende Wert für die Winkelbeschleunigung $\dot{\omega}_R$ ermöglicht außerdem eine approximative Berechnung der Zeit, die während einer kleinen Erhöhung der Winkelgeschwindigkeit der Verbrennungskraftmaschine verstreicht. Die für die gesamte Anlaufphase benötigte Zeit kann somit recht genau rekursiv berechnet werden, wenn die Schrittweite (also die jeweilige Winkelgeschwindigkeitsdifferenz, für die unter der Annahme konstanter Winkelbeschleunigung die zur Überwindung benötigte Zeit berechnet wird) hinreichend klein gewählt wird.

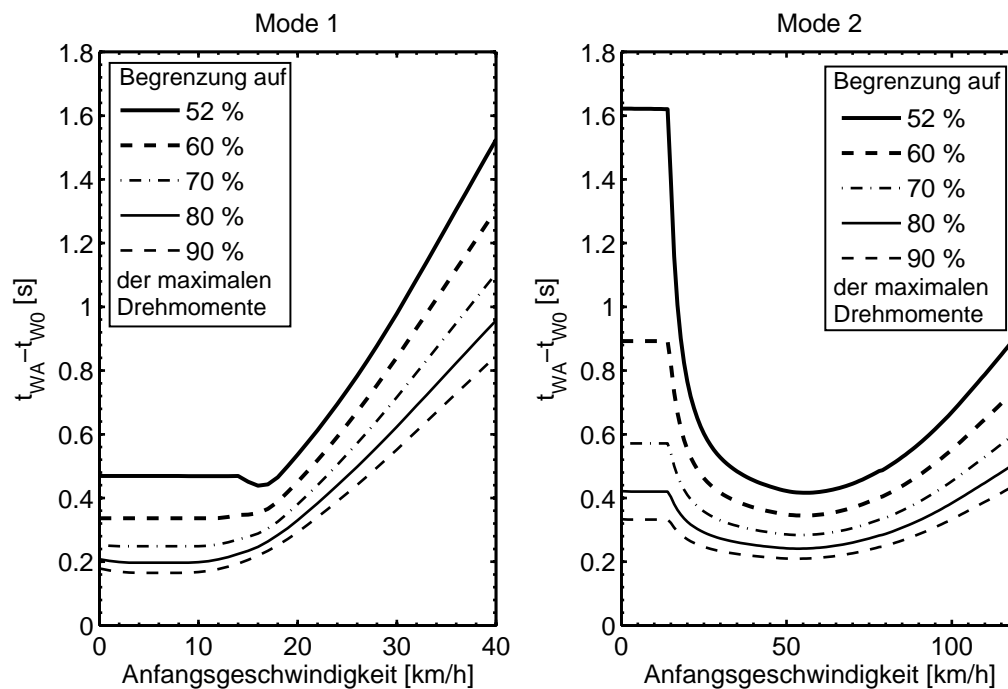
Mit den technischen Daten aus Anhang C ergeben sich auf diesem Wege die in Bild 6.6 gezeigten Resultate. Allen Berechnungen liegt eine Zugkraft von 2 kN zugrunde, sofern dabei eine Fahrleistung (also das Produkt aus gefahrener Geschwindigkeit und Zugkraft) von 8 kW nicht überschritten wird, anderenfalls liegt eine Fahrleistung von 8 kW zugrunde. Ferner wurde von Windstille, ebenem Gelände und $M_{brems} = M_{KMy} = 0$ ausgegangen.

In Bild 6.6(a) kann für verschiedene Werte von $P_{EM,max}$, auf welche der Betrag der maximalen mechanischen Gesamtleistung der Elektromaschinen begrenzt wird, die Dauer der Anlaufphase in Abhängigkeit der Anfangsgeschwindigkeit (also der bei Beginn der Anlaufphase gefahrenen Geschwindigkeit) abgelesen werden⁴. Die aufgezeigten Ergebnisse gelten jedoch nur, wenn die Merkmale der Elektromaschinen, die in Anhang C.1.1 angegeben sind, voll verfügbar sind. Unter Umständen (etwa bei erhöhten Temperaturen der Maschinen) kann es jedoch erforderlich sein, die aus den technischen Daten hervor gehenden Drehmomentgrenzen der Elektromaschinen zu reduzieren. In diesem Fall kann die Dauer der Anlaufphase für verschiedene Prozentsätze, auf welche die (von den Drehzahlen der Elektromaschinen abhängigen) Drehmomentgrenzen reduziert werden, aus Bild 6.6(b) abgelesen werden⁴. Die mechanische Gesamtleistung der Elektromaschinen wurde bei den

⁴Bei den Berechnungen wurde angenommen, dass die Elektromaschinen sofort nach Beginn der Anlaufphase die erforderlichen Drehmomente liefern. In Wirklichkeit sind diese jedoch erst kontinuierlich und aufeinander abgestimmt aufzubauen, so dass hierfür noch etwas Zeit – bei Zeitkonstanten der Stromregelkreise von bis zu 5 ms jedoch weniger als 25 ms – aufzuschlagen ist.



(a) bei Begrenzung der mechanischen Gesamtleistung P_{EM} der Elektromaschinen auf $P_{EM,max}$



(b) bei Reduzierung der (drehzahlabhängigen) maximalen Drehmomente der Elektromaschinen

Bild 6.6: Dauer der Anlaufphase bei einem Radmoment von 2 kN bzw. einer Fahrleistung von 8 kW und $M_{brems} = M_{KMy} = 0$

Berechnungen als unbegrenzt angenommen. Wie eine weitere Berechnung gezeigt hat, verschieben sich die Grafen in Bild 6.6(b) durch die Begrenzung der besagten mechanischen Gesamtleistung kaum. Auf die Präsentation entsprechender Diagramme sei verzichtet.

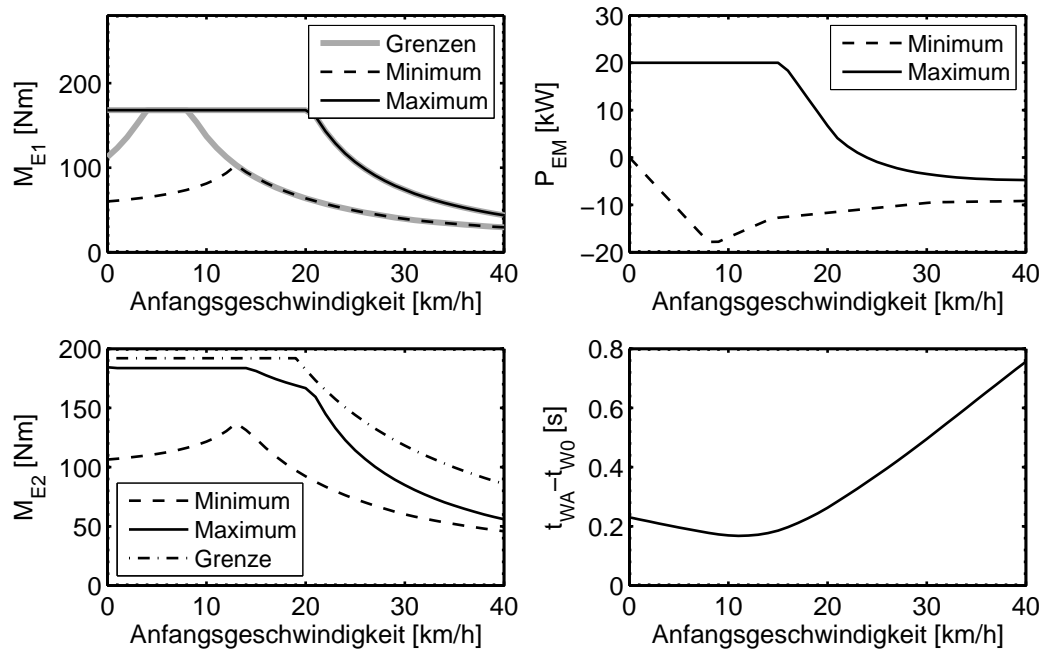
Mit den vorgestellten Berechnungen wurde für beide Modi bewiesen, dass die Steuergleichung (6.15) in den in Bild 6.6 aufgezeichneten Geschwindigkeitsbereichen bei Fahrt in ebenem Gelände und Windstille, $M_{brems} = M_{KMy} = 0$, einer Zugkraft von bis zu 2 kN und einer Fahrleistung von bis zu 8 kW die Lösung der Optimalsteuerungsaufgabe darstellt, wenn mindestens 52 % der maximal zulässigen Drehmomente der Elektromaschinen und mindestens 15 kW mechanische Gesamtleistung selbiger Elektromaschinen verfügbar sind. Weitere Berechnungen haben ergeben, dass der Wiederstart bei einer Reduzierung der maximalen Drehmomente der Elektromaschinen auf unter 52 % unter sonst gleichen Bedingungen nicht mehr im gesamten aufgezeichneten Geschwindigkeitsbereich möglich ist. In abschüssigem Gelände bei 35 % Gefälle muss darüber hinaus mindestens eine mechanische Gesamtleistung der Elektromaschinen von rund 18 kW verfügbar sein, weil sich durch die Hangabtriebskraft andere Winkelbeschleunigungen im Antriebsstrang ergeben und somit andere Drehmomente zur Überwindung der Massenträgheiten des Antriebsstrangs erforderlich sind. Auf eine eingehendere Untersuchung, unter welchen Bedingungen die Lösung der Optimalsteuerungsaufgabe existiert, soll verzichtet werden.

Aus Bild 6.7 kann ausgehend von einer Begrenzung des Betrags der mechanischen Gesamtleistung der Elektromaschinen auf $P_{EM,max} = 20$ kW abgelesen werden, welche absoluten Extrema die wesentlichen Systemgrößen bei gegebener Anfangsgeschwindigkeit im Laufe der Anlaufphase annehmen. Jeweils unten rechts ist nochmals der Graf für die Dauer der Anlaufphase dargestellt. Die gesamte Datenbasis für die gezeigten Grafen entstand im Rahmen der beschriebenen Berechnungen, die zur Erstellung der in Bild 6.6 gezeigten Diagramme durchgeführt wurden.

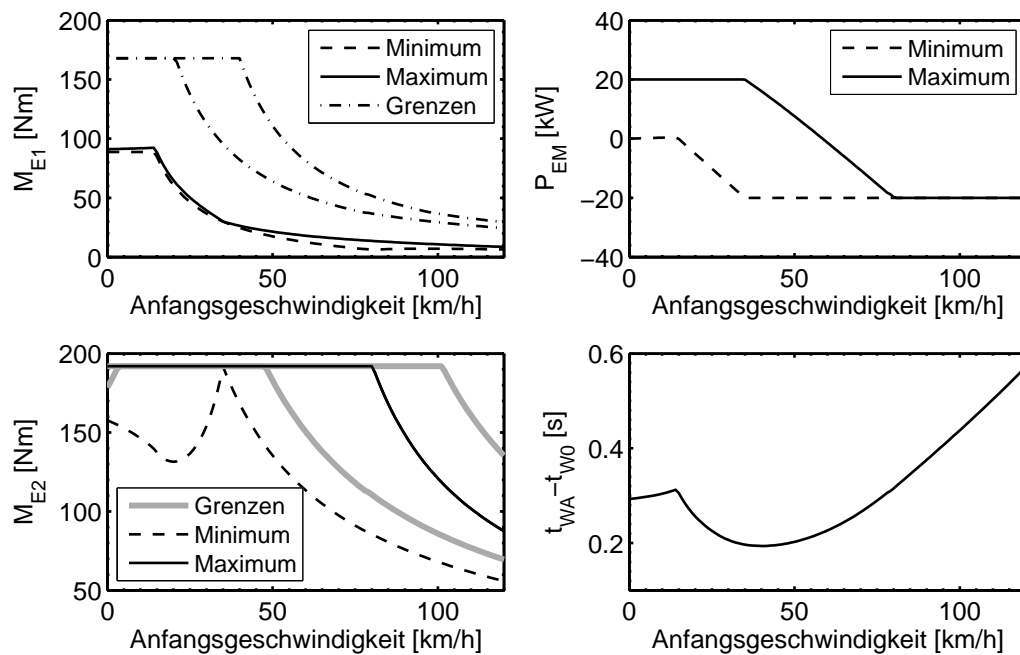
Bild 6.7(a) widmet sich Mode 1. Eine wesentliche Erkenntnis ist, dass die Begrenzung der mechanischen Gesamtleistung der Elektromaschinen nur bis zu einer Anfangsgeschwindigkeit von etwa 15 km/h aktiv wird. Die Elektromaschine 2 stößt nie an ihre physikalische Drehmomentgrenze, die sich während des Wiederstarts kaum ändert, deshalb wurde nur eine Kurve aufgezeichnet. Wegen der Begrenzung der mechanischen Gesamtleistung der Elektromaschinen liegt das absolute Minimum des Drehmoments M_{E1} der Elektromaschine 1 bei Anfangsgeschwindigkeiten bis etwa 13 km/h unterhalb des zulässigen Grenzwertes. Letzterer verändert sich im Laufe der Anlaufphase, da dieser drehzahlabhängig ist. Er befindet sich zu jedem Zeitpunkt zwischen den beiden grauen Grenzlinien im Diagramm.

6.1 Wiederstart ohne Kupplung

149



(a) in Mode 1



(b) in Mode 2

Bild 6.7: Dauer der Anlaufphase und absolute Extrema der wesentlichen Systemgrößen bei Begrenzung der mechanischen Gesamtleistung der Elektromaschinen auf 20 kW, einer Zugkraft von 2 kN bzw. einer Fahrleistung von 8 kW und $M_{brems} = M_{KMy} = 0$

Erst oberhalb einer Anfangsgeschwindigkeit von etwa 13 km/h wird die Elektromaschine 1 stets an ihrer (drehzahlabhängigen) Drehmomentgrenze betrieben. Das mit steigender Anfangsgeschwindigkeit drehzahlbedingte Absinken selbiger Drehmomentgrenze spiegelt sich in einer deutlich längeren Dauer der Anlaufphase wieder.

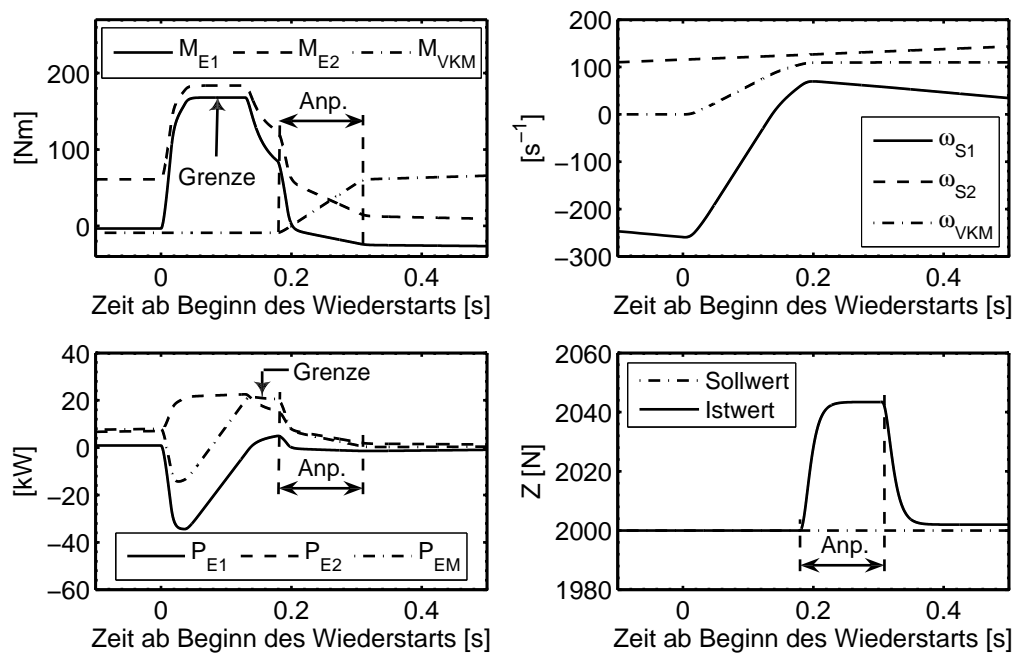
Wie Bild 6.7(b) zeigt, wird die Begrenzung der mechanischen Gesamtleistung in Mode 2 bei jeder Anfangsgeschwindigkeit aktiv. Dies führt dazu, dass das absolute Minimum des Drehmoments M_{E2} der Elektromaschine 2 nahezu bei keiner Anfangsgeschwindigkeit die grauen Grenzlinien des betreffenden Drehmoments erreicht. Lediglich bei einer Anfangsgeschwindigkeit von etwa 35 km/h liegt selbiges Drehmoment nie unterhalb der Grenzlinie. Bei dieser Anfangsgeschwindigkeit erreicht die mechanische Gesamtleistung P_{EM} der Elektromaschinen sowohl den oberen, als auch den unteren Grenzwert. Die Elektromaschine 2 wird dabei während der gesamten Anlaufphase an ihrer konstanten Drehmomentgrenze betrieben, welche darüber hinaus sogar ihren größtmöglichen Wert aufweist. Daher weist die Winkelbeschleunigung $\dot{\omega}_R$ während der gesamten Anlaufphase ihren größtmöglichen Wert auf. Somit ist klar, dass die Dauer der Anlaufphase bei dieser Anfangsgeschwindigkeit kleiner sein muss als bei jeder anderen Anfangsgeschwindigkeit. Ferner ist abzulesen, dass die Begrenzung der mechanischen Gesamtleistung der Elektromaschinen ab einer Anfangsgeschwindigkeit von etwa 80 km/h während der gesamten Anlaufphase aktiv ist. Die Elektromaschinen werden deshalb gar nicht mehr an der Drehmomentgrenze betrieben.

Rückblickend fällt auf, dass der zeitoptimale Wiederstart die Elektromaschine 1 in Mode 1 und die Elektromaschine 2 in Mode 2 an ihre physikalische Grenze führt, sofern dabei die maximal zugelassene mechanische Gesamtleistung der Elektromaschinen nicht überschritten wird.

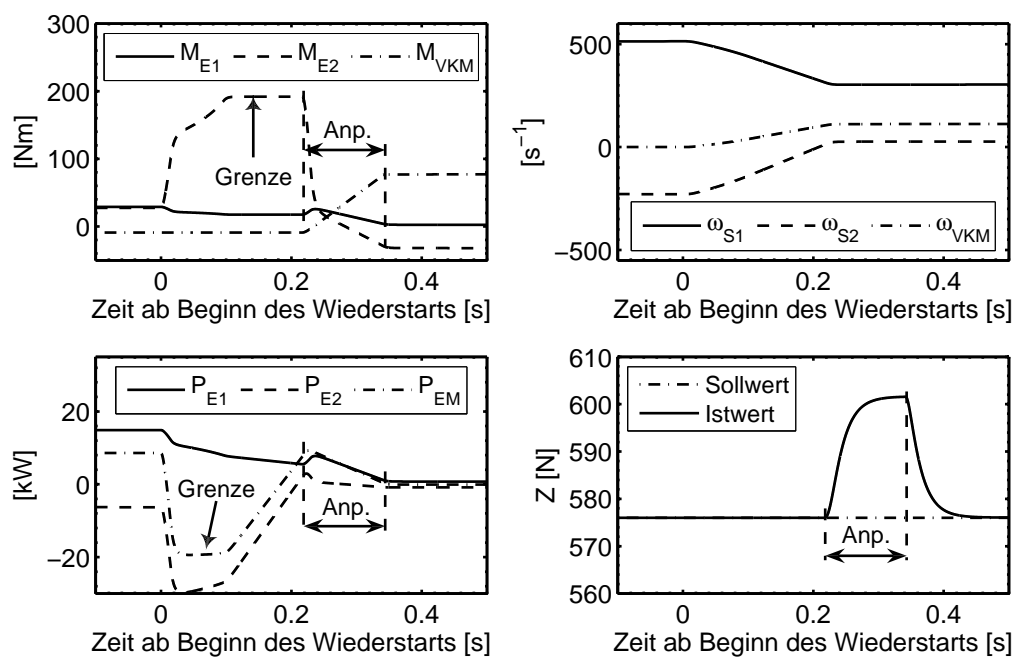
Die bisher vorgestellten Berechnungen brachten bereits eine Fülle wertvoller Erkenntnisse zu Tage, die per Simulation nur unter enormen Bemühungen zugänglich geworden wären. Die wesentlichen Fragestellungen der zeitoptimalen Anlaufphase sind damit auch schon beantwortet. Ergänzend zeigt Bild 6.8 für beide Modi jeweils ein Simulationsergebnis. Um an die Diagramme in Bild 6.7 und die bisherige Erläuterungen anzuknüpfen und diese nochmals zu untermauern, liegen den Simulationen die selben Randbedingungen bezüglich Zugkraft bzw. Fahrleistung, Geländesteigung, Windgeschwindigkeit, Bremsmoment und Kupplungsmoment der nicht geschlossenen Abtriebskupplung zugrunde wie den erläuterten Berechnungen. Bild 6.8(a) zeigt die Ergebnisse für Mode 1 bei einer Anfangsgeschwindigkeit von 10 km/h, während Bild 6.8(b) die Ergebnisse für Mode 2 bei einer Anfangsgeschwindigkeit von 50 km/h visualisiert. Sämtliche aus Bild 6.7 hervor gehende

6.1 Wiederstart ohne Kupplung

151



(a) in Mode 1 bei einer Anfangsgeschwindigkeit von 10 km/h und einer Zugkraft von 2 kN



(b) in Mode 2 bei einer Anfangsgeschwindigkeit von 50 km/h und einer Fahrleistung von 8 kW (Zugkraft = 576 N)

Bild 6.8: Simulationsergebnisse für zeitoptimalen Wiederstart bei Begrenzung der mechanischen Gesamtleistung der Elektromaschinen auf 20 kW

absolute Extrema finden sich in den Simulationsergebnissen wieder. Als zusätzliche Information geht aus Bild 6.8 der genaue Zeitverlauf der Systemgrößen und damit auch die Zeiten, zu denen die Extrema erreicht werden, hervor. Erwartungsgemäß ergeben sich aus den Simulationsergebnissen geringfügig (um weniger als 25 ms) größere Werte für die Dauer der Anlaufphase, weil die optimalen Drehmomente der Elektromaschinen zu Beginn der Anlaufphase erst kontinuierlich und aufeinander abgestimmt aufgebaut werden müssen.

Auch hier sind lediglich während der später noch separat zu betrachtenden Anpassungsphase geringe Abweichungen zwischen den Zugkräften und ihren Sollwerten zu erkennen.

6.1.4 Die Anpassungsphase und der Eintritt in die Anlaufphase

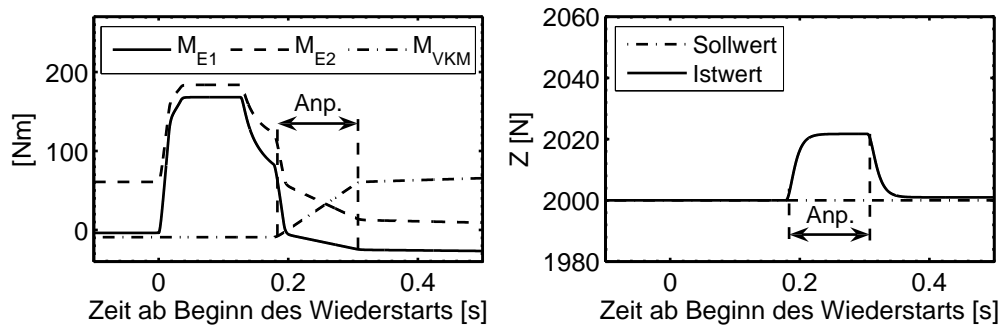
Wie bereits mehrfach erwähnt, müssen die Drehmomente der Energiewandler im Antriebsstrang (also der Verbrennungskraftmaschine und der Elektromaschinen) am Ende des Wiederstarts teilweise erheblich verändert werden, um zu der Fahrt mit Verbrennungskraftmaschine überzugehen. Diese Änderungen können aus physikalischen Gründen nicht abrupt geschehen. Welcher Zugkraftverlauf zu erwarten ist, wenn jedes der Drehmomente unabhängig von den anderen so schnell wie möglich auf den gewünschten Wert verändert wird, hängt u. a. von den Steifigkeiten des Systems ab und kann ohne die fehlenden technischen Daten nicht vorhergesagt werden. Möglicherweise werden die auftretenden Zugkraftschwankungen aber als unkomfortabel empfunden. In diesem Fall empfiehlt sich die Einführung einer gesteuerten Übergangsphase am Ende des Wiederstarts. Während dieser gesteuerten Übergangsphase sind die Drehmomente der Energiewandler kontinuierlich (und aufeinander abgestimmt) auf die Werte zu bringen, welche bei normaler Fahrt mit Verbrennungskraftmaschine zur Einhaltung der an die Steuerung/Regelung gestellten Sollwerte für Radmoment (bzw. Zugkraft) und Batterieleistung führen. Die Drehmomente der Energiewandler sollen also kontinuierlich an die normale Fahrt angepasst werden, deshalb wurde für diese Übergangsphase bereits der Begriff Anpassungsphase eingeführt.

Die längste Zeit nimmt die Anpassung des über einen Zyklus gemittelten Drehmoments M_{VKM} der Verbrennungskraftmaschine in Anspruch und bestimmt daher die Dauer der Anpassungsphase. Bis zum Erreichen des Sollwerts für M_{VKM} verrichtet die Kurbelwelle nach der ersten Einspritzung ganze zwei Umdrehungen. Bei der gewählten Zünddrehzahl von 1000 min^{-1} vergehen dabei 120 ms. Es soll angenommen werden, dass das mittlere Drehmoment M_{VKM} der Verbrennungskraftmaschine während der Anpassungsphase linear vom Schleppmoment auf den Sollwert ansteigt.

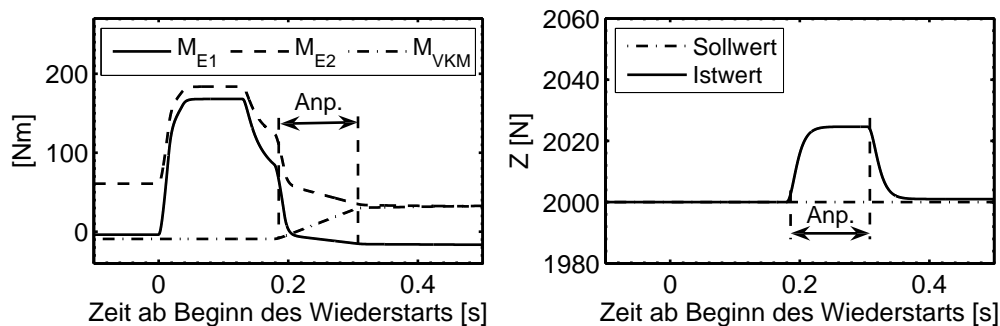
Bedeutend schneller als die Verbrennungskraftmaschine können die Elektromaschinen ihre Drehmomente ändern. Diese Gegebenheit ist auch notwendig um Auswirkungen des Drehmomentenanstiegs der Verbrennungskraftmaschine auf die Zugkraft durch geeignete Einstellung der Elektromaschinen-Drehmomente vermeiden oder zumindest abschwächen zu können. Eine Aussage darüber, wie schnell die Elektromaschinen ihre Drehmomente ändern können, liefern die Zeitkonstanten ihrer Stromregelkreise, die approximativ als PT_1 -Glieder aufgefasst werden dürfen. Hier soll für beide Stromregelkreise eine Zeitkonstante von 5 ms angenommen werden.

Die Anpassungsphase läuft unabhängig von der Art des Wiederstarts immer nach dem gleichen Schema ab. Sie sei anhand des Bildes 6.8 erläutert. Der erste Abschnitt der Anpassungsphase beginnt mit dem Erreichen der Zünddrehzahl. Sobald sich die erste Gelegenheit zur Einspritzung und Zündung von Kraftstoff bietet, wird diese genutzt, so dass das Drehmoment der Verbrennungskraftmaschine ansteigt. Im Bild wurde eine linear ansteigende Rampe für das gemittelte Drehmoment M_{VKM} eingetragen. Ebenfalls zu Beginn der Anpassungsphase werden die Drehmomente der Elektromaschinen so verändert, dass die Drehzahl der Verbrennungskraftmaschine sich nicht mehr weiter ändert. Dies hat so zu geschehen, dass gleichzeitig der Sollwert $M_{Rad, W_{soll}}$ für das Radmoment möglichst genau eingehalten wird. Dazu wird das Sollmoment einer Elektromaschine einer Rampenfunktion folgend auf den Wert gebracht, der zu einer konstanten Drehzahl der Verbrennungskraftmaschine führt. Das Sollmoment der anderen Elektromaschine wird im Sinne der Einhaltung des Radmoment-Sollwertes eingestellt. Hierbei kommt wieder die bereits aus Abschnitt 6.1.3 bekannte Steuergleichung (6.10) zur Anwendung. Bei unterschiedlich schnellen Stromregelkreisen ist es sinnvoll, das Sollmoment der Elektromaschine, die sich im langsameren Regelkreis befindet, durch eine Rampenfunktion vorzugeben. Die Steigung der Rampe wurde hier so gewählt, dass nach dem Verstreichen von fünf Zeitkonstanten, hier also nach 25 ms, der angestrebte Sollwert erreicht wird. Zu dessen Berechnung wurde auf die Steuergleichung (6.6) zurückgegriffen. Angesichts des vergleichsweise langsamen Anstiegs des mittleren Drehmoments der Verbrennungskraftmaschine und der bestehenden Möglichkeit, dass die erste Einspritzung erst nach Ablauf der benannten 25 ms erfolgt, darf dabei das (mittlere) Schleppmoment der Verbrennungskraftmaschine in die letztgenannte Steuergleichung eingesetzt werden.

Mit dem Erreichen der Elektromaschinen-Drehmomente, welche eine konstante Drehzahl der Verbrennungskraftmaschine gewährleisten, endet der erste Abschnitt der Anpassungsphase. Im zweiten Abschnitt kommt wieder die Steuergleichung (6.6) zur Anwendung um bis zum Ende der Anpassungsphase bei weiter ansteigendem mittlerem Drehmoment der



(a) wenn die Zeitkonstante der Stromregelkreise halb so groß ist wie in Bild 6.8(a)



(b) wenn das mittlere Drehmoment der Verbrennungskraftmaschine halb so schnell ansteigt wie in Bild 6.8(a)

Bild 6.9: Drehmomente und Zugkraftabweichung während der Anpassungsphase

Verbrennungskraftmaschine für eine möglichst konstante Drehzahl der Verbrennungskraftmaschine und eine möglichst gute Einhaltung des Radmoment-Sollwertes zu sorgen.

Abschließend sei noch kurz auf die Zugkraftabweichung während der Anpassungsphase eingegangen. Sie wird offensichtlich dadurch verursacht, dass die Drehmomente der Elektromaschinen ihren Sollwerten mit einer Verzögerung folgen. Bild 6.9(a) zeigt die Simulationsergebnisse für den Fall, dass die Zeitkonstanten der Stromregelkreise halb so groß sind wie in Bild 6.8(a), sonst aber alle anderen Bedingungen identisch sind. Es ist eine deutlich kleinere Zugkraftabweichung festzustellen. Als weiterer Einflussfaktor ist aber auch der Gradient im Drehmoment der Verbrennungskraftmaschine auszumachen. Den in Bild 6.9(b) dokumentierten Simulationsergebnissen für den Fall, dass das mittlere Drehmoment der Verbrennungskraftmaschine halb so schnell ansteigt wie in Bild 6.8(a), sonst aber alle anderen Bedingungen identisch sind, entnimmt man ebenfalls eine deutlich kleinere Zugkraftabweichung. Bei der aufgezeichneten Zugkraft kann es sich aber genau wie bei dem Drehmoment der Verbrennungskraftmaschine nur um einen Mittelwert handeln. Die Ungleichförmigkeit im Drehmoment der Verbrennungskraftmaschine wurde bei der Simulation

vernachlässigt. Um diese zu berücksichtigen wäre ein wesentlich höherer Modellierungsaufwand zu betreiben, wobei auch die Steifigkeiten des Systems zu berücksichtigen wären. Die Auswirkungen dieser Ungleichförmigkeit auf das Empfinden des Fahrers lassen sich ohne Testfahrten ohnehin kaum beurteilen.

Genau wie am Ende des Wiederstarts, so sind auch am Anfang des Wiederstarts, nämlich beim Eintritt in die Anlaufphase erhebliche Drehmomentänderungen der Elektromaschinen erforderlich. Der Unterschied zur Anpassungsphase liegt lediglich im konstanten mittleren Drehmoment der Verbrennungskraftmaschine, die in diesem Fall zu schleppen ist. Die Überwindung der Drehmoment-Differenzen kann in völliger Analogie zum ersten Abschnitt der Anpassungsphase erfolgen. Bemerkenswert ist das Ausbleiben einer Zugkraftabweichung während dieser Zeit, obwohl die Drehmomente der Elektromaschinen ihren Sollwerten auch hier mit einer Verzögerung folgen. Die Ursache für die Zugkraftabweichung während der Anpassungsphase liegt demnach hauptsächlich in der Änderung des Drehmoments der Verbrennungskraftmaschine.

6.1.5 Empfindlichkeit gegenüber Unsicherheiten

Steuerungen weisen bekanntlich das charakteristische Merkmal auf, dass sich Abweichungen zwischen Soll- und Istwert/en der gesteuerten Größe/n aufgrund allgegenwärtiger Parameter- und Messunsicherheiten nicht vermeiden lassen. Das Steuergesetz für den Wiederstart ohne Kupplung enthält die Fahrzeugmasse als unsicheren Parameter. Der in die Steuergleichung einfließende Reifenschlupf wird in der Steuerungssoftware entweder vernachlässigt oder kann wie in Abschnitt 6.1.1 beschrieben wurde, geschätzt werden. Dabei sind – aufgrund der nur schwer erfassbaren mannigfaltigen Einflussfaktoren auf den Zusammenhang zwischen Reifenschlupf und Kraftschluss – ebenfalls relativ hohe Abweichungen zum tatsächlichen Wert zu erwarten. Ferner kann auch der durch die Steuerungssoftware anhand der Geschwindigkeit berechnete nichtlineare Zugkraftanteil ${}_sF_{nl}$ recht ungenau sein, besonders wenn die möglicherweise stark schwankende Geländesteigung als konstant angenommen und nicht messtechnisch ermittelt wird. Weitgehend unbekannte Einflussfaktoren des nichtlinearen Zugkraftanteils sind auch die Windgeschwindigkeit und der Anströmwinkel. Diese Größen können aber in eine äquivalente Geländesteigung umgerechnet werden, auf ihre explizite Betrachtung sei verzichtet.

Bei der praktischen Umsetzung wird man Drehmomentsensoren vermeiden. Drehmomente wie das Bremsmoment M_{brems} und das Kupplungsmoment der nicht geschlossenen Ab-

triebskupplung müssen bestimmt werden um deren Werte der Steuerung zugänglich zu machen. Auch die Drehmomente der Elektromaschinen wird man nicht regeln sondern auf Stromregelungen ausweichen, deren Sollwerte im Sinne der Realisierung der gewünschten Drehmomente gewählt werden. Deshalb sind die Drehmomente der Elektromaschinen nur als gesteuert zu betrachten und eine mehr oder weniger große bleibende Differenz zwischen den Istwerten und den vom Steueralgorithmus gewählten Sollwerten zu erwarten.

Im Folgenden sollen die kritischen Unsicherheiten identifiziert und deren Auswirkungen quantifiziert werden. Oberstes Kriterium ist dabei der mögliche Zugkraftfehler als ausschlaggebende Größe für den Fahrkomfort.

Um die erforderlichen Berechnungen zu erleichtern, soll die verallgemeinerte Zustandsdifferentialgleichung (2.60) des Antriebsstrangs durch die Transformation

$$\begin{pmatrix} \dot{\omega}_R(t) \\ \dot{\omega}_{Rad}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ {}^{Nx}\mathbf{c}_1^T \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{\omega}_R(t) \\ \dot{\omega}_P(t) \end{pmatrix},$$

deren Transformationsmatrix aus der verallgemeinerten Ausgangsgleichung (2.61b) hervorgeht, in einen anderen Zustandsraum überführt werden. Sie heißt darin:

$$\begin{pmatrix} \dot{\omega}_R(t) \\ \dot{\omega}_{Rad}(t) \end{pmatrix} = {}^{W1x}\mathbf{B} \cdot \begin{pmatrix} {}^{A1}\mathbf{u}(t) \\ M_{KMy}(t) \\ \tilde{M}_{Rad}(t) \end{pmatrix} \quad (6.16a)$$

mit dem Unter-Eingangsvektor ${}^{A1}\mathbf{u}$ gemäß (2.49c) und den Elementen

$${}^{W1x}b_{ik} = \begin{cases} {}^{Mxv}b_{ik} & \text{für } i = 1 \\ {}^{Nx}\mathbf{c}_1^T \cdot {}^{Mxv}\mathbf{b}_k & \text{für } i = 2 \end{cases} \quad (6.16b)$$

der Eingangsmatrix ${}^{W1x}\mathbf{B}$, wobei ${}^{Nx}\mathbf{c}_1^T$ den ersten Zeilenvektor der verallgemeinerten Ausgangsmatrix gemäß (2.62c), ${}^{Mxv}b_{ik}$ das Element in der i -ten Zeile und k -ten Spalte der verallgemeinerten Eingangsmatrix ${}^{Mxv}\mathbf{B}$ gemäß (2.62b) und ${}^{Mxv}\mathbf{b}_k$ deren k -ten Spaltenvektor bezeichnet.

Darauf aufbauend soll eine Zustandsbeschreibung für die Gesamtheit aus dem Antriebsstrang, der Drehmomentsteuerung für die Elektromaschinen, der Steuergleichung (6.10) und den Schätzern für das Drehmoment der Verbrennungskraftmaschine, das Bremsmoment und das Kupplungsmoment der nicht geschlossenen Abtriebskupplung entstehen.

Die Eingangsgrößen sind dann neben dem Brutto-Radmoment \tilde{M}_{Rad} nicht mehr die tatsächlichen Drehmomente der zur Baugruppe gehörenden Komponenten, sondern die entsprechenden Software-Variablen ${}_sM_{VKM}$, ${}_sM_{E1}$ und ${}_sM_{KMy}$. Weitere Eingangsgrößen sind dann die Software-Variablen ${}_s\dot{\omega}_{Rad}$ und ${}_s\tilde{M}_{Rad}$. Hierzu wird

$$M_{VKM}(t) = (1 + \delta_1)^{-1} \cdot {}_sM_{VKM}(t), \quad (6.17a)$$

$$M_{E1}(t) = (1 + \delta_2)^{-1} \cdot {}_sM_{E1}(t), \quad (6.17b)$$

$$M_{E2}(t) = (1 + \delta_3)^{-1} \cdot {}^{W2x}\mathbf{s}^T \cdot \begin{pmatrix} {}_sM_{E1}(t) \\ {}_s^{A2}\mathbf{u}(t) \end{pmatrix} \quad (6.17c)$$

mit dem Steuervektor ${}^{W2x}\mathbf{s}^T$ gemäß (6.10b) und dem Unter-Pseudoeingangsvektor ${}_s^{A2}\mathbf{u}$ gemäß (6.6b),

$$M_{KMy}(t) = (1 + \delta_4)^{-1} \cdot {}_sM_{KMy}(t), \quad (6.17d)$$

wobei δ_1 bis δ_4 die relativen Fehler der Software-Variablen (bezogen auf die tatsächlichen Werte) bezeichnen, in (6.16) eingesetzt. Damit ergibt sich unter Berücksichtigung von (6.10b):

$$\begin{pmatrix} \dot{\omega}_R(t) \\ \dot{\omega}_{Rad}(t) \end{pmatrix} = {}^{W2x}\mathbf{B} \cdot {}^{W1}\mathbf{u}(t) \quad (6.18a)$$

mit dem Eingangsvektor

$${}^{W1}\mathbf{u}(t) = \begin{bmatrix} {}_sM_{VKM}(t) & {}_sM_{E1}(t) & {}_s\dot{\omega}_{Rad}(t) & {}_sM_{KMy}(t) & {}_s\tilde{M}_{Rad}(t) & \tilde{M}_{Rad}(t) \end{bmatrix}^T \quad (6.18b)$$

und der Eingangsmatrix ${}^{W2x}\mathbf{B}$ mit den Elementen

$${}^{W2x}b_{ik} = \begin{cases} \frac{{}^{W1x}b_{ik}}{1 + \delta_k} - \frac{{}^{Nx}\mathbf{c}_1^T \cdot {}^{Mxv}\mathbf{b}_k}{{}^{Nx}\mathbf{c}_1^T \cdot {}^{Mxv}\mathbf{b}_3} \cdot \frac{{}^{W1x}b_{i3}}{1 + \delta_3} & \text{für } k \in \{1, 2, 4\} \\ \frac{1}{{}^{Nx}\mathbf{c}_1^T \cdot {}^{Mxv}\mathbf{b}_3} \cdot \frac{{}^{W1x}b_{i3}}{1 + \delta_3} & \text{für } k = 3 \\ -\frac{{}^{Nx}\mathbf{c}_1^T \cdot {}^{Mxv}\mathbf{b}_5}{{}^{Nx}\mathbf{c}_1^T \cdot {}^{Mxv}\mathbf{b}_3} \cdot \frac{{}^{W1x}b_{i3}}{1 + \delta_3} & \text{für } k = 5 \\ {}^{W1x}b_{i5} & \text{für } k = 6 \end{cases}, \quad (6.18c)$$

wobei ${}^{Nx}\mathbf{c}_1^T$ wieder den ersten Zeilenvektor der verallgemeinerten Ausgangsmatrix ${}^{Nx}\mathbf{C}$ gemäß (2.62c), ${}^{W1x}b_{ik}$ das Element in der i -ten Zeile und k -ten Spalte der Eingangsmatrix ${}^{W1x}\mathbf{B}$ gemäß (6.16b), ${}^{Mxv}b_{ik}$ das Element in der i -ten Zeile und k -ten Spalte der verallgemeinerten Eingangsmatrix ${}^{Mxv}\mathbf{B}$ gemäß (2.62b) und ${}^{Mxv}\mathbf{b}_i$ deren i -ten Spaltenvektor bezeichnet.

Bei der nun folgenden Berechnung der Zugkraft soll davon ausgegangen werden, dass das Radmoment während des Wiederstarts konstant ist. Dann ist auch der Reifenschlupf konstant, es gilt also $\dot{S}_R = 0$. Ferner soll von $M_{brem s} = 0$ ausgegangen werden. Damit ergibt sich aus der in Abschnitt 4.4 für das Brutto-Radmoment hergeleiteten Gleichung (4.5):

$$Z(t) = m \cdot r_{Rad0} \cdot (1 - S_R(t)) \cdot \dot{\omega}_{Rad}(t) + F_{nl}(t). \quad (6.19)$$

In diese Gleichung ist nun noch die zweite Zeile der Zustandsdifferentialgleichung (6.18a) einzusetzen. Wegen $M_{brem s} = 0$ darf dabei ${}_s\tilde{M}_{Rad} = M_{Rad, W_{soll}}$ gesetzt werden. Unter zusätzlicher Beachtung von (6.3c), (6.18c) und (6.16b) ergibt sich somit nach wenigen Umformungen der Zugkraftfehler

$$\begin{aligned} \frac{M_{Rad, W_{soll}}(t)}{r_{Rad0}} - Z(t) &= \frac{-1}{1 - {}^{W1x}b_{25} \cdot m \cdot r_{Rad0}^2 \cdot (1 - S_R(t))} \cdot \left[F_{nl}(t) + \right. \\ &+ \frac{1}{1 + \delta_3} \cdot \left(-\frac{m \cdot (1 - S_R(t))}{{}_s m \cdot (1 - {}_s S_R(t))} \cdot {}_s F_{nl}(t) + \right. \\ &+ \left. \left(\frac{m \cdot (1 - S_R(t))}{{}_s m \cdot (1 - {}_s S_R(t))} - 1 \right) \cdot \frac{M_{Rad, W_{soll}}(t)}{r_{Rad0}} \right] + \frac{\delta_3}{1 + \delta_3} \cdot \frac{M_{Rad, W_{soll}}(t)}{r_{Rad0}} + \\ &+ \frac{-m \cdot r_{Rad0} \cdot (1 - S_R(t))}{1 - {}^{W1x}b_{25} \cdot m \cdot r_{Rad0}^2 \cdot (1 - S_R(t))} \cdot \left[\frac{(\delta_3 - \delta_1) \cdot {}^{W1x}b_{21}}{(1 + \delta_1) \cdot (1 + \delta_3)} \cdot {}_s M_{VKM}(t) + \right. \\ &+ \left. \frac{(\delta_3 - \delta_2) \cdot {}^{W1x}b_{22}}{(1 + \delta_2) \cdot (1 + \delta_3)} \cdot {}_s M_{E1}(t) + \frac{(\delta_3 - \delta_4) \cdot {}^{W1x}b_{24}}{(1 + \delta_4) \cdot (1 + \delta_3)} \cdot {}_s M_{KM_y}(t) \right] \quad (6.20) \end{aligned}$$

mit ${}^{W1x}b_{ik}$ gemäß (6.16b).

Für den Fall, dass keine der unsicheren Größen einen Fehler aufweist, also wenn $\delta_1 = \delta_2 = \delta_3 = \delta_4 = 0$, $F_{nl} = {}_s F_{nl}$, $S_R = {}_s S_R$ und $m = {}_s m$ vorliegt, ergibt sich aus (6.20) erwartungsgemäß, dass kein Zugkraftfehler vorliegt.

Zunächst soll weiterhin $\delta_1 = \delta_2 = \delta_3 = \delta_4 = 0$ angenommen und von einem voll besetzten Mittelklassewagen mit einem Gesamtgewicht von 1800 kg ausgegangen werden, der

einen Anhänger mit einem Gewicht von 1000 kg zieht, so dass ein Gesamtgewicht von 2800 kg vorliegt. In der Steuerungssoftware sei jedoch ${}_sm = 1400$ kg hinterlegt, was etwa dem Gesamtgewicht von Fahrer und Fahrzeug ohne Anhänger entspricht. Die in der Steuerungssoftware hinterlegten Annahmen, es werde bei Windstille in ebenem Gelände gefahren, soll aber zutreffen. Für diesen Fall ergibt sich unter Berücksichtigung von (3.8) und (3.2) bei ${}_sS_R = 0$ der Zugkraftfehler

$$\begin{aligned} \frac{M_{Rad, W_{soll}}(t)}{r_{Rad0}} - Z(t) = & \frac{-1}{1 - W_{1x} b_{25} \cdot m \cdot r_{Rad0}^2 \cdot (1 - S_R(t))} \cdot \left[S_R(t) \cdot F_R(v, \alpha) + \right. \\ & \left. + \left(\frac{m \cdot (1 - S_R(t))}{{}_sm} - 1 \right) \cdot \left(\frac{M_{Rad, W_{soll}}(t)}{r_{Rad0}} - F_{Lx}(\vec{v}_r) \right) \right]. \end{aligned} \quad (6.21)$$

Geht man nun davon aus, dass nur bis zu einer Zugkraft von 2 kN elektrisch gefahren wird, so dass $M_{Rad, W_{soll}} \cdot r_{Rad0}^{-1} \leq 2$ kN angenommen werden darf, so ergibt sich durch Einsetzen der Zahlenwerte:

$$\left| \frac{M_{Rad, W_{soll}}(t)}{r_{Rad0}} - Z(t) \right| \leq \begin{cases} 193 \text{ N} & \text{in Mode 1} \\ 82 \text{ N} & \text{in Mode 2} \end{cases}$$

Wie ein kurzer Blick auf (6.21) verrät, wird das Maximum bei Windstille dann erreicht, wenn kein Luftwiderstand vorhanden ist ($F_{Lx} = 0$), also bei Stillstand des Fahrzeugs. Die Zahlenwerte wurden für $S_R = 0$ berechnet. Wie aus Abschnitt 3.1 bekannt ist, kann aber nur bei $S_R > 0$ eine Zugkraft auf die Fahrbahn übertragen werden, was sich reduzierend auf den Zugkraftfehler auswirkt. Bei $S_R = 0,1$ werden die obigen Zahlenwerte um knapp 10 % kleiner. Ein höherer Reifenschlupf entspricht gemäß Abschnitt 3.1 nicht mehr dem Normalfall.

Im nächsten Fall sei $m = {}_sm$ aber es werde nicht mehr in ebenem Gelände gefahren, während die Steuerung weiterhin für die Fahrt in ebenem Gelände parametrisiert sei. Alle anderen Randbedingungen bleiben wie zuvor. Damit ergibt sich aus (6.20) unter Berücksichtigung von (3.8) und (3.2) bei ${}_sS_R = 0$ der Zugkraftfehler

sichtigung von (3.8) und (3.2):

$$\begin{aligned} \frac{M_{Rad,Wsoll}(t)}{r_{Rad0}} - Z(t) = & \frac{-1}{1 - W^{1x} b_{25} \cdot m \cdot r_{Rad0}^2 \cdot (1 - S_R(t))} \cdot \left[F_{St}(\alpha) + \right. \\ & \left. + \operatorname{sgn}(v) \cdot f_R(v) \cdot m \cdot g \cdot (\cos \alpha - (1 - S_R(t))) - S_R(t) \cdot \left(\frac{M_{Rad,Wsoll}(t)}{r_{Rad0}} - F_{Lx}(\vec{v}_r) \right) \right]. \end{aligned} \quad (6.22)$$

Im Normalfall ist $S_R < 0,1$. Bei einem hinreichenden Steigungswiderstand F_{St} wird man den letzten Term vernachlässigen können. Dabei ergibt sich

$$\left| \frac{M_{Rad,Wsoll}(t)}{r_{Rad0}} - Z(t) \right| \leq \begin{cases} 350 \text{ N} & \text{in Mode 1 bei Gefälle bzw. Steigung } \leq 12 \% \\ 965 \text{ N} & \text{in Mode 1 bei Gefälle bzw. Steigung } \leq 35 \% \\ 149 \text{ N} & \text{in Mode 2 bei Gefälle bzw. Steigung } \leq 12 \% \\ 411 \text{ N} & \text{in Mode 2 bei Gefälle bzw. Steigung } \leq 35 \% \end{cases},$$

wobei wieder ein eher unrealistisch hoher Reifenschlupf von $S_R = 0,1$ zugrunde gelegt wurde. Bei realistischem Reifenschlupf reduzieren sich die angegebenen Werte noch etwas. Für $S_R = 0$ ergeben sich bei 12 % Steigung bzw. Gefälle um etwa 4,5 % kleinere Werte, bei 35 % Steigung bzw. Gefälle reduzieren sich die angegebenen Werte um etwa 9 %. Bei $s m = m = 1400 \text{ kg}$ reduzieren sich die angegebenen Werte um rund 10 % in Mode 1 und rund 4 % in Mode 2.

Für weiterhin unveränderte Steuerungssoftware soll im Folgenden berechnet werden, welchen Betrag der Zugkraftfehler maximal annehmen kann, wenn sowohl die angenommene Masse als auch die angenommene Geländesteigung fehlerhaft sind. Alle anderen Größen seien nicht fehlerhaft. Dabei soll von einer Gesamtmasse von 2800 kg ausgegangen werden. In diesem Fall ergibt sich der Zugkraftfehler

$$\begin{aligned} \frac{M_{Rad,Wsoll}(t)}{r_{Rad0}} - Z(t) = & \frac{-1}{1 - W^{1x} b_{25} \cdot m \cdot r_{Rad0}^2 \cdot (1 - S_R(t))} \cdot \left[F_{St}(\alpha) + \operatorname{sgn}(v) \cdot f_R(v) \cdot \right. \\ & \left. \cdot m \cdot g \cdot (\cos \alpha - (1 - S_R(t))) + \left(\frac{m \cdot (1 - S_R(t))}{s m} - 1 \right) \cdot \left(\frac{M_{Rad,Wsoll}(t)}{r_{Rad0}} - F_{Lx}(\vec{v}_r) \right) \right], \end{aligned} \quad (6.23)$$

wobei der zweite Term in der eckigen Klammer in der Regel vernachlässigbar ist, so dass

nur der erste und der letzte Term zu betrachten sind. Unter der Annahme $F_{Lx} \geq 0$ nimmt der letzte Term seinen Maximalbetrag bei $F_{Lx} = 0$ an. Letzteres sei Ausgangspunkt der weiteren Überlegungen. Schließt man einen Wiederstart bei nennenswerter Verzögerung des Fahrzeugs aus, so beschränkt sich die Betrachtung auf den Fall, dass $F_{St} \leq M_{Rad,Wsoll} \cdot r_{Rad0}^{-1}$ ist. Wenn das elektrische Fahren auf eine Zugkraft von 2 kN begrenzt wird, kann der Steigungswiderstand beim Wiederstart deshalb maximal einen Wert von 2 kN annehmen. (Im Umkehrschluss kann die Geländesteigung bei der angenommenen Masse einen Wert von etwa 6 % nicht übersteigen.) Damit ergibt sich für diesen Fall bei $S_R = 0$:

$$\left| \frac{M_{Rad,Wsoll}(t)}{r_{Rad0}} - Z(t) \right| \leq \begin{cases} 386 \text{ N} & \text{in Mode 1} \\ 164 \text{ N} & \text{in Mode 2} \end{cases}.$$

Der in der Realität etwas größere Reifenschlupf senkt den Zugkraftfehler sehr geringfügig. Bei $S_R = 0,1$ wäre der Fehler um etwa 1 % kleiner.

Als nächstes sollen die Auswirkungen eines Fehlers im Reifenschlupf untersucht werden. Dabei soll angenommen werden, dass sonst keine andere Größe fehlerbehaftet ist. Für $sS_R = 0$ ergibt sich aus (6.20) der Zugkraftfehler

$$\frac{M_{Rad,Wsoll}(t)}{r_{Rad0}} - Z(t) = \frac{S_R(t)}{1 - {}^{W1x}b_{25} \cdot m \cdot r_{Rad0}^2 \cdot (1 - S_R(t))} \cdot \left(\frac{M_{Rad,Wsoll}(t)}{r_{Rad0}} - F_{nl}(t) \right), \quad (6.24)$$

wobei der Ausdruck in den Klammern als der für die Beschleunigung des Fahrzeugs vorgesehenen Anteil der Zugkraft zu deuten ist. Dessen Betrag ist bei Vorwärtsfahrt und $M_{Rad,Wsoll} > 0$ stets kleiner als $M_{Rad,Wsoll} \cdot r_{Rad0}^{-1}$ und somit kleiner als 2 kN, wenn die Zugkraft beim elektrischen Fahren auf diesen Wert begrenzt wird. Wie aus Abschnitt 3.1 hervor geht, gilt für den Reifenschlupf im Normalfall $S_R \leq 0,1$. In diesem Fall gilt somit für den Zugkraftfehler:

$$\left| \frac{M_{Rad,Wsoll}(t)}{r_{Rad0}} - Z(t) \right| \leq \begin{cases} 38 \text{ N} & \text{in Mode 1} \\ 17 \text{ N} & \text{in Mode 2} \end{cases}.$$

Der Berechnung liegt die untere Grenze der Gesamtmasse von 1400 kg zugrunde. Bei einer Gesamtmasse von 2800 kg verringern sich die angegebenen Werte um rund 45 % in Mode 1 und um rund 48 % in Mode 2.

Nun bleiben noch die Auswirkungen der (relativen) Drehmomentfehler δ_1 bis δ_4 zu untersuchen. Dabei soll angenommen werden, dass sonst keine andere Größe fehlerbehaftet ist.

Damit ergibt sich aus (6.20):

$$\begin{aligned} \frac{M_{Rad,Wsoll}(t)}{r_{Rad0}} - Z(t) &= \frac{\delta_3}{1 + \delta_3} \cdot \frac{M_{Rad,Wsoll}(t)}{r_{Rad0}} + \\ &+ \frac{-m \cdot r_{Rad0} \cdot (1 - S_R(t))}{1 - {}^{W1x}b_{25} \cdot m \cdot r_{Rad0}^2 \cdot (1 - S_R(t))} \cdot \left[\frac{(\delta_3 - \delta_1) \cdot {}^{W1x}b_{21}}{(1 + \delta_1) \cdot (1 + \delta_3)} \cdot {}_sM_{VKM}(t) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{(\delta_3 - \delta_2) \cdot {}^{W1x}b_{22}}{(1 + \delta_2) \cdot (1 + \delta_3)} \cdot {}_sM_{E1}(t) + \frac{(\delta_3 - \delta_4) \cdot {}^{W1x}b_{24}}{(1 + \delta_4) \cdot (1 + \delta_3)} \cdot {}_sM_{KMy}(t) \right]. \quad (6.25) \end{aligned}$$

Durch Einsetzen der Zahlenwerte folgt daraus:

$$\begin{aligned} \frac{M_{Rad,Wsoll}(t)}{r_{Rad0}} - Z(t) &= + \frac{(\delta_3 - \delta_1) \cdot {}_sM_{VKM}(t)}{(1 + \delta_1) \cdot (1 + \delta_3)} \cdot 17,3 \text{ m}^{-1} - \frac{(\delta_3 - \delta_2) \cdot {}_sM_{E1}(t)}{(1 + \delta_2) \cdot (1 + \delta_3)} \cdot 26,3 \text{ m}^{-1} + \\ &+ \frac{(\delta_3 - \delta_4) \cdot {}_sM_{KMy}(t)}{(1 + \delta_4) \cdot (1 + \delta_3)} \cdot 9 \text{ m}^{-1} + \frac{\delta_3}{1 + \delta_3} \cdot \frac{M_{Rad,Wsoll}(t)}{r_{Rad0}} \end{aligned}$$

für Mode 1 und

$$\begin{aligned} \frac{M_{Rad,Wsoll}(t)}{r_{Rad0}} - Z(t) &= + \frac{(\delta_3 - \delta_1) \cdot {}_sM_{VKM}(t)}{(1 + \delta_1) \cdot (1 + \delta_3)} \cdot 7,5 \text{ m}^{-1} + \frac{(\delta_3 - \delta_2) \cdot {}_sM_{E1}(t)}{(1 + \delta_2) \cdot (1 + \delta_3)} \cdot 21 \text{ m}^{-1} + \\ &+ \frac{(\delta_3 - \delta_4) \cdot {}_sM_{KMy}(t)}{(1 + \delta_4) \cdot (1 + \delta_3)} \cdot 11,7 \text{ m}^{-1} + \frac{\delta_3}{1 + \delta_3} \cdot \frac{M_{Rad,Wsoll}(t)}{r_{Rad0}} \end{aligned}$$

für Mode 2, wobei vom schlechtesten Fall, nämlich $m = {}_s m = 2800 \text{ kg}$ und $S_R = 0$ ausgegangen wurde. Bei $S_R = 0,1$ reduzieren sich die Beträge der Koeffizienten um etwa 1 % in Mode 1 und etwa 0,5 % in Mode 2. Ein kleineres Gesamtgewicht von $m = {}_s m = 1400 \text{ kg}$ reduziert die Koeffizienten um etwa 9 % in Mode 1 und etwa 4 % in Mode 2. Um den maximalen Betrag des aus den relativen Fehlern δ_1 bis δ_4 resultierenden Zugkraftfehlers zu beziffern, müssen die in die Berechnung eingehenden Drehmomente bzw. deren Grenzwerte bekannt sein. Die in Abschnitt 6.1.3 beschriebenen Berechnungen, deren Ergebnisse Bild 6.7 zu entnehmen sind, wurden auch für die Fahrt in unebenem Gelände durchgeführt. Für Geländesteigungen von -12% bis 12% stellte sich heraus, dass das Drehmoment der Elektromaschine 1 stets positiv ist und in Mode 2 maximal 96 Nm annimmt, während in Mode 2 die physikalische Drehmomentgrenze erreicht wird. Wegen des verhältnismäßig kleinen Schleppmoments der Verbrennungskraftmaschine von -9 Nm und den damit aus den beiden Gleichungen zu entnehmenden Größenverhältnisse, darf der erste Term der beiden Gleichungen gegenüber dem zweiten Term vernachlässigt werden. In der Regel ist auch ${}_s M_{KMy} = 0$, wovon im Folgenden ausgegangen werden soll. Die wesentlichen in

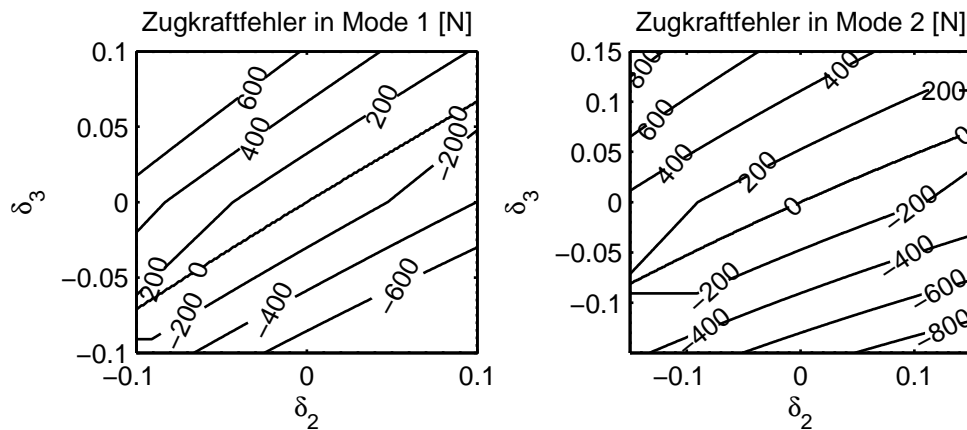


Bild 6.10: Maximaler Zugkraftfehler durch Fehler in den Elektromaschinen-Drehmomenten

den beiden Gleichungen enthaltenen Einflussfaktoren auf den Zugkraftfehler sind somit die relativen Fehler δ_2 und δ_3 der Elektromaschinen-Drehmomente. Dieser Gegebenheit Rechnung tragend, zeigt Bild 6.10 die aus den beiden Gleichungen resultierenden Extrema der Zugkraftfehler für $\delta_1 = 0$ und ${}_sM_{KMy} = 0$ in Abhängigkeit der relativen Fehler. Allerdings hängen diese Extrema vom Sollwert $M_{Rad,Wsoll}$ des Radmoments ab. Bei der Erstellung der Diagramme wurde dieser Sollwert so gewählt, dass der Betrag des Zugkraftfehlers für $M_{Rad,Wsoll} \cdot r_{Rad0}^{-1} \in [0 \text{ N}, 2000 \text{ N}]$ maximiert wird. Diese Extremierung führt in einigen Grafen zu einem Knick. Das angenommene Drehmoment-Maximum der Elektromaschine 1 ist ebenfalls nur der bei Geländesteigungen von -12% bis 12% mögliche Höchstwert, der aber nicht bei jeder Geländesteigung erreicht werden kann. Die Grafen beziehen sich somit auf den schlechtesten Fall, der aber nicht unbedingt eintreten muss.

Nachdem nun untersucht wurde, wie stark die Zugkraft auf die möglichen Fehler in den einzelnen Systemgrößen reagiert, kann abschließend verglichen und ein Fazit gezogen werden. Auffallend klein gegenüber anderen Einflussfaktoren ist der Fehler im Reifenschlupf und im Schleppmoment der Verbrennungskraftmaschine. In der Regel ist die nicht geschlossene Abtriebskupplung während des Wiederstarts vollständig geöffnet, so dass von ${}_sM_{KMy} = 0$ ausgegangen werden darf, ohne dass davon ein nennenswerter Zugkraftfehler zu erwarten ist. Die wesentlichen Einflussfaktoren auf den Zugkraftfehler sind die Fehler in der Geländesteigung (oder der Windgeschwindigkeit, die sich in eine äquivalente Geländesteigung umrechnen lässt), in der Fahrzeugmasse und die (relativen) Fehler der beiden Elektromaschinen-Drehmomente. Hinterlegt man in der Steuerungssoftware eine Fahrzeugmasse von 1400 kg und eine Geländesteigung von 0% und geht man davon aus, dass die tatsächliche Gesamtmasse nie größer als 2800 kg wird und die Geländesteigung zwischen

–12 % und 12 % liegt, dann nimmt der Zugkraftfehler gemäß den obigen Ausführungen bei einer Gesamtmasse von 2800 kg und einer Steigung von etwa 6 % seinen höchstmöglichen Wert an. Wie (6.20) leicht entnommen werden kann, unterscheidet sich der Anteil am gesamten Zugkraftfehler, der auf die Abweichungen in Masse und Steigung zurückzuführen ist, nur geringfügig von dem Zugkraftfehler, der bereits für $\delta_1 = \delta_2 = \delta_3 = \delta_4 = 0$ berechnet wurde (weil δ_3 in die Berechnung des besagten Anteils einfließt und von Null verschieden sein kann). Mit genügender Näherung kann man aus den obigen Ausführungen dennoch schließen, dass die Fehler in Masse und Steigung dann insgesamt einen Anteil am gesamten Zugkraftfehler von (je nach Reifenschlupf) höchstens 386 N in Mode 1 und 164 N in Mode 2 haben. Erklärt man einen Zugkraftfehler von 1000 N für akzeptabel, so dürfen die relativen Fehler der Elektromaschinen-Drehmomente insgesamt höchstens noch einen zusätzlichen Zugkraftfehler von 614 N in Mode 1 und 836 N in Mode 2 hervorrufen. Wie aus Bild 6.10 hervor geht, ist dies in Mode 1 gewährleistet, wenn die Beträge der relativen Fehler beider Elektromaschinen-Drehmomente nicht größer als 5 % sind, in Mode 2 dürfen sie sogar Beträge von knapp über 10 % annehmen.

Falls während des Wiederstarts mit der konventionellen Bremsanlage gebremst wird, addiert sich zu dem bisher betrachteten Zugkraftfehler allerdings noch die durch den Radius r_{Rad0} dividierte Differenz zwischen dem in die Steuergleichung einfließenden Wert ${}_sM_{brems}$ des Bremsmoments und dem tatsächlichen Bremsmoment M_{brems} .

Ergänzend zu den oben diskutierten Untersuchungen analytischer Art soll noch ein Simulationsergebnis für den im Fazit beleuchteten Grenzfall gezeigt werden. Dabei sei exemplarisch Mode 1 ausgewählt. Die relativen Fehler δ_2 und δ_3 der Elektromaschinen-Drehmomente werden mit Hilfe des Bildes 6.10 so gewählt, dass der Betrag des Zugkraftfehlers die Akzeptanzgrenze von 1000 N annähernd erreicht. Im beschriebenen Fall weist der Anteil des Zugkraftfehlers, der auf die Fehler in der Geländesteigung und in der Fahrzeugmasse zurückzuführen ist, negatives Vorzeichen auf. Damit wird anhand des Bildes 6.10 schnell klar, dass man deshalb die relativen Fehler δ_2 und δ_3 so zu wählen hat, dass deren Anteil am Zugkraftfehler ebenfalls negatives Vorzeichen aufweist, um bereits mit möglichst kleinen Beträgen der relativen Fehler an die Akzeptanzgrenze des Zugkraftfehlers zu gelangen. Somit haben die relativen Fehler δ_2 und δ_3 etwa –614 N zum Zugkraftfehler beizusteuern. Wie aus Bild 6.10 ungefähr abgelesen werden kann, eignet sich hierzu die Wahl $\delta_2 = 0,05$ und $\delta_3 = -0,05$. Bild 6.11 zeigt für diesen Fall die Simulationsergebnisse des Wiederstarts bei einer Anfangsgeschwindigkeit von 10 km/h. Um die Anpassungsphase von der Anlaufphase zu unterscheiden, ist sie auch hier wieder durch die Abkürzung „Anp.“ gekennzeichnet. Die Akzeptanzgrenze des Zugkraftfehlers von 1000 N wird erwartungsgemäß

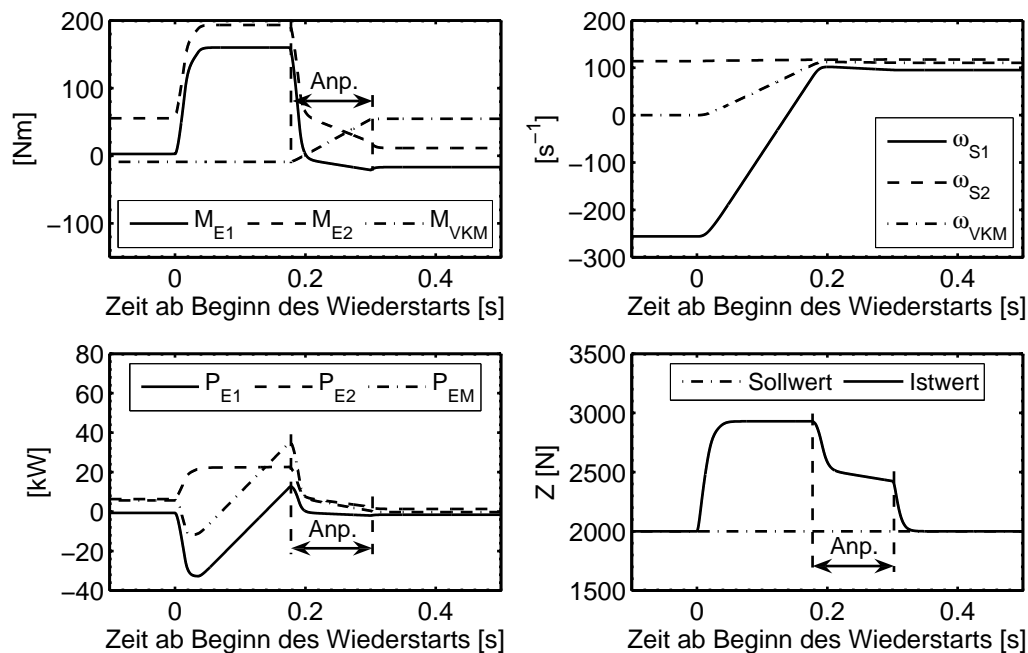


Bild 6.11: Simulationsergebnisse für Mode 1 bei 10 km/h Anfangsgeschwindigkeit, 2 kN (Soll-) Zugkraft, $m = 2800$ kg, $s m = 1400$ kg, $\delta_2 = 0,05$, $\delta_3 = -0,05$, 6 % Geländesteigung, Steuerung für Fahrt in ebenem Gelände parametrisiert.

nahezu erreicht.

Vorstehend wurde der reine Zugkraftfehler in Form der Differenz zwischen Soll- und Istwert der Zugkraft untersucht. Dieser ist aber nicht unbedingt allein als Maß für den Fahrkomfort während des Wiederstarts zu betrachten. Wenn nämlich der Sollwert des Radmoments bzw. der Zugkraft unter Einbeziehung eines Zugkraftschätzers generiert wird, dann beeinflusst auch dessen Schätzfehler die Differenz zwischen den Zugkräften, die unmittelbar vor und unmittelbar nach dem Wiederstart zu verzeichnen sind. Auf die Zugkraftschätzung und deren Schätzfehler soll im nächsten Abschnitt eingegangen werden.

6.1.6 Zugkraftschätzung und Schätzfehler

Bei dem elektrischen Fahren liegt zwar ein Sollwert für das Radmoment bzw. die Zugkraft vor. Jedoch wird der Antriebsstrang lediglich gesteuert, so dass insbesondere in instationären Zuständen und bei Abweichungen der in der Steuerungssoftware hinterlegten Parameter von den tatsächlichen Parametern teilweise größere Diskrepanzen zwischen Soll- und

Istwert der Zugkraft nicht auszuschließen sind. Die Zugkraft ist dann praktisch als unbekannte Größe aufzufassen, so dass sich die Implementierung eines Zugkraftschätzers empfiehlt. Die unmittelbar vor dem Wiederstart geschätzte Zugkraft wird dann zum Zugkraft-Sollwert während des Wiederstarts und in den bereits geläufigen Sollwert $M_{Rad, W_{soll}}$ des Radmoments umgerechnet.

Um möglichst genau schätzen zu können, sind Schätzungen auf der Basis unsicherer Parameter bzw. unsicherer Größen zu vermeiden. Die Fahrwiderstände kommen somit nicht als Grundlage für die Schätzung in Frage, deren Einbeziehung ist zu vermeiden. Es ist deshalb zu empfehlen, die Zugkraft anhand der Systemgrößen des Antriebsstrangs und der ihm eigentümlichen, bereits beschriebenen Gesetzmäßigkeiten zu schätzen.

Den Ausgangspunkt bildet dabei die verallgemeinerte Zustandsdifferentialgleichung (4.3a) des Antriebsstrangs. Diese ist vorrangig nach dem Brutto-Radmoment \tilde{M}_{Rad} aufzulösen. Aufgrund der voll besetzten Eingangsmatrix $^{Mxv}\mathbf{B}$ könnte man eine der beiden Zeilen der Vektordifferentialgleichung nach \tilde{M}_{Rad} auflösen. Dann wäre die in der ausgewählten Zeile enthaltene Winkelbeschleunigung messtechnisch zu ermitteln um deren Wert zusammen mit den Werten der Drehmomente in die hergeleitete Gleichung einzusetzen. Allerdings müsste dann auch das (Haftreibungs-) Drehmoment der Verbrennungskraftmaschine bekannt sein. Da dieses Drehmoment als eine mit hohen Unsicherheiten behaftete Variable anzusehen ist, soll dieser Gedanke verworfen werden.

Bezieht man beide Zeilen der Zustandsdifferentialgleichung (4.3a) in den Ansatz ein, dann dürfen zwei Variablen unbekannt sein. Neben dem gesuchten Brutto-Radmoment \tilde{M}_{Rad} darf dann auch das unsichere Drehmoment M_{VKM} der Verbrennungskraftmaschine als unbekannt angenommen werden.

Wie leicht nachzuvollziehen, lässt sich (4.3a) unter Beachtung von (4.2b), (4.2c) und (4.3f) umformen zu:

$$\begin{pmatrix} M_{VKM}(t) \\ \tilde{M}_{Rad}(t) \end{pmatrix} = {}^{Mx}\mathbf{H} \cdot \begin{pmatrix} \dot{\omega}_R(t) \\ \dot{\omega}_P(t) \\ M_{E1}(t) \\ M_{E2}(t) \\ M_{KM_y}(t) \end{pmatrix} \quad (6.26a)$$

mit

$${}^{Mx}\mathbf{H} = \begin{bmatrix} {}^{Mxv}\mathbf{b}_1 & {}^{Mxv}\mathbf{b}_5 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & -{}^{Mxv}\mathbf{b}_2 & -{}^{Mxv}\mathbf{b}_3 & -{}^{Mxv}\mathbf{b}_4 \\ 0 & 1 & & & \end{pmatrix}. \quad (6.26b)$$

Im Folgenden sei davon ausgegangen, dass die beiden Winkelbeschleunigungen hinreichend genau messtechnisch erfasst werden können, so dass eine Unterscheidung zwischen den tatsächlichen Werten und den in der Software verarbeiteten Werten nicht notwendig ist. Die Drehmomente auf der rechten Seite der Gleichung (6.26a) werden aber in der Regel nicht durch Drehmomentsensoren erfasst, sondern indirekt anhand des Stroms der Elektromaschinen bzw. des Anpressdrucks der Kupplung ermittelt. Mit den entsprechenden Software-Variablen der Drehmomente ergeben sich die geschätzten Werte für das Drehmoment M_{VKM} der Verbrennungskraftmaschine und das Brutto-Radmoment zu:

$$\begin{pmatrix} {}_sM_{VKM}(t) \\ {}_s\tilde{M}_{Rad}(t) \end{pmatrix} = {}^{Mx}\mathbf{H} \cdot \begin{pmatrix} \dot{\omega}_R(t) \\ \dot{\omega}_P(t) \\ {}_sM_{E1}(t) \\ {}_sM_{E2}(t) \\ {}_sM_{KM_y}(t) \end{pmatrix} \quad (6.27)$$

mit der Matrix ${}^{Mx}\mathbf{H}$ gemäß (6.26b), die in diesem Kontext als Schätzermatrix bezeichnet werden kann.

Durch Implementierung von (6.27) in die Steuerungssoftware kann neben dem Brutto-Radmoment auch das Drehmoment der Verbrennungskraftmaschine geschätzt werden, was für andere Aufgabenstellungen – etwa für die Steuerung des Modewechsels – hilfreich sein kann.

Die Gleichung für den Zugkraftschätzer ergibt sich somit unter Beachtung von (4.3c) zu:

$${}_sZ(t) = {}_s\tilde{M}_{Rad}(t) + {}_sM_{brems}(t) \quad (6.28)$$

mit dem geschätzten Brutto-Radmoment ${}_s\tilde{M}_{Rad}$ gemäß (6.27).

Der Schätzfehler

$${}_sZ(t) - Z(t) = \frac{1}{r_{Rad0}} \cdot \left({}_s\tilde{M}_{Rad}(t) - \tilde{M}_{Rad}(t) \right) + \frac{1}{r_{Rad0}} \cdot \left({}_sM_{brems}(t) - M_{brems}(t) \right)$$

ergibt sich dann durch Einsetzen der Gleichungen (6.26a) und (6.27) mit ${}_sM_{E1}(t) = (1 + \delta_2) \cdot M_{E1}(t)$, ${}_sM_{E2}(t) = (1 + \delta_3) \cdot M_{E2}(t)$ und ${}_sM_{KMy}(t) = (1 + \delta_4) \cdot M_{KMy}(t)$ (vgl. (6.17)) zu:

$${}_sZ(t) - Z(t) = \frac{1}{r_{Rad0}} \cdot \left({}^{Mx}h_{23} \cdot \delta_2 \cdot M_{E1}(t) + {}^{Mx}h_{24} \cdot \delta_3 \cdot M_{E2}(t) + {}^{Mx}h_{25} \cdot \delta_4 \cdot M_{KMy}(t) \right) + \frac{1}{r_{Rad0}} \cdot \left({}_sM_{brems}(t) - M_{brems}(t) \right), \quad (6.29)$$

wobei ${}^{Mx}h_{ij}$ das Element in der i -ten Zeile und j -ten Spalte der Schätzermatrix ${}^{Mx}\mathbf{H}$ bezeichnet.

Für die weiteren Überlegungen ist es vorteilhaft, die Drehmomente der beiden Elektromaschinen explizit zu berechnen und in (6.29) einzusetzen. Hierzu kann auf die in Abschnitt 6.1.2 ursprünglich für den Wiederstart unter Vorgabe der Winkelbeschleunigung der Verbrennungskraftmaschine hergeleitete Steuergleichung (6.6) zurückgegriffen werden. Mit $\dot{\omega}_{R,soll} = 0$ folgen aus ihr die Drehmomente

$$\begin{pmatrix} M_{E1}(t) \\ M_{E2}(t) \end{pmatrix} = {}^{W1x}\mathbf{S} \cdot \begin{pmatrix} {}^{A2}\mathbf{u}(t) \\ 0 \end{pmatrix}$$

der Elektromaschinen für das elektrische Fahren, mit der Steuermatrix ${}^{W1x}\mathbf{S}$ gemäß (6.6c) und dem Unter-Pseudoeingangsvektor ${}^{A2}\mathbf{u}$ gemäß (6.1b). Durch Einsetzen in (6.29) ergibt sich:

$${}_sZ(t) - Z(t) = \begin{bmatrix} \delta_2 & \delta_3 \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{r_{Rad0}} \cdot \begin{pmatrix} {}^{Mx}h_{23} & 0 \\ 0 & {}^{Mx}h_{24} \end{pmatrix} \cdot {}^{W1x}\mathbf{S} \cdot \begin{pmatrix} {}^{A2}\mathbf{u}(t) \\ 0 \end{pmatrix} + \frac{{}^{Mx}h_{25}}{r_{Rad0}} \cdot \delta_4 \cdot M_{KMy}(t) + \frac{1}{r_{Rad0}} \cdot \left({}_sM_{brems}(t) - M_{brems}(t) \right). \quad (6.30)$$

Durch Einsetzen der Zahlenwerte ergibt sich schließlich für ${}_sM_{brems} = M_{brems} = 0$:

$$\begin{aligned} {}_sZ(t) - Z(t) &= (\delta_2 \cdot 28,1 \text{ m}^{-1} - \delta_3 \cdot 28,1 \text{ m}^{-1}) \cdot M_{VKM}(t) + \delta_3 \cdot Z(t) + \\ &\quad + (-\delta_2 \cdot 49,8 \text{ m}^{-1} + \delta_3 \cdot 5,9 \text{ m}^{-1} + \delta_4 \cdot 43,9 \text{ m}^{-1}) \cdot M_{KMy}(t) + \\ &\quad + (\delta_2 \cdot 135 \text{ N s}^2 + \delta_3 \cdot 51,9 \text{ N s}^2) \cdot \dot{\omega}_{Rad}(t) \end{aligned}$$

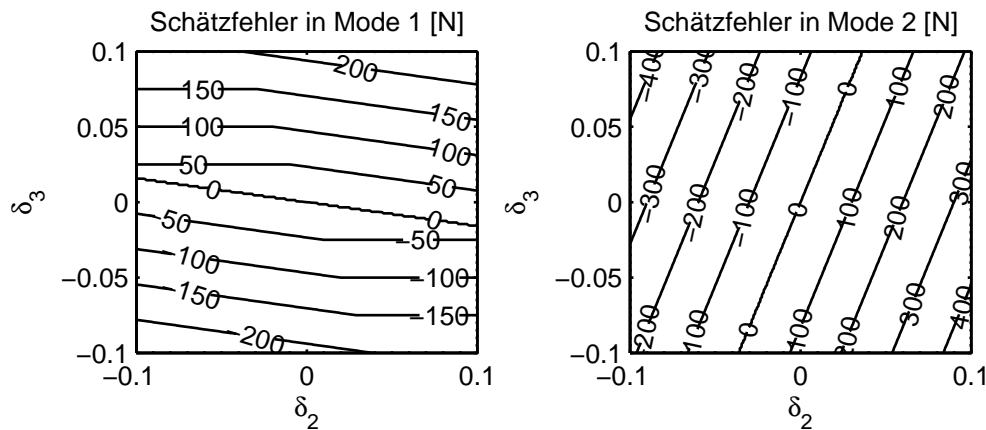


Bild 6.12: Maximaler Schätzfehler durch Fehler in den Elektromaschinen-Drehmomenten

in Mode 1 und

$$\begin{aligned}
 {}_sZ(t) - Z(t) = & (-\delta_2 \cdot 11,3 \text{ m}^{-1} + \delta_3 \cdot 11,3 \text{ m}^{-1}) \cdot M_{VKM}(t) + (1,6 \cdot \delta_2 - 0,6 \cdot \delta_3) \cdot Z(t) + \\
 & + (-\delta_2 \cdot 20,1 \text{ m}^{-1} + \delta_3 \cdot 2,4 \text{ m}^{-1} + \delta_4 \cdot 17,7 \text{ m}^{-1}) \cdot M_{KM_y}(t) + \\
 & + (\delta_2 \cdot 62,2 \text{ N s}^2 - \delta_3 \cdot 10,6 \text{ N s}^2) \cdot \dot{\omega}_{Rad}(t)
 \end{aligned}$$

in Mode 2.

Im Folgenden soll für $M_{VKM} = 0$ die Grenze des Schätzfehlers in Abhängigkeit der relativen Fehler δ_2 und δ_3 der Elektromaschinen-Drehmomente bestimmt werden. Dabei soll angenommen werden, dass die nicht geschlossene Abtriebskupplung während des Wiederstarts vollständig geöffnet ist, was in der Regel zutrifft. Es wird also $M_{KM_y} = 0$ gesetzt. Auf den rechten Seiten der beiden Gleichungen bleibt dann jeweils nur noch der zweite und der letzte Term bestehen. Auch hier sei die Betrachtung wieder auf $Z \in [0 \text{ N}, 2 \text{ kN}]$, $\dot{\omega}_{Rad} \geq 0$ und eine Geländesteigung zwischen -12% und 12% beschränkt. Unter dieser Voraussetzung sind zwei Fälle voneinander zu unterscheiden. Hat der Faktor, mit dem die Zugkraft multipliziert wird, das gleiche Vorzeichen wie der Faktor, der mit der Winkelbeschleunigung $\dot{\omega}_{Rad}$ multipliziert wird, dann erreicht der Schätzfehler seinen höchstmöglichen Betrag bei Stillstand des Fahrzeugs, $Z = 2 \text{ kN}$ und 12% Gefälle. Anderenfalls maximiert sich der Betrag des Zugkraftfehlers entweder bei $Z = 2 \text{ kN}$ und $\dot{\omega}_{Rad} = 0$ oder bei $Z = 0$, Stillstand des Fahrzeugs und 12% Gefälle. Auf diese Weise lässt sich ein Algorithmus zur Berechnung des Schätzfehlers programmieren, der die in Bild 6.12 dokumentierten Ergebnisse liefert.

Die für den Fahrkomfort wesentliche Größe ist der Extremwert der Differenz zwischen

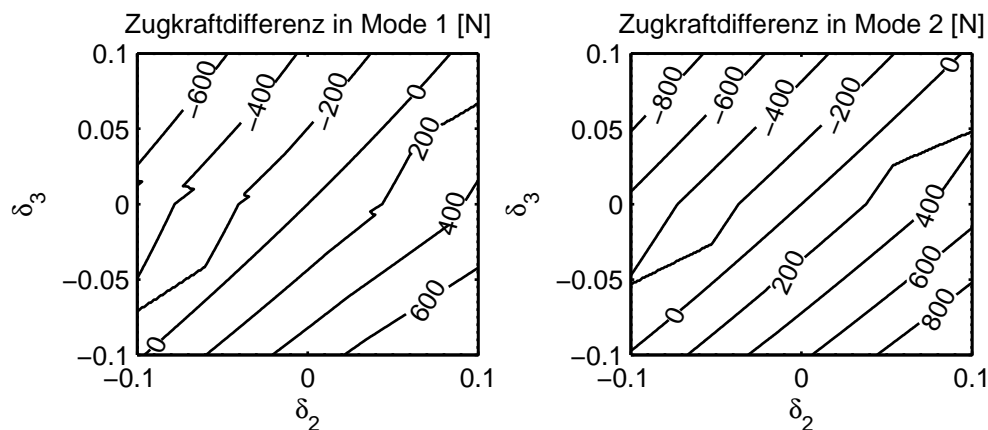


Bild 6.13: Maximale Zugkraftdifferenz bei Wiederstart durch Fehler in den Elektromaschinen-Drehmomenten

der Zugkraft, die während des Wiederstarts vorherrscht und der Zugkraft unmittelbar vor dem Wiederstart. Dieser gleicht der Differenz zwischen dem Schätzfehler und dem in Abschnitt 6.1.5 betrachteten Zugkraftfehler. Die Anteile dieser Zugkraftdifferenz, die auf die relativen Fehler δ_2 und δ_3 der Elektromaschinen-Drehmomente zurückzuführen sind, zeigt Bild 6.13. Setzt man bezüglich dieser Differenz – der eigentlichen Bemessungsgröße für den Fahrkomfort – eine Grenze von 1000 N als maximal akzeptierten Differenzbetrag, so ist aus Abschnitt 6.1.5 bekannt, dass die relativen Fehler dann höchstens mit einem Differenzbetrag von 614 N in Mode 1 und 836 N in Mode 2 zu Buche schlagen dürfen. Wie aus Bild 6.13 abzulesen ist, kann die Genauigkeitsanforderung an die Drehmomente der Elektromaschinen in Mode 1 aufrecht erhalten bleiben. Solange deren relative Fehler einen Betrag von 5 % nicht überschreiten, wird die soeben gestellte Forderung nicht verletzt. Für Mode 2 ist die maximal zulässige Betragsgrenze für selbige relative Fehler jedoch auf etwa 7,5 % nach unten zu korrigieren.

6.1.7 Wiederstart bei schleifender Abtriebskupplung

Beim Fahren in einem der Modi ist im Normalfall eine der Abtriebskupplungen vollständig geöffnet. Wird über diese Kupplung (durch das Schleifen) ein Drehmoment übertragen, verändern sich die Drehmomente im gesamten Antriebsstrang. Um eine Veränderung der Zugkraft zu verhindern, sind die Drehmomente der Elektromaschinen entsprechend anzupassen. Unter Umständen könnte mit dieser Anpassung eine Entlastung der Elektromaschinen verbunden sein. Dieser Entlastungseffekt könnte dann auch genutzt werden, um höhere Winkelbeschleunigungen der Verbrennungskraftmaschine zu erzielen.

Wie leicht einzusehen, ist dies aber nur möglich, wenn entweder die Bedingung

$$\operatorname{sgn}(M_{E1}(t)) \cdot \operatorname{sgn}\left(\frac{\partial M_{E1}}{\partial M_{KM_y}}\right) = -\operatorname{sgn}(\omega_{sKM_y}(t))$$

oder

$$\operatorname{sgn}(M_{E2}(t)) \cdot \operatorname{sgn}\left(\frac{\partial M_{E2}}{\partial M_{KM_y}}\right) = -\operatorname{sgn}(\omega_{sKM_y}(t))$$

erfüllt ist, je nachdem, welche Elektromaschine sich bei $M_{KM_y} = 0$ an ihrer Grenze befindet. Die benötigten Gradienten ergeben sich dabei leicht aus der Steuergleichung (6.6).

Auf analytischem Wege kann gezeigt werden, dass die obige Bedingung in Mode 2 nie erfüllt ist, das Schleifen der Abtriebskupplung führt zu einer zusätzlichen Belastung. In Mode 1 ist sie nur ab Geschwindigkeiten von etwa 15 km/h erfüllt. Die Zuhilfenahme der nicht geschlossenen Abtriebskupplung stellt sich somit als nutzlos bzw. uninteressant heraus.

6.2 Wiederstart mit Kupplung

Die Kupplung zwischen Verbrennungskraftmaschine und Hohlrad spielt bei dieser Art des Wiederstarts eine zentrale Rolle, sie soll deshalb im gesamten weiteren Verlauf des Kapitels 6 abkürzend als Kupplung bezeichnet werden. Wenn andere Kupplungen gemeint sind, wir dies durch unmissverständliche Bezeichnung deutlich gemacht.

Vor dem Wiederstart der hier betrachteten Art, ist die Kupplung geöffnet und die Drehzahl des Hohlrades liegt (mindestens leicht) oberhalb der Zünddrehzahl der Verbrennungskraftmaschine. Mit dem Erhöhen des Anpressdrucks der Kupplung wird die Anlaufphase eingeleitet und es wird ein Drehmoment auf die Verbrennungskraftmaschine übertragen, so dass diese beschleunigt wird. Beim Erreichen der Zünddrehzahl endet die Anlaufphase.

Zu Beginn der sich anschließenden Phase werden die zyklischen Verbrennungsvorgänge in den Zylindern der Verbrennungskraftmaschine eingeleitet. Anschließend sind die Drehzahlen von Verbrennungskraftmaschine und Hohlrad zu synchronisieren und die Kupplung vollständig zu schließen (also den maximalen Anpressdruck auszuüben), womit diese Phase, die als Synchronisierungsphase bezeichnet werden soll, endet. Es folgt die Anpassungsphase.

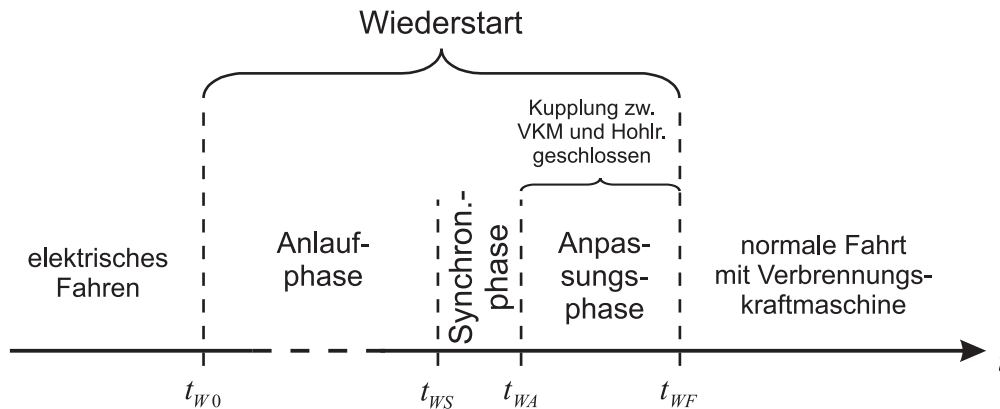


Bild 6.14: Chronologischer Ablauf des Wiederstarts mit Kupplung

Der vollständige chronologische Ablauf des Wiederstarts mit Kupplung ist in Bild 6.14 nochmals skizziert. Dabei wurde das Formelzeichen t_{WS} für den Zeitpunkt des Beginns der Synchronisierungsphase eingeführt.

Während der Synchronisierungsphase kann die eigene Kraft der Verbrennungskraftmaschine genutzt werden um ihre Drehzahl auf die Hohlrad-Drehzahl zu erhöhen. Der bereits in [12] unterbreitete Vorschlag, die Kupplung zum Erhöhen der Verbrennungskraftmaschine-Drehzahl wieder etwas zu öffnen, ist auch im Falle des hier betrachteten Antriebsstrangs sinnvoll, weil dadurch die Elektromaschinen entlastet werden, die das über die Kupplung übertragene Drehmoment auszugleichen haben, damit die Zugkraft nicht einbricht. Eine wesentliche Thematik, die im Kontext der Synchronisierungsphase zu untersuchen wäre, liegt in der Vermeidung von Zugkraftschwankungen. Diese Aufgabe kann aber durch die gleichen Maßnahmen wie in der Anlaufphase gelöst werden. Auf eine nähere Erläuterung der Synchronisierungsphase soll deshalb verzichtet werden.

Näher zu erläutern ist später noch die Anlaufphase. Die Anpassungsphase wurde bereits in Abschnitt 6.1.4 beschrieben. Der einzige Unterschied liegt lediglich im Anfangswert des (mittleren) Drehmoments M_{VKM} der Verbrennungskraftmaschine.

Der Vorteil gegenüber dem Wiederstart ohne Kupplung liegt in einem weiteren Freiheitsgrad bei der elektrischen Fahrt. Die Drehzahl des Hohlrades darf bei offener Kupplung nämlich innerhalb gewisser Grenzen oberhalb der Zündrehzahl frei gewählt werden, anstatt sie auf Null regeln zu müssen, wie bei geschlossener Kupplung. So ergibt sich etwa ein Spielraum für die Minimierung der Verluste beim elektrischen Fahren. Ob es möglich ist, durch eine hohe Hohlrad-Drehzahl vor dem Wiederstart kinetische Energie im Antriebsstrang zu speichern, die während der Anlaufphase zur Beschleunigung der Verbren-

nungskraftmaschine genutzt werden kann, so dass Elektromaschinen und Batterie geringer belastet werden und/oder ein schnellerer Wiederstart möglich ist, muss erst noch überprüft werden.

Nachteilig ist hingegen der höhere Aufwand. Recht aufwendig ist die Ermittlung des übertragenen Kupplungsmoments, welches u. a. für die Wahl geeigneter Elektromaschinen-Drehmomente zur Unterdrückung von Zugkraftschwankungen bekannt sein muss. Außerdem ist das übertragene Kupplungsmoment M_R – oder zumindest der Anpressdruck der Kupplung zu regeln, was wegen der hohen Dynamik der Kupplungshydraulik nur mit einer hohen Abtastrate möglich ist. Zudem nimmt das Synchronisieren der Drehzahlen und das vollständige Schließen der Kupplung etwas Zeit in Anspruch. Nimmt man an, die Kupplung könne ausgehend vom vollständig offenen Zustand innerhalb von nur 50 ms vollständig geschlossen werden, dann wird der erhoffte Zeitgewinn durch die Ausnutzung kinetischer Energie zur Beschleunigung der Verbrennungskraftmaschine erneut in Frage gestellt.

6.2.1 Gleichungssystem zur Steuerung des Wiederstarts mit Kupplung

Auch hier soll davon ausgegangen werden, dass beim Wiederstart stets genau eine der Abtriebskupplungen geschlossen ist, so dass der Antrieb in einem der beiden Modi betrieben wird. Die in Abschnitt 4.3 für diesen Fall vorgestellte mathematische Beschreibung ist daher wieder die Grundlage für ähnliche Überlegungen, wie sie bereits in Abschnitt 6.1.1 angestellt wurden. Sie führen hier zu dem Gleichungssystem

$$\dot{\omega}_{VKM}(t) = \frac{1}{J_{VKM}} \cdot (M_{VKM}(t) - M_R(t)), \quad (6.31a)$$

$$\begin{aligned} & \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ {}^{Nx}c_{11} & {}^{Nx}c_{12} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{\omega}_R(t) \\ \dot{\omega}_P(t) \end{pmatrix} = \\ & = \begin{pmatrix} {}^{Mxu}\mathbf{b}_2 & {}^{Mxu}\mathbf{b}_3 & {}^{Mxu}\mathbf{b}_1 & {}^{Mxu}\mathbf{b}_4 & {}^{Mxu}\mathbf{b}_5 & \mathbf{0} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} M_{E1}(t) \\ M_{E2}(t) \\ {}^{A3}\mathbf{u}(t) \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (6.31b)$$

wobei ${}^{Nx}c_{ij}$ das Element in der i -ten Zeile und j -ten Spalte der verallgemeinerten Ausgangsmatrix ${}^{Nx}\mathbf{C}$ gemäß (2.62c), ${}^{Mxu}\mathbf{b}_i$ den i -ten Spaltenvektor der Eingangsmatrix ${}^{Mxu}\mathbf{B}$

gemäß (2.62a) und

$${}^{A3}\mathbf{u}(t) = \begin{pmatrix} M_R(t) \\ M_{KM_y}(t) \\ \tilde{M}_{Rad}(t) \\ \dot{\omega}_{Rad}(t) \end{pmatrix} \quad (6.31c)$$

einen soeben definierten Unter-Pseudoeingangsvektor des Antriebsstrangs bezeichnet.

Im Vergleich zu dem Gleichungssystem (6.1) für den Wiederstart ohne Kupplung enthält dieses Gleichungssystem eine Gleichung mehr, nämlich die Zustandsdifferentialgleichung (6.31a) der Verbrennungskraftmaschine, weil sich die Ordnung des Systems wegen der nicht geschlossenen Kupplung um Eins erhöht hat. Bei (6.31b) handelt es sich bekanntlich um die Zustandsdifferentialgleichung des um die Verbrennungskraftmaschine reduzierten Antriebsstrangs. Sie stellt eine völlige Analogie zu (6.1a) dar. An die Stelle der Eingangsmatrix ${}^{Mxv}\mathbf{B}$ tritt in (6.31b) die Eingangsmatrix ${}^{Mxu}\mathbf{B}$, während das Kupplungsmoment M_R die Position des Drehmoments M_{VKM} der Verbrennungskraftmaschine einnimmt. Viele der für diese Art des Wiederstarts benötigten Steuergleichungen können aufgrund dieser Analogie sehr leicht aus den bereits bekannten Steuergleichungen für den Wiederstart ohne Kupplung gewonnen werden.

Bezüglich der Variablen des Gleichungssystems ist festzustellen, dass neben dem Kupplungsmoment M_R und der Winkelbeschleunigung $\dot{\omega}_{VKM}$ der Verbrennungskraftmaschine die gleichen Variablen wie in (6.1) wieder auftreten. Grundsätzlich lassen sich die Variablen \tilde{M}_{Rad} und $\dot{\omega}_{Rad}$ wie in Abschnitt 6.1.1 gemäß (6.3a) und (6.3c) direkt aus den Restriktionen des Wiederstarts berechnen oder ergeben sich mit Hilfe der restlichen Gleichungen von (4.3) aus den Restriktionen. Die Drehmomente M_{VKM} und M_{KM_y} zählen ebenfalls zu den bekannten Größen des Gleichungssystems. Sie lassen sich wie in Abschnitt 6.1.1 beschrieben quantifizieren.

Von den zehn im Gleichungssystem enthaltenen Variablen sind also vier bekannt. Die eindeutige Lösbarkeit des Gleichungssystems ist also nur in Verbindung mit zwei weiteren Restriktionen möglich. Somit hat die Anlaufphase in diesem Fall zwei Freiheitsgrade.

6.2.2 Die Anlaufphase

Zur Ausnutzung der beiden Freiheitsgrade der Anlaufphase ist es naheliegend, das Kupplungsmoment M_R und die Winkelbeschleunigung $\dot{\omega}_R$ des Hohlrades entweder direkt oder

indirekt vorzuschreiben.

Bezüglich der Unterdrückung von Zugkraftschwankungen liegt somit hier prinzipiell die gleiche Situation vor, wie bei der in Abschnitt 6.1.2 betrachteten Aufgabenstellung. Aus der dort hergeleiteten Steuergleichung (6.6) erhält man deshalb unter Ausnutzung der beschriebenen Analogie zwischen den Gleichungssystemen (6.1) und (6.31b) sehr schnell die hier benötigte Steuergleichung

$$\begin{pmatrix} M_{E1,soll}(t) \\ M_{E2,soll}(t) \end{pmatrix} = {}^{W3x} \mathbf{S} \cdot \begin{pmatrix} {}^A3_s \mathbf{u}(t) \\ \dot{\omega}_{R,soll}(t) \end{pmatrix}, \quad (6.32a)$$

die für die Unterdrückung von Zugkraftschwankungen sorgt, mit dem Unter-Pseudoeingangsvektor

$${}^A3_s \mathbf{u}(t) = \begin{pmatrix} {}_s M_R(t) \\ {}_s M_{KMy}(t) \\ {}_s \tilde{M}_{Rad}(t) \\ {}_s \dot{\omega}_{Rad}(t) \end{pmatrix}, \quad (6.32b)$$

dessen Elemente (außer des ersten Elements) aus Abschnitt 6.1.1 bekannt sind und der Steuermatrix

$${}^{W3x} \mathbf{S} = \begin{pmatrix} & 0 \\ \mathbf{I} & \\ & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} & & 0 \\ -{}^{Mxu} \mathbf{b}_2 & -{}^{Mxu} \mathbf{b}_3 & \\ 0 & 0 & {}^{Nx} c_{12} \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} & & -1 \\ {}^{Mxu} \mathbf{b}_1 & {}^{Mxu} \mathbf{b}_4 & {}^{Mxu} \mathbf{b}_5 & \mathbf{0} & \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -{}^{Nx} c_{11} \end{pmatrix}, \quad (6.32c)$$

wobei \mathbf{I} die Einheitsmatrix und ${}^{Mxu} \mathbf{b}_i$ den i -ten Spaltenvektor der verallgemeinerten Eingangsmatrix ${}^{Mxu} \mathbf{B}$ gemäß (2.62a) bezeichnet.

Bild 6.15 zeigt, welche Drehmomente die Elektromaschinen bei Anwendung der Steuergleichung (6.32) aufwenden müssen, wenn die in Anhang C.1.1 aufgeführten technischen Daten des Antriebs und ein Gesamtgewicht von 1400 kg zugrunde gelegt werden, von Windstille und ebenem Gelände ausgegangen wird. In Mode 1 wurde eine Anfangsgeschwindigkeit

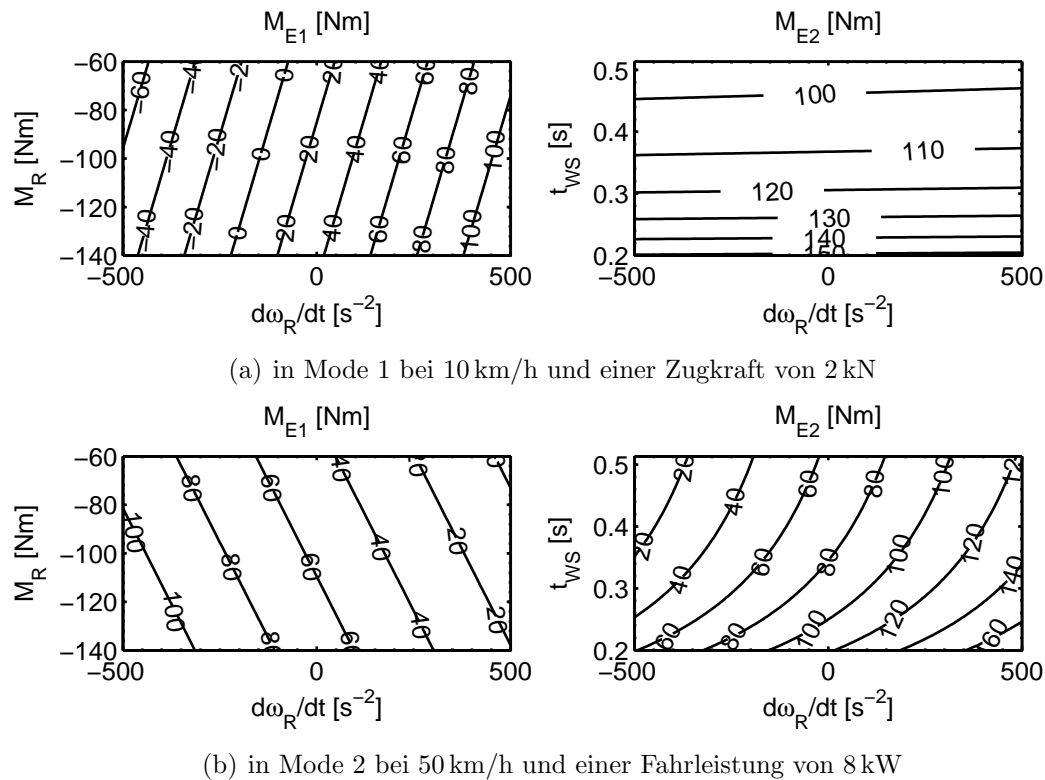


Bild 6.15: Elektromaschinen-Drehmomente bei Steuerung der Anlaufphase gemäß (6.32)

von 10 km/h und eine Zugkraft von 2 kN angenommen, für Mode 2 eine Anfangsgeschwindigkeit von 50 km/h und eine Fahrleistung von 8 kW.

In den Diagrammen für das Drehmoment M_{E2} der Elektromaschine 2 ist anstatt des Kupplungsmoments M_R die Dauer der Anlaufphase t_{WS} aufgetragen, die zu erwarten ist, wenn das entsprechende Kupplungsmoment konstant gehalten wird. Das entsprechende Kupplungsmoment kann auf gleicher Höhe auf der vertikalen Achse des Diagramms für die Elektromaschine 1 abgelesen werden. Umgekehrt kann dem Kupplungsmoment, das im linken Diagramm als unabhängige Größe aufgetragen ist, die auf gleicher Höhe im rechten Diagramm aufgetragene Dauer der Anlaufphase zugeordnet werden. Diese praktische Achsbeschriftung wird auch in den noch folgenden Diagrammen so fortgesetzt.

In Mode 1 hat hauptsächlich die Elektromaschine 1 für die Beschleunigung des Hohlrades zu sorgen. Die Elektromaschine 2, die in diesem Mode auf der Abtriebsseite des Antriebsstrangs angeordnet ist und hauptsächlich für das Abtriebsmoment sorgt, stellt (zusätzlich zum Abtriebsmoment) das benötigte Stützmoment. Deshalb ist das erforderliche Drehmoment M_{E2} kaum von der Winkelbeschleunigung $\dot{\omega}_R$ des Hohlrades abhängig, was auch Bild 6.15(a) zu entnehmen ist. Es zeigt sich, dass auch das Drehmoment M_{E1} bei konstan-

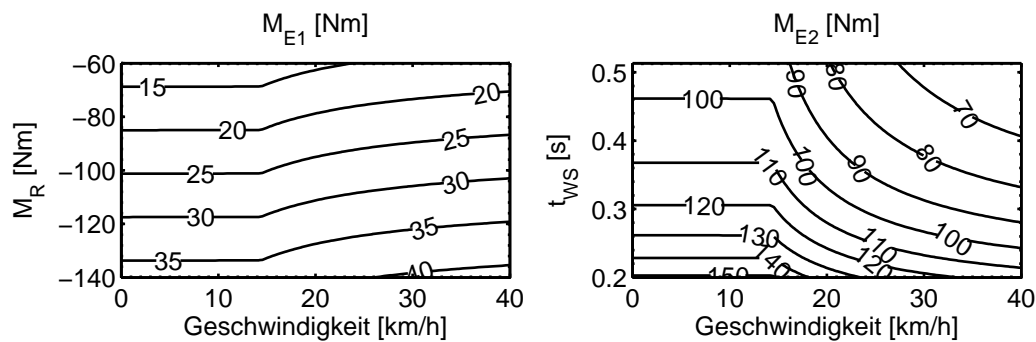


Bild 6.16: Drehmomente der Elektromaschinen in Mode 1 bei Steuerung der Anlaufphase gemäß (6.32) mit $\dot{\omega}_R = 0$

ter Hohlrad-Drehzahl ($\dot{\omega}_R = 0$) nicht sehr hoch ist, so dass eine erhöhte Hohlrad-Drehzahl vor dem Wiederstart im Sinne einer Entlastung der Elektromaschinen kaum rentabel ist. Deshalb sei empfohlen, die Drehzahl des Hohlrades während der Anlaufphase konstant zu halten, also $\dot{\omega}_R = 0$ zu wählen.

In Mode 2 wird zwar die Elektromaschine 2 mit sinkender Winkelbeschleunigung des Hohlrades entlastet, aber gleichzeitig wird die Elektromaschine 1 stärker belastet. Deshalb sei auch hier das Mittelmaß, nämlich $\dot{\omega}_R = 0$ empfohlen.

Die in der Anlaufphase erforderlichen Drehmomente der Elektromaschinen hängen auch von der gefahrenen Geschwindigkeit ab. Während Bild 6.15 nur für eine Anfangsgeschwindigkeit je Mode gilt, werden die Drehmomente der Elektromaschinen in den Bildern 6.16 und 6.17 für die gewählte Winkelbeschleunigung $\dot{\omega}_R = 0$ in Abhängigkeit der Geschwindigkeit und des Kupplungsmoments dargestellt. Unter sonst gleichen Randbedingungen wie in Bild 6.15 liegt auch hier eine Zugkraft von 2000 N zugrunde, sofern die Fahrleistung dabei 8 kW nicht überschreitet, anderenfalls liegt eine Fahrleistung von 8 kW zugrunde.

Selbstverständlich können die Elektromaschinen die geforderten Drehmomente nur liefern, wenn dabei ihre Leistungsgrenzen nicht überschritten werden, d. h. wenn die Beträge deren Drehzahlen jeweils einen bestimmten Wert nicht überschreiten. Das zulässige Drehzahl-Intervall jeder Elektromaschine lässt sich bei gegebener Raddrehzahl mit Hilfe der verallgemeinerten Ausgangsgleichungen (4.3k) und (4.3l) in ein Drehzahl-Intervall für das Hohlrad umrechnen. Aus der Schnittmenge beider Intervalle ergibt sich dann das zulässige Drehzahl-Intervall für das Hohlrad. Berechnungen haben gezeigt, dass $\omega_R \leq 250 \text{ s}^{-1}$ in Mode 1 im gesamten Geschwindigkeits- und Kupplungsmomentbereich, der in Bild 6.16 aufgezeichnet wurde, zulässig ist. Für Mode 2 ist die untere und obere Grenze für die Winkelgeschwindigkeit ω_R des Hohlrades in Bild 6.17 aufgezeichnet. Auffällig ist, dass die

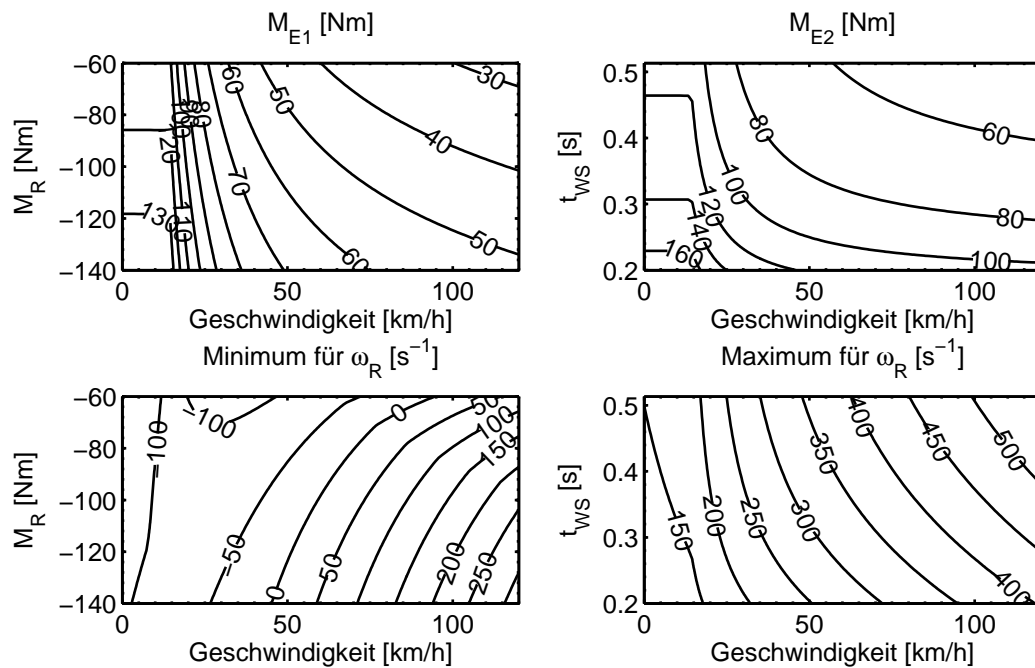


Bild 6.17: Drehmomente der Elektromaschinen und zulässige Winkelgeschwindigkeiten des Hohlrades in Mode 2 bei Steuerung der Anlaufphase gemäß (6.32) mit $\dot{\omega}_R = 0$

Hohlrad-Drehzahl ggf. deutlich oberhalb der Zünddrehzahl der Verbrennungskraftmaschine liegen muss. Soll beispielsweise ein Kupplungsmoment von -140 Nm eingestellt werden, dann ist dies insbesondere ab Geschwindigkeiten von etwa 80 km/h notwendig.

Bild 6.18 zeigt, welche mechanische Gesamtleistung sich für die Elektromaschinen bei $\omega_R = 125$ s $^{-1}$ ergibt. Auf der etwas dickeren Linie im Diagramm für Mode 2 ist die gewählte Hohlrad-Winkelgeschwindigkeit von 125 s $^{-1}$ mit der unteren Grenze des zulässigen Intervalls der Hohlrad-Winkelgeschwindigkeit identisch. Sämtliche Punkte rechts von dieser Linie sind unzulässig, da dort die zugrunde liegende Hohlrad-Winkelgeschwindigkeit außerhalb des zulässigen Intervalls liegt.

Die mechanische Gesamtleistung der Elektromaschinen vermittelt eine ungefähre Vorstellung über die benötigte Batterieleistung und ist somit neben der Dauer des Wiederstarts ein entscheidendes Merkmal für den Vergleich verschiedener Arten des Wiederstarts. Es ist offensichtlich, dass diese Größe durch die Winkelgeschwindigkeit des Hohlrades variiert werden kann, so dass ein aus P_{EM} und der Dauer des Wiederstarts gebildetes Gütemaß durch die geeignete Wahl der Hohlrad-Winkelgeschwindigkeit optimiert werden könnte. Wenn aber das elektrische Fahren auf eine maximale Fahrleistung von nicht mehr als 8 kW begrenzt werden soll, ist nach dem Wiederstart mit dem Auftreten relativ kleiner Sollwerte

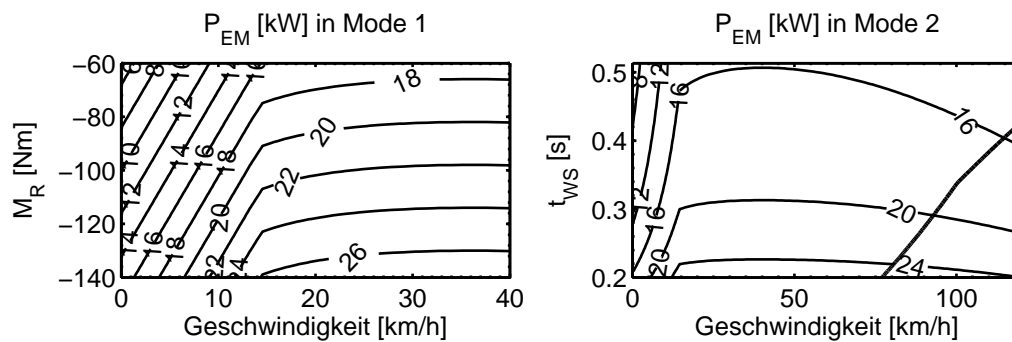


Bild 6.18: Mechanische Gesamtleistung der Elektromaschinen für $\omega_R = 125 \text{ s}^{-1}$ bei Steuerung der Anlaufphase gemäß (6.32) mit $\dot{\omega}_R = 0$

für die Drehzahl der Verbrennungskraftmaschine zu rechnen, welche sich nicht erheblich von der gewählten Hohlrad-Drehzahl unterscheiden. Im Sinne des Fahrkomforts ist es zu vermeiden, die Drehzahl der Verbrennungskraftmaschine während des Wiederstarts so hoch anzuheben, dass sie nachher wieder zu senken ist, was wegen der Wahl $\dot{\omega}_R = 0$ bei zu hoher Winkelgeschwindigkeit des Hohlrades aber notwendig wäre. Diese Restriktionen lassen relativ wenig Spielraum für die angedachte Optimierung, so dass sie wegen der kaum zu erwartenden Rentabilität unterbleiben soll.

Aus diesem Grunde kann Bild 6.18 zusammen mit Bild 6.6(a) für einen Vergleich des hier betrachteten Wiederstarts mit dem (zeitoptimalen) Wiederstart ohne Kupplung herangezogen werden.

In Mode 1 wird die Anlaufphase bei Begrenzung von P_{EM} auf 15 kW beim Wiederstart mit Kupplung nur dann schneller abgeschlossen, wenn nicht schneller als etwa 1 km/h gefahren wird. Deutlich kürzer als beim Wiederstart ohne Kupplung wird die Anlaufphase beim Wiederstart mit Kupplung aber bei Geschwindigkeiten oberhalb etwa 25 km/h bei $P_{EM,max} = 20 \text{ kW}$, bzw. oberhalb etwa 15 km/h bei $P_{EM,max} = 25 \text{ kW}$. Allerdings ist zu bedenken, dass die Synchronisierung der Drehzahlen und das Schließen der Kupplung beim Wiederstart mit Kupplung Zeit in Anspruch nimmt, die beim Wiederstart ohne Kupplung eingespart werden kann. Ein wirklicher Zeitvorteil des Wiederstarts mit Kupplung ist also erst bei noch höheren Geschwindigkeiten zu verzeichnen.

Für Mode 2 lässt der Vergleich zwischen Bild 6.18 und Bild 6.6(a) keinen zeitlichen Vorteil für den Wiederstart mit Kupplung erkennen. Dieser stellt sich erst ab einer Geschwindigkeit von etwa 100 km/h ein. Dazu ist aber die Winkelgeschwindigkeit des Hohlrades anzuheben. Allerdings kann dieser Vorteil dann nur mit mechanischen Gesamtleistungen der Elektromaschinen von mehr als 25 kW erkaufte werden.

6.2.2.1 Zeitoptimale Vorgabe des Kupplungsmoments

Wie das Kupplungsmoment während der Anlaufphase zeitoptimal vorgegeben werden kann, ist einfach zu erklären. Denn je kleiner das Kupplungsmoment wird, desto größer wird die Winkelbeschleunigung der Verbrennungskraftmaschine. Deshalb verringert sich die Dauer der Anlaufphase mit sinkendem Kupplungsmoment. Dieses kann jedoch nicht beliebig klein gewählt werden, weil die Elektromaschinen unterhalb einer gewissen Grenze nicht mehr in der Lage sind, die Auswirkungen auf die Zugkraft zu unterbinden.

Demnach hat die Kupplung jederzeit das minimale Kupplungsmoment $M_{R,min}$ zu übertragen, das im Folgenden zu berechnen ist.

Hierzu muss wieder der Zusammenhang zwischen den Drehmomenten beider Elektromaschinen bekannt sein, der durch die Forderung nach Einhaltung eines Soll-Radmoments erzwungen wird. Dieser ergibt sich aufgrund der beschriebenen Analogie zwischen den Gleichungssystemen (6.1) und (6.31b) sehr schnell aus (6.10):

$$M_{Ej}(t) = {}^{W4x}\mathbf{s}^T \cdot \begin{pmatrix} {}_sM_{Ek}(t) \\ {}_s^{A3}\mathbf{u}(t) \end{pmatrix} \quad (6.33a)$$

mit M_{Ej} und ${}_sM_{Ek}$ gemäß (6.9b) und (6.9c), dem Unter-Pseudoeingangsvektor ${}_s^{A3}\mathbf{u}$ gemäß (6.32b), dessen Komponenten (mit Ausnahme des Kupplungsmoments M_R) sich aus Abschnitt 6.1.1 ergeben, dem Steuervektor

$${}^{W4x}\mathbf{s}^T = \frac{1}{{}^{Nx}\mathbf{c}_1^T \cdot {}^1\boldsymbol{\beta}} \cdot \begin{bmatrix} {}^{Nx}\mathbf{c}_1^T \cdot {}^2\boldsymbol{\beta} & {}^{Nx}\mathbf{c}_1^T \cdot {}^{Mxu}\mathbf{b}_1 & {}^{Nx}\mathbf{c}_1^T \cdot {}^{Mxu}\mathbf{b}_4 & {}^{Nx}\mathbf{c}_1^T \cdot {}^{Mxu}\mathbf{b}_5 & -1 \end{bmatrix} \quad (6.33b)$$

mit

$${}^1\boldsymbol{\beta} = \begin{cases} -{}^{Mxu}\mathbf{b}_3 & \text{bei } {}_sM_{Ek}(t) = M_{E1}(t) \\ -{}^{Mxu}\mathbf{b}_2 & \text{bei } {}_sM_{Ek}(t) = M_{E2}(t) \end{cases} \quad (6.33c)$$

und

$${}^2\boldsymbol{\beta} = \begin{cases} {}^{Mxu}\mathbf{b}_2 & \text{bei } {}_sM_{Ek}(t) = M_{E1}(t) \\ {}^{Mxu}\mathbf{b}_3 & \text{bei } {}_sM_{Ek}(t) = M_{E2}(t) \end{cases}. \quad (6.33d)$$

${}^{Mxu}\mathbf{b}_i$ bezeichnet dabei wieder den i -ten Spaltenvektor der verallgemeinerten Eingangsmatrix ${}^{Mxu}\mathbf{B}$ gemäß (2.62a).

Durch Einsetzen in die erste Zeile des Gleichungssystems (6.31b) ergibt sich der Sollwert

$$M_{R,soll}(t) = {}^{W5x}\mathbf{s}^T \cdot \begin{pmatrix} M_{Ek,soll}(t) \\ \dot{\omega}_{R,soll}(t) \\ {}^{A4}\mathbf{u}(t) \end{pmatrix} \quad (6.34a)$$

für das Kupplungsmoment, mit dem Steuervektor

$${}^{W5x}\mathbf{s} = -\frac{1}{{}^{Mxu}b_{11} - {}^1\beta_1 \cdot {}^{W4x}s_2} \cdot \begin{pmatrix} {}^2\beta_1 - {}^1\beta_1 \cdot {}^{W4x}s_1 \\ -1 \\ {}^{Mxu}b_{14} - {}^1\beta_1 \cdot {}^{W4x}s_3 \\ {}^{Mxu}b_{15} - {}^1\beta_1 \cdot {}^{W4x}s_4 \\ -{}^1\beta_1 \cdot {}^{W4x}s_5 \end{pmatrix} \quad (6.34b)$$

und dem Unter-Pseudoeingangsvektor

$${}^{A4}\mathbf{u}(t) = \begin{pmatrix} {}_sM_{KMy}(t) \\ {}_s\tilde{M}_{Rad}(t) \\ {}_s\dot{\omega}_{Rad}(t) \end{pmatrix}, \quad (6.34c)$$

mit ${}_s\dot{\omega}_{Rad}$ gemäß (6.3c), ${}_s\tilde{M}_{Rad}(t)$ gemäß (6.3a) und dem Sollwert $M_{Ek,soll}$ für das unabhängige Drehmoment M_{Ek} gemäß (6.9c). ${}^1\beta_1$ und ${}^2\beta_1$ bezeichnen dabei jeweils das erste Element der Vektoren ${}^1\boldsymbol{\beta}$ und ${}^2\boldsymbol{\beta}$ gemäß (6.33c) und (6.33d), ${}^{Mxu}b_{ij}$ das Element in der i -ten Zeile und j -ten Spalte der verallgemeinerten Eingangsmatrix ${}^{Mxu}\mathbf{B}$ gemäß (2.62a) und ${}^{W4x}s_i$ das i -te Element der Steuervektors ${}^{W4x}\mathbf{s}^T$ gemäß (6.33b).

Nun bleibt noch der Sollwert $M_{Ek,soll}$ für das unabhängige Drehmoment so zu wählen, dass $M_{R,soll}$ minimiert wird.

Mit (6.33) lässt sich das Drehmoment

$$M_{E1,M}(t) = \begin{cases} -\operatorname{sgn}\left(\frac{\partial M_{R,soll}}{\partial M_{E1}}\right) \cdot M_{E1,max}(t) & \text{für } |M_V(t)| \leq M_{E2,max}(t) \\ {}^{W4x}\mathbf{s}^T \cdot \begin{pmatrix} -\operatorname{sgn}\left(\frac{\partial M_{R,soll}}{\partial M_{E2}}\right) \cdot M_{E2,max}(t) \\ {}_s^{A3}\mathbf{u}(t) \end{pmatrix} & \text{sonst} \end{cases} \quad (6.35a)$$

der Elektromaschine 1 berechnen, bei dem das Kupplungsmoment $M_{R,soll}$ ohne Rücksicht auf die Batterieleistung minimiert wird. In ${}^{A3}_s\mathbf{u}$ ist dabei ${}^{A3}_s u_1 = M_{R,soll}$ zu setzen. $M_{R,soll}$ ist wiederum mit ${}_s M_{Ek} = -\operatorname{sgn}\left(\frac{\partial M_{R,soll}}{\partial M_{E2}}\right) \cdot M_{E2,max}$ aus (6.34a) zu berechnen. Im Übrigen ist

$$M_V(t) = {}^{W4x}\mathbf{s}^T \cdot \begin{pmatrix} -\operatorname{sgn}\left(\frac{\partial M_{R,soll}}{\partial M_{E1}(t)}\right) \cdot M_{E1,max}(t) \\ {}^{A3}_s\mathbf{u}(t) \end{pmatrix},$$

wobei wieder ${}^{A3}_s u_1 = M_{R,soll}$ zu setzen ist. $M_{R,soll}$ ist in diesem Fall mit ${}_s M_{Ek} = -\operatorname{sgn}\left(\frac{\partial M_{R,soll}}{\partial M_{E1}}\right) \cdot M_{E1,max}$ aus (6.34a) zu berechnen.

$$M_{E2,M}(t) = {}^{W4x}\mathbf{s}^T \cdot \begin{pmatrix} M_{E1,M}(t) \\ {}^{A3}_s\mathbf{u}(t) \end{pmatrix} \quad (6.35b)$$

ist das zu $M_{E1,M}$ gehörende Drehmoment der Elektromaschine 2. Hier ist ebenfalls ${}^{A3}_s u_1 = M_{R,soll}$ zu setzen, wobei $M_{R,soll}$ mit ${}_s M_{Ek} = M_{E1,M}$ aus (6.34a) zu berechnen ist. In den Gleichungen bezeichnen $M_{E1,max}$ und $M_{E2,max}$ die physikalischen Drehmomentgrenzen der Elektromaschinen, ${}^{W4x}\mathbf{s}^T$ den Steuervektor gemäß (6.33b) und ${}^{A3}_s\mathbf{u}$ den Unter-Pseudoeingangsvektor gemäß (6.32b). Die Differentialquotienten

$$\frac{\partial M_{R,soll}}{\partial M_{E1}} = -\frac{Mxu b_{12} + Mxu b_{13} \cdot {}^{W4x}s_1}{Mxu b_{11} + Mxu b_{13} \cdot {}^{W4x}s_2} \quad (6.36a)$$

und

$$\frac{\partial M_{R,soll}}{\partial M_{E2}} = -\frac{Mxu b_{13} + Mxu b_{12} \cdot {}^{W4x}s_1}{Mxu b_{11} + Mxu b_{12} \cdot {}^{W4x}s_2} \quad (6.36b)$$

ergeben sich aus (6.34).

Um das Drehmoment der Elektromaschine 1 zu finden, bei dem entweder die obere oder untere Grenze $\pm P_{EM,max}$ der mechanischen Gesamtleistung der Elektromaschinen erreicht und gleichzeitig der Sollwert $M_{R,soll}$ des Kupplungsmoments minimiert wird, ist (6.33) in (6.13) einzusetzen. So ergibt sich:

$$P_{EM}(t) = (\omega_{S1}(t) + {}^{W4x}s_1 \cdot \omega_{S2}) \cdot M_{E1}(t) + \omega_{S2}(t) \cdot \begin{bmatrix} {}^{W4x}s_2 & {}^{W4x}s_3 & {}^{W4x}s_4 & {}^{W4x}s_5 \end{bmatrix} \cdot {}^{A3}_s\mathbf{u}(t)$$

mit ${}^{A3}\mathbf{u}$ gemäß (6.31c). Durch Einsetzen von (6.34a) folgt nach Umformung das gesuchte Drehmoment

$$M_{E1,B}(t) = \frac{-1}{\omega_{S1}(t) + \omega_{S2}(t) \cdot (W^{4x}_{S1} + W^{4x}_{S2} \cdot W^{5x}_{S1})} \cdot \left(\omega_{S2}(t) \cdot W^{4x}_{S2} \cdot W^{5x}_{S2} \cdot \dot{\omega}_{R,soll}(t) + \right. \\ \left. + \omega_{S2}(t) \cdot \sum_{i=1}^3 (W^{4x}_{Si+2} + W^{4x}_{S2} \cdot W^{5x}_{Si+2}) \cdot {}^{A4}u_i(t) + \operatorname{sgn}\left(\frac{\partial M_{R,soll}}{\partial M_{E1}}\right) \cdot \operatorname{sgn}\left(\omega_{S1}(t) + \omega_{S2}(t) \cdot (W^{4x}_{S1} + W^{4x}_{S2} \cdot W^{5x}_{S1})\right) \cdot \left|P_{EM,max}\right| \right) \quad (6.37)$$

der Elektromaschine 1. Dabei bezeichnet W^{4x}_{Si} bzw. W^{5x}_{Si} das i -te Element des Steuervektors $W^{4x}\mathbf{s}^T$ bzw. $W^{5x}\mathbf{s}^T$ gemäß (6.33b) bzw. (6.34b) (wobei die Variante „bei ${}_sM_{Ek}(t) = M_{E1}$ “ auszuwählen ist) und ${}^{A4}u_i$ das i -te Element des Unter-Pseudoeingangsvektors ${}^{A4}\mathbf{u}$ gemäß (6.34c). Die Signumfunktionen garantieren dabei die Minimierung von $M_{R,soll}$.

Der Sollwert für das Kupplungsmoment ergibt sich somit durch Einsetzen von

$${}^1\beta_1 = -{}^{Mxu}b_{13}, \quad {}^2\beta_1 = {}^{Mxu}b_{12} \quad (6.38a)$$

und

$$M_{Ek,soll}(t) = \begin{cases} M_{E1,M}(t) & \text{für } |M_{E1,M}(t) \cdot \omega_{S1}(t) + M_{E2,M}(t) \cdot \omega_{S2}(t)| \leq P_{EM,max}(t) \\ M_{E1,B}(t) & \text{sonst} \end{cases} \quad (6.38b)$$

in (6.34), mit $M_{E1,M}$ und $M_{E2,M}$ gemäß (6.35) und $M_{E1,B}$ gemäß (6.37). ${}^{Mxu}b_{ij}$ bezeichnet das Element in der i -ten Zeile und j -ten Spalte der verallgemeinerten Eingangsmatrix ${}^{Mxu}\mathbf{B}$ gemäß (2.62a).

Bild 6.19 zeigt Simulationsergebnisse für die nach (6.38b) gesteuerte Anlaufphase. Wie bei allen vorher gezeigten Simulationsergebnissen, wurde der Wiederstart auch hier wieder in Mode 1 bei einer Geschwindigkeit von 10 km/h und einer Zugkraft von 2 kN und in Mode 2 bei einer Geschwindigkeit von 50 km/h und einer Fahrleistung von 8 kW gestartet. Es wurde vorausgesetzt, dass keine Parameterunsicherheiten vorliegen. Wie aus den Simulationsergebnissen hervor geht, wird die gesetzte Grenze der mechanischen Gesamtleistung

der Elektromaschinen von 20 kW genau eingehalten. Nicht eingezeichnet ist die Winkelgeschwindigkeit ω_R des Hohlrades, deren Sollwert von 125 min^{-1} ebenfalls genau eingehalten wird.

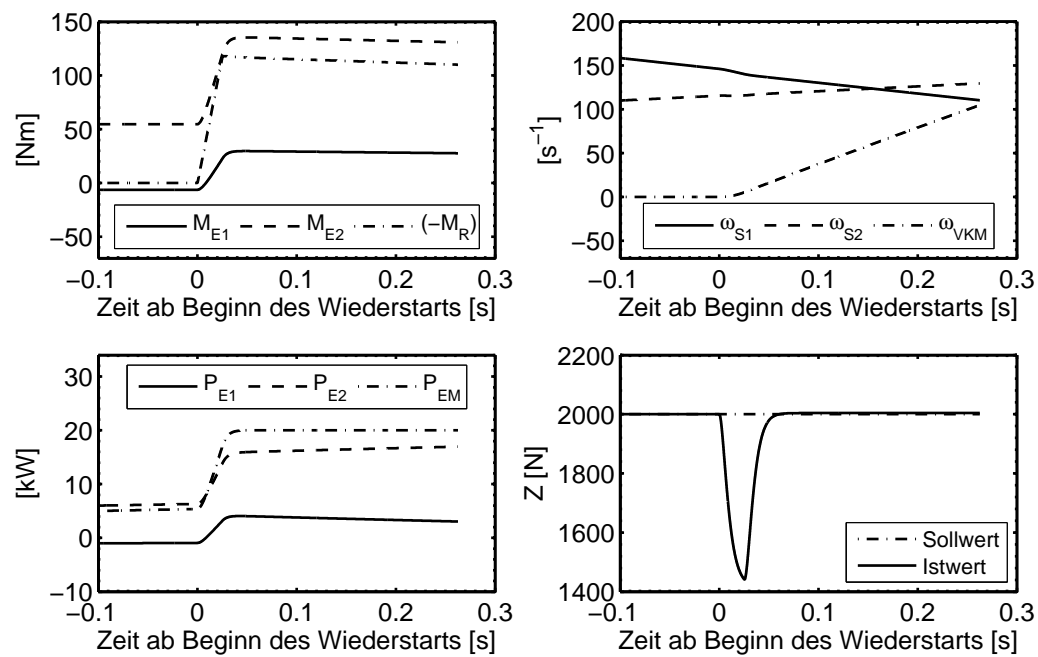
Zu Beginn der Anlaufphase wurde das Kupplungsmoment innerhalb von 25 ms – also wieder 5 Stromregelkreis-Zeitkonstanten – nach einer Rampenfunktion auf den Sollwert erhöht. Während dieser Zeit entfernt sich die Zugkraft stetig von ihrem Sollwert, was offensichtlich darauf zurückzuführen ist, dass die Drehmomente der Elektromaschinen ihren stark ansteigenden Sollwerten mit einer Verzögerung folgen. In den Simulationsergebnissen in Bild 6.20, die mit um 60 % reduzierten Stromregelkreis-Zeitkonstanten entstanden sind, nimmt diese Abweichung nämlich einen viel kleineren Spitzenwert an. Nach der raschen rampenförmigen Anhebung des Kupplungsmoments verlaufen auch die Drehmoment-Grafen der Elektromaschinen flacher und die Zugkraft nimmt wieder ihren Sollwert an, der dann bis zum Ende der Anlaufphase eingehalten wird.

Die Simulationsergebnisse lassen nun einen Vergleich mit den auf analytischem Wege entstandenen Ergebnissen aus den Bildern 6.16 und 6.17 zu. In Mode 1 wird unter den gegebenen Randbedingungen laut Bild 6.19(a) ein nahezu konstantes Kupplungsmoment von etwa -120 Nm eingestellt. Zusammen mit der Anfangsgeschwindigkeit von 10 km/h lassen sich mit diesem Kupplungsmoment aus Bild 6.16 die gleichen Drehmomente für die Elektromaschinen ablesen, wie aus den Simulationsergebnissen. Ein entsprechender Vergleich für Mode 2 ergibt ebenfalls eine Übereinstimmung der Simulationsergebnisse mit den aus Bild 6.17 hervor gehenden Werten.

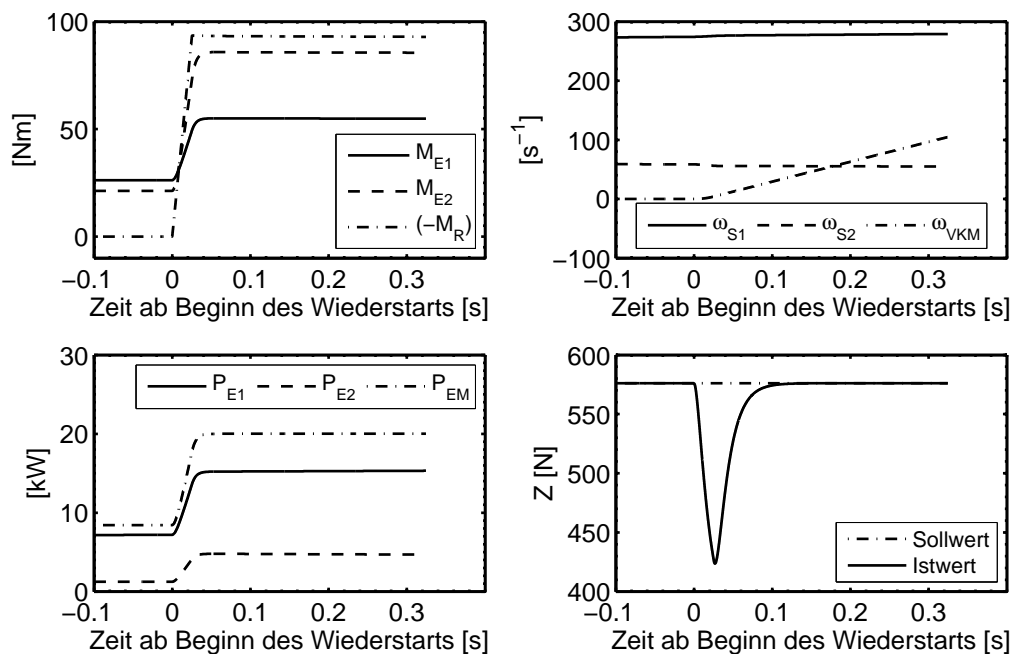
Als wesentliches Ergebnis aus den Simulationsergebnissen ist festzuhalten, dass man bei dem Wiederstart mit Kupplung im besonderen Maße auf schnelle Stromregelungen angewiesen ist. Damit ist ein weiterer, nicht ganz offensichtlicher Nachteil gegenüber dem Wiederstart ohne Kupplung aufgedeckt.

6.2.3 Empfindlichkeit gegenüber Unsicherheiten

Auch bei dem Wiederstart mit Kupplung verursachen Abweichungen zwischen Soll- und Istwert/en der gesteuerten Größe/n aufgrund allgegenwärtiger Parameter- und Messunsicherheiten einen Zugkraftfehler. Die unsicheren Parameter und Größen sind weitgehend die gleichen wie beim Wiederstart ohne Kupplung (vgl. Abschnitt 6.1.5), jedoch hat der

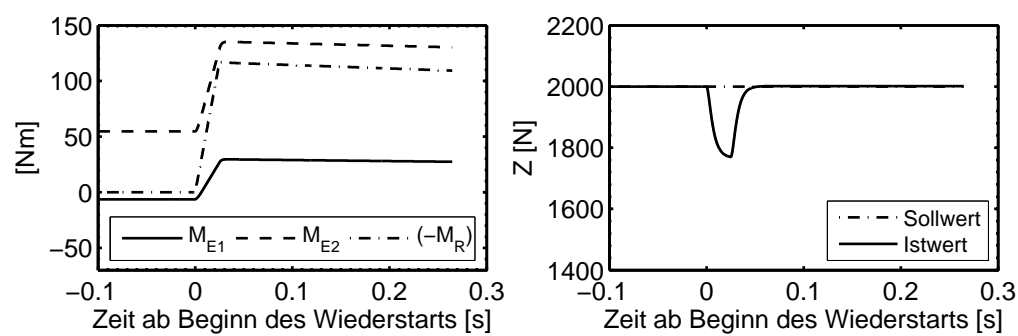


(a) in Mode 1 bei 10 km/h und einer Zugkraft von 2 kN

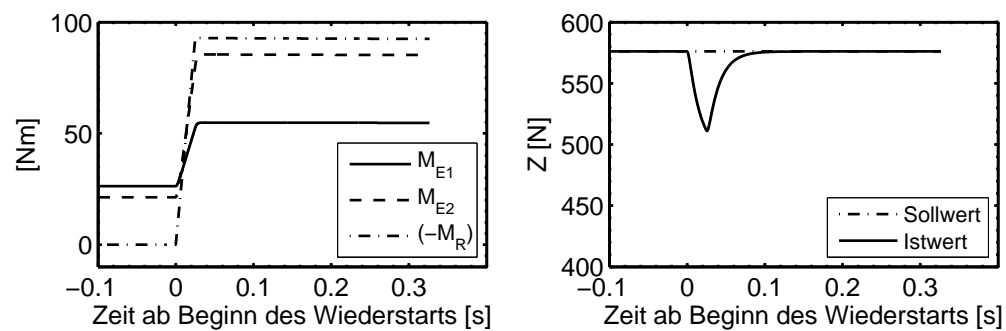


(b) in Mode 2 bei 50 km/h und einer Fahrleistung von 8 kW

Bild 6.19: Simulationsergebnisse für die Anlaufphase bei zeitoptimaler Wahl des Kupplungsmoments ($P_{EM,max} = 20$ kW, Zeitkonstante der Stromregelkreise = 5 ms)



(a) in Mode 1 bei 10 km/h und einer Zugkraft von 2 kN



(b) in Mode 2 bei 50 km/h und einer Fahrleistung von 8 kW

Bild 6.20: Anlaufphase bei einer Zeitkonstante der Stromregelkreise von 2 ms

(relative) Fehler δ_1 im Drehmoment M_{VKM} der Verbrennungskraftmaschine bei nicht geschlossener Kupplung keinen Einfluss auf die Zugkraft. Stattdessen wirkt sich der (relative) Fehler δ_5 des Kupplungsmoments M_R auf den Fahrkomfort aus.

Um eine Analogie zu Abschnitt 6.1.5 herzustellen, soll mit der transformierten Zustandsdifferentialgleichung

$$\begin{pmatrix} \dot{\omega}_R(t) \\ \dot{\omega}_{Rad}(t) \end{pmatrix} = {}^{W3x} \mathbf{B} \cdot \begin{pmatrix} M_R(t) \\ M_{E1}(t) \\ M_{E2}(t) \\ M_{KMy}(t) \\ \tilde{M}_{Rad}(t) \end{pmatrix} \quad (6.39a)$$

mit den Elementen

$${}^{W3x} b_{ik} = \begin{cases} {}^{Mxu} b_{ik} & \text{für } i = 1 \\ {}^{Nx} \mathbf{c}_1^T \cdot {}^{Mxu} \mathbf{b}_k & \text{für } i = 2 \end{cases} \quad (6.39b)$$

der Eingangsmatrix ${}^{W3x} \mathbf{B}$ gearbeitet werden, wobei ${}^{Nx} \mathbf{c}_1^T$ den ersten Zeilenvektor der verallgemeinerten Ausgangsmatrix gemäß (2.62c), ${}^{Mxu} b_{ik}$ das Element in der i -ten Zeile und k -ten Spalte der verallgemeinerten Eingangsmatrix ${}^{Mxu} \mathbf{B}$ gemäß (2.62a) und ${}^{Mxu} \mathbf{b}_k$ deren k -ten Spaltenvektor bezeichnet.

Daraus ergibt sich mit

$$M_R(t) = (1 + \delta_5)^{-1} \cdot {}_s M_R(t) \quad (6.40)$$

der Zugkraftfehler

$$\begin{aligned}
\frac{M_{Rad,Wsoll}(t)}{r_{Rad0}} - Z(t) = & \frac{-1}{1 - {}^{W3x}b_{25} \cdot m \cdot r_{Rad0}^2 \cdot (1 - S_R(t))} \cdot \left[F_{nl}(t) + \right. \\
& + \frac{1}{1 + \delta_3} \cdot \left(-\frac{m \cdot (1 - S_R(t))}{{}_s m \cdot (1 - {}_s S_R(t))} \cdot {}_s F_{nl}(t) + \right. \\
& + \left. \left(\frac{m \cdot (1 - S_R(t))}{{}_s m \cdot (1 - {}_s S_R(t))} - 1 \right) \cdot \frac{M_{Rad,Wsoll}(t)}{r_{Rad0}} \right] + \frac{\delta_3}{1 + \delta_3} \cdot \frac{M_{Rad,Wsoll}(t)}{r_{Rad0}} + \\
& + \frac{-m \cdot r_{Rad0} \cdot (1 - S_R(t))}{1 - {}^{W3x}b_{25} \cdot m \cdot r_{Rad0}^2 \cdot (1 - S_R(t))} \cdot \left[\frac{(\delta_3 - \delta_5) \cdot {}^{W3x}b_{21}}{(1 + \delta_5) \cdot (1 + \delta_3)} \cdot {}_s M_R(t) + \right. \\
& + \frac{(\delta_3 - \delta_2) \cdot {}^{W3x}b_{22}}{(1 + \delta_2) \cdot (1 + \delta_3)} \cdot {}_s M_{E1}(t) + \frac{(\delta_3 - \delta_4) \cdot {}^{W3x}b_{24}}{(1 + \delta_4) \cdot (1 + \delta_3)} \cdot {}_s M_{KMy}(t) \left. \right] \quad (6.41)
\end{aligned}$$

in vollkommener Analogie zu (6.20), mit ${}^{W3x}b_{ik}$ gemäß (6.39b) und den (größtenteils in Abschnitt 6.1.5) definierten relativen Drehmomentfehlern δ_2 bis δ_5 .

Im Folgenden sollen für den Wiederstart mit Kupplung die gleichen Berechnungen angestellt werden, wie für den Wiederstart ohne Kupplung in Abschnitt 6.1.5. Vollkommen außer Acht bleiben soll hier jedoch der Reifenschlupf, denn dieser wird eine ähnlich kleine Rolle spielen wie schon in Abschnitt 6.1.5. Die Gleichungen werden nicht mehr explizit aufgeschrieben. Sie müssen nämlich nicht unbedingt aus (6.41) hergeleitet werden, sondern ergeben sich auch aus den entsprechenden Gleichungen aus Abschnitt 6.1.5, wenn die Elemente ${}^{W1x}b_{ik}$ der Matrix ${}^{W1x}\mathbf{B}_{ik}$ durch die Elemente ${}^{W3x}b_{ik}$ der Matrix ${}^{W3x}\mathbf{B}_{ik}$ ersetzt werden. Bei den nun folgenden Betrachtungen wird stets davon ausgegangen, dass die Steuerungssoftware für die Fahrt bei Windstille in ebenem Gelände parametrisiert ist.

Ist nur die angenommene Gesamtmasse von ${}_s m = 1400$ kg fehlerhaft, dann gilt für den Zugkraftfehler

$$\left| \frac{M_{Rad,Wsoll}(t)}{r_{Rad0}} - Z(t) \right| \leq \begin{cases} 111 \text{ N} & \text{in Mode 1} \\ 66 \text{ N} & \text{in Mode 2} \end{cases},$$

sofern $Z \leq 2$ kN und $m \leq 2800$ kg ist.

Wenn nur die angenommene Geländesteigung fehlerhaft ist, gilt

$$\left| \frac{M_{Rad, W_{soll}}(t)}{r_{Rad0}} - Z(t) \right| \leq \begin{cases} 182 \text{ N} & \text{in Mode 1 bei Gefälle bzw. Steigung } \leq 12 \% \\ 506 \text{ N} & \text{in Mode 1 bei Gefälle bzw. Steigung } \leq 35 \% \\ 109 \text{ N} & \text{in Mode 2 bei Gefälle bzw. Steigung } \leq 12 \% \\ 302 \text{ N} & \text{in Mode 2 bei Gefälle bzw. Steigung } \leq 35 \% \end{cases},$$

sofern $m \leq 2800 \text{ kg}$ ist.

Liegt gleichzeitig ein Fehler in Gesamtmasse und Geländesteigung vor, während alle anderen Größen fehlerfrei sind und ${}_s m = 1400 \text{ kg}$ in der Steuerungssoftware hinterlegt ist, dann ist

$$\left| \frac{M_{Rad, W_{soll}}(t)}{r_{Rad0}} - Z(t) \right| \leq \begin{cases} 223 \text{ N} & \text{in Mode 1} \\ 133 \text{ N} & \text{in Mode 2} \end{cases},$$

sofern $Z \leq 2 \text{ kN}$ und $m \leq 2800 \text{ kg}$ ist und die Fahrt während des Wiederstarts nicht wesentlich verzögert wird.

Letztendlich sind noch die Auswirkungen der (relativen) Drehmomentfehler δ_2 bis δ_5 für den schlechtesten Fall, nämlich bei $m = {}_s m = 2800 \text{ kg}$ zu betrachten. Alle anderen Größen seien fehlerfrei und es sei vom Normalfall $M_{KMy} = 0$ ausgegangen. In die Berechnung des maximalen Zugkraftfehlers müssen bekanntlich die möglicherweise zu erwartenden Höchstwerte der Elektromaschinen-Drehmomente und des Kupplungsmoments einfließen. Aus Bild 6.18 geht hervor, dass ein Kupplungsmoment von -140 N m in beiden Modi durchaus eine mechanische Gesamtleistung der Elektromaschinen von 25 kW erfordert. Da dies für die Batterie schon eine relativ hohe Belastung darstellt, soll hier $M_R = -140 \text{ N m}$ als Grenzwert angenommen werden. Damit ergeben sich nun aus den Bildern 6.16 und 6.17 die Grenzwerte $M_{E1} \approx 40 \text{ N m}$ für Mode 1 und $M_{E1} \approx 130 \text{ N m}$ für Mode 2. Aus (6.41) geht hervor, dass auch der relative Fehler δ_5 einen Einfluss auf die Auswirkungen der relativen Fehler δ_2 und δ_3 hat. Für zweidimensionale Darstellungen ist also eine Annahme notwendig; es sei zunächst $\delta_3 = -\delta_5$ angenommen. Damit lässt sich der auf die relativen Fehler δ_2 und δ_3 der Elektromaschinen-Drehmomente zurückzuführende Anteil des Zugkraftfehlers in einem zweidimensionalen Diagramm gemäß Bild 6.21 darstellen. Ein Vergleich mit Bild 6.10 lässt zunächst den Eindruck entstehen, der mögliche Zugkraftfehler, der durch Unsicherheiten in den Elektromaschinen-Drehmomenten verursacht werden kann, sei beim Wiederstart mit Kupplung kleiner als beim Wiederstart ohne Kupplung. Dass dies aber

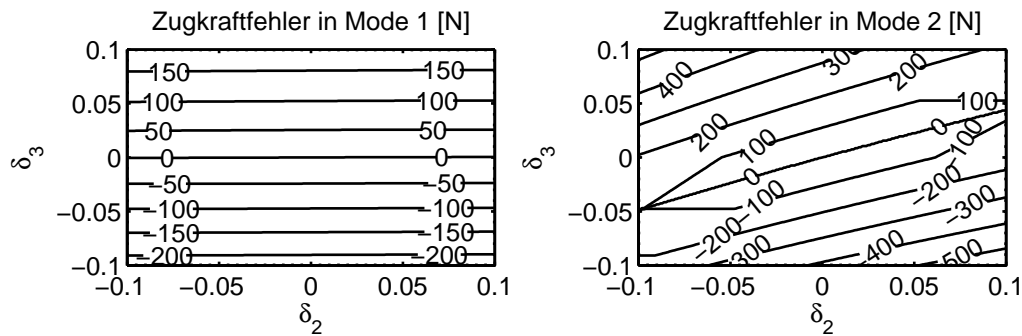


Bild 6.21: Maximaler Zugkraftfehler durch Fehler in den Elektromaschinen-Drehmomenten bei $\delta_3 = -\delta_5$

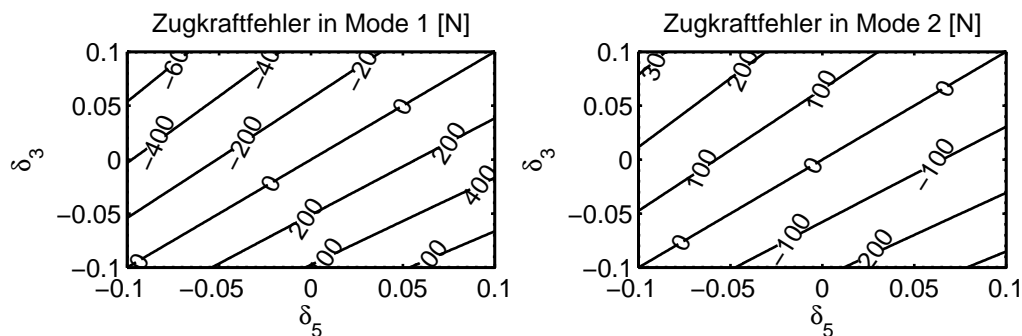


Bild 6.22: Maximaler Zugkraftfehler durch Fehler im Kupplungsmoment M_R und im Elektromaschinen-Drehmoment M_{E2}

nicht der Fall ist, wird klar, wenn Bild 6.22 mit in Betracht gezogen wird. Die darin aufgetragenen Werte addieren sich noch zum Zugkraftfehler hinzu. In ihnen ist auch der relative Fehler δ_5 des Kupplungsmoments M_R berücksichtigt.

Abschließend ist festzustellen, dass die Fehler in der Gesamtmasse und der Geländesteigung sich beim Wiederstart mit Kupplung nicht so stark auf den Zugkraftfehler auswirken wie beim Wiederstart ohne Kupplung. Die relativen Fehler der Elektromaschinen-Drehmomente wirken sich hier jedoch etwas stärker aus. Außerdem liefert der Fehler im Kupplungsmoment einen Beitrag zum Zugkraftfehler, der beim Wiederstart ohne Kupplung nicht existiert. Insgesamt ist der Zugkraftfehler hier etwas höher als beim Wiederstart ohne Kupplung.

Auf die Zugkraftschätzung und deren Schätzfehler soll hier nicht näher eingegangen werden. Es sei lediglich erwähnt, dass die Gleichung für den Zugkraftschätzer mit der beschriebenen Analogie leicht aus (6.28) mit (6.27) hervor geht.

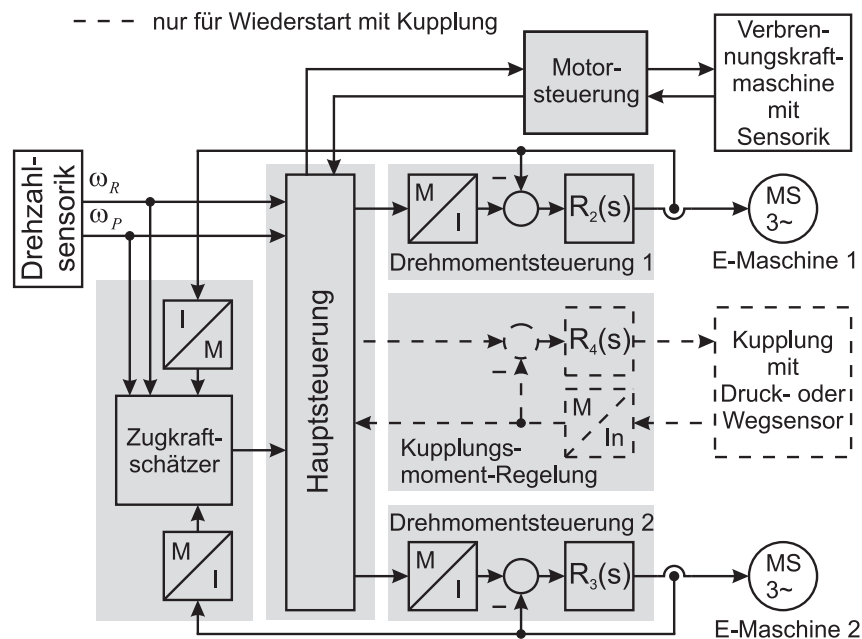


Bild 6.23: Struktur der Steuerung/Regelung des Wiederstarts mit Sensorik und Aktorik

6.3 Struktur der Steuerung und Regelung des Wiederstarts

Bild 6.23 veranschaulicht die Struktur der Steuerung für den Wiederstart (samt unterlagter Regelungen) mit der Aktorik und der erforderlichen Sensorik, wobei alle Komponenten der Steuerung und Regelung durch graue Hintergründe hervorgehoben sind. Sensorik und Aktorik sind auf weißem Hintergrund dargestellt. Gestrichelt dargestellt sind alle Komponenten, die nur für den Wiederstart mit Kupplung von Bedeutung sind. Für den Wiederstart ohne Kupplung sind diese ohne Relevanz. Darin spiegelt sich nochmals der Mehraufwand für den Wiederstart mit Kupplung etwas wieder.

In der Hauptsteuerung werden sämtliche aus den vorhergehenden Abschnitten bekannten Steuergleichungen umgesetzt. Sie kann in ein übliches KFZ-Steuergerät integriert werden, weil die typische Abtastperiode von 10 ms hinreichend klein ist. Auch der Zugkraftschätzer kann in das besagte Steuergerät integriert werden, wenn die unterlagerten Regelungen gewährleisten, dass keine hohen Gradienten in der Zugkraft zu erwarten sind. Wegen der hohen Dynamik der Regelstrecken gilt dies nicht für die unterlagerten Regelungen der Ströme der Elektromaschinen (zur Steuerung derer Drehmomente) und des Kupplungsmoments. Diese Regelungen erfordern kleinere Abtastperioden und können daher nicht in einem üblichen KFZ-Steuergerät realisiert werden.

Es sei nochmals betont, dass der Wiederstart an sich als gesteuert, nicht als geregelt zu betrachten ist. Die unterlagerten Regelungen unterstützen lediglich den Betrieb der Aktoren. Der Verzicht auf die Regelung der Hohlrad-Drehzahl erspart eine zusätzliche Regelung, die wegen ihrer Dynamik nicht in ein übliches KFZ-Steuergerät integriert werden könnte. Zu einer vollständigen Regelung des Wiederstarts würde auch die Regelung des Radmoments bzw. der Zugkraft gehören. Dies würde entweder den Einsatz eines Drehmomentsensors erfordern, was aber wegen des Kosten-/Nutzen-/Verhältnisses nicht sinnvoll ist. Auch eine Zugkraftregelung mit Hilfe des Zugkraftschätzers wird aufgrund des Schätzfehlers kaum genauer sein als die Steuerung und ist deshalb auch nicht als sinnvoll zu erachten. Eine Zugkraftregelung wäre in jedem Fall hoch dynamisch und ebenfalls außerhalb des standardisierten KFZ-Steuergeräts zu realisieren.

7 Modewechsel

Der betrachtete Antriebsstrang soll bekanntlich in zwei Modi betrieben werden. Je nach Fahrsituation wird entweder der eine oder der andere Mode gewählt. Mit dieser Wahlmöglichkeit ist die Notwendigkeit verbunden, während der Fahrt von einem Mode in den anderen zu wechseln. Dieser Vorgang soll als Modewechsel bezeichnet werden.

Der Modewechsel stellt neben dem Wiederstart einen weiteren transienten Vorgang dar, dem hohe Aufmerksamkeit gebührt. Das oberste Ziel bei der Steuerung des Modewechsels ist das gleiche wie bei der Steuerung des Wiederstarts, nämlich die Vermeidung von Zugkraftschwankungen, die sich negativ auf den Fahrkomfort auswirken. Von einem gelungenen Modewechsel kann aber auch nur dann gesprochen werden, wenn er nicht zu viel Zeit in Anspruch nimmt. Hier soll ein Limit von 300 ms für den gesamten Modewechsel eingeräumt werden.

Während des Modewechsels ist eine Abtriebskupplung zu öffnen und die andere zu schließen. Ohne eine vorangegangene Analyse der dem System eigentümlichen physikalischen Gesetzmäßigkeiten können zunächst zwei Varianten des Modewechsels für möglich gehalten werden.

Bei der einen Variante wird die eine Abtriebskupplung geöffnet, während die andere Abtriebskupplung gleichzeitig geschlossen wird. Das Öffnen und Schließen der Abtriebskupplungen ist dabei derart aufeinander abzustimmen, dass das Radmoment konstant bleibt. Später wird noch plausibel, dass hierbei ein konstantes, von Null verschiedenes Radmoment – von einem Sonderfall abgesehen – nur dann gewährleistet ist, wenn zeitweilig beide Abtriebskupplungen nicht geschlossen sind. Außerdem muss mindestens eine Abtriebskupplung stets Schlupf führen, deshalb soll bei dieser Variante im Folgenden von einem asynchronen Modewechsel gesprochen werden.

Die gegenteilige Variante sei als synchroner Modewechsel bezeichnet. In diesem Fall wird die zu schließende Abtriebskupplung genau dann (vollständig) geschlossen, wenn sie gerade keinen Schlupf führt. Danach wird die andere Abtriebskupplung geöffnet.

Beide Varianten sollen im Folgenden näher betrachtet werden. Im nächsten Abschnitt werden die Gleichungssysteme zur Steuerung des Modewechsels aus der mathematischen Beschreibung des Antriebs zusammengestellt. Die Steuerung des Modewechsels wird dann in einem weiter unterteilten Abschnitt erläutert.

7.1 Gleichungssysteme zur Steuerung des Modewechsels

7.1.1 Gleichungssystem für den asynchronen Modewechsel

Beim asynchronen Modewechsel kommt es bekanntlich vor, dass beide Abtriebskupplungen nicht geschlossen sind. Deshalb ist hier die in Abschnitt 4.2 vorgestellte mathematische Beschreibung des gesamten Antriebs bei nicht geschlossenen Abtriebskupplungen zutreffend.

Im Fokus steht hier die Bewegungsdifferentialgleichung (4.2a) des Antriebsstrangs mit der Eingangsmatrix ${}^A\mathbf{B}$ gemäß (4.2h) bis (4.2j). Ebenso bedeutend sind die Ausgangsgleichungen (4.2o), (4.2q) und (4.2r).

Bei nicht geschlossener Kupplung zwischen Verbrennungskraftmaschine und Hohlrad ist die erste Zeile der besagten Bewegungsdifferentialgleichung nicht relevant, weil die Winkelgeschwindigkeit ω_{VKM} der Verbrennungskraftmaschine im Kontext des Modewechsels nicht von Interesse ist. Die restlichen Zeilen aus (4.2a) seien hier unter Berücksichtigung der Ausgangsgleichung (4.2o) durch das Gleichungspaar

$$i_{end} \cdot \dot{\omega}_{Rad}(t) = {}^A E b_{45} \cdot M_{KM1}(t) + {}^A E b_{46} \cdot M_{KM2}(t) + {}^A E b_{47} \cdot \tilde{M}_{Rad}(t), \quad (7.1a)$$

$$\begin{pmatrix} \dot{\omega}_R(t) \\ \dot{\omega}_P(t) \end{pmatrix} = {}^A \mathbf{B} \cdot \begin{pmatrix} {}^A \mathbf{u}(t) \\ M_{KM1}(t) \\ M_{KM2}(t) \end{pmatrix} \quad (7.1b)$$

mit ${}^{AE}b_{45}$ bis ${}^{AE}b_{47}$ gemäß (2.46c) bis (2.46e), dem Unter-Eingangsvektor

$${}^{A5}\mathbf{u}(t) = \begin{cases} \begin{pmatrix} M_R(t) \\ M_{E1}(t) \\ M_{E2}(t) \end{pmatrix} & \text{für nicht geschl. Kupplung zw. Ver-} \\ & \text{brennungskraftmasch. und Hohlrad} \\ \begin{pmatrix} M_{VKM}(t) \\ M_{E1}(t) \\ M_{E2}(t) \end{pmatrix} & \text{für geschl. Kupplung zw. Verbren-} \\ & \text{nungskraftmasch. und Hohlrad} \end{cases} \quad (7.1c)$$

und der Eingangsmatrix

$${}^{A4}\mathbf{B} = \begin{cases} {}^{A1}\mathbf{B} & \text{für nicht geschl. Kupplung zw. Ver-} \\ & \text{brennungskraftmasch. und Hohlrad} \\ {}^{A2}\mathbf{B} & \text{für geschl. Kupplung zw. Verbren-} \\ & \text{nungskraftmasch. und Hohlrad} \end{cases} \quad (7.1d)$$

mit den Unter-Eingangsmatrizen ${}^{A1}\mathbf{B}$ gemäß (2.44b) und ${}^{A2}\mathbf{B}$ gemäß (2.48c).

Weiterhin ergibt sich mit (4.3l) die Transformation

$$\begin{pmatrix} \omega_R(t) \\ \omega_P(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{{}^{Nx}c_{21}}{{}^{Nx}c_{22}} & \frac{1}{{}^{Nx}c_{22}} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \omega_R(t) \\ \omega_{SKMy}(t) \end{pmatrix}, \quad (7.2)$$

die später noch von Bedeutung sein wird. Dabei bezeichnet ${}^{Nx}c_{ij}$ das Element in der i -ten Zeile und j -ten Spalte der verallgemeinerten Ausgangsmatrix ${}^{Nx}\mathbf{C}$ gemäß (2.62c).

Bei (7.1) handelt es sich um ein Gleichungssystem, bestehend aus drei Gleichungen mit neun Variablen. Es ist demnach vollständig bestimmt, wenn genau sechs der neun Variablen bekannt sind. Im nächsten Schritt ist zu klären, welche Variablen zu den bekannten Variablen zu zählen sind.

Das Brutto-Radmoment \tilde{M}_{Rad} und die Winkelbeschleunigung $\dot{\omega}_{Rad}$ der Antriebsräder ergeben sich rechnerisch, wie bereits in Abschnitt 6.1.1 beschrieben, aus der Forderung nach der Einhaltung eines Sollwerts für das Radmoment. Hierzu ist in (6.3) lediglich $M_{Rad,W\,soll}$ durch den Radmoment-Sollwert $M_{Rad,M\,soll}$ für den Modewechsel zu ersetzen.

Das Drehmoment M_{VKM} der Verbrennungskraftmaschine bzw. das Kupplungsmoment M_R dürfen ebenfalls zu den bekannten Größen gezählt werden. Bei geschlossener Kupplung

zwischen Verbrennungskraftmaschine und Hohlrad muss das Kupplungsmoment nicht bekannt sein, während ein benötigter Schätzwert für das Drehmoment der Verbrennungskraftmaschine in der Regel aus dem Motorsteuergerät ausgelesen werden kann. Solange eine der Abtriebskupplungen geschlossen ist (also bis unmittelbar vor Beginn des Modewechsels) liefert jedoch die Schätzung gemäß (6.27) einen wesentlich genaueren Wert. Bei nicht geschlossener Kupplung zwischen Verbrennungskraftmaschine und Hohlrad ist das Drehmoment der Verbrennungskraftmaschine irrelevant. Die benannte Kupplung wird in der Regel vollständig geöffnet sein, so dass ${}_sM_R = 0$ gesetzt werden kann, anderenfalls ist dieses Kupplungsmoment zu schätzen.

Bei geschlossener Kupplung zwischen Verbrennungskraftmaschine und Hohlrad ist die Winkelgeschwindigkeit des Hohlrades in jedem Fall vorgegeben. Wenn elektrisch gefahren wird, ist für den Stillstand des Hohlrades zu sorgen. Während der Fahrt mit Verbrennungskraftmaschine wird diese Winkelgeschwindigkeit durch das Variogramm vorgeschrieben. Somit gehört auch die Winkelbeschleunigung $\dot{\omega}_R$ des Hohlrades zu den bekannten Größen des Gleichungssystems. Um eine mögliche Überlastung der Elektromaschinen durch hohe Beträge der Winkelbeschleunigung des Hohlrades während des Modewechsels zu vermeiden, empfiehlt es sich, diese Winkelbeschleunigung bei Fahrt mit Verbrennungskraftmaschine zu begrenzen.

Weitere Variablen des Gleichungssystems ergeben sich aus den Randbedingungen nicht.

Über wie viele Freiheitsgrade der Modewechsel verfügt, hängt also vom Schaltzustand der Kupplung zwischen Verbrennungskraftmaschine und Hohlrad ab. Eine eindeutige Lösbarkeit des Gleichungssystems (7.1) erfordert genau sechs bekannte Variablen. Wie viele Variablen bekannt sind, hängt nach den obigen Ausführungen vom Schaltzustand der Kupplung zwischen Verbrennungskraftmaschine und Hohlrad ab. Ist diese Kupplung geschlossen, sind vier Variablen bekannt. Der Modewechsel verfügt dann über zwei Freiheitsgrade. Wenn diese Kupplung hingegen nicht geschlossen ist, sind nur drei Variablen bekannt, so dass der Modewechsel zunächst drei Freiheitsgrade bietet.

Für die Herleitung eines Algorithmus zur Ansteuerung der Aktoren wird lediglich das Gleichungssystem (7.1), zusammen mit der Transformation (7.2) benötigt. Zur Klärung der Frage, ob und unter welchen Bedingungen ein asynchroner Modewechsel überhaupt möglich ist, wird der Zusammenhang zwischen den Schlupf-Winkelgeschwindigkeiten der beiden Abtriebskupplungen von elementarer Bedeutung sein. Durch Auflösen von (4.2r)

nach ω_P und Einsetzen in (4.2q) ergibt sich dieser zu:

$$\omega_{SKM1}(t) = \frac{i_{R2}}{i_{N24}} \cdot \omega_R(t) + \left(\frac{(1 - i_{R2}) \cdot i_{N16}}{i_{N24}} - i_{N56} \right) \cdot \omega_{W6}(t) + \frac{1 - i_{R2}}{i_{N24}} \cdot \omega_{SKM2}(t).$$

Daraus ergibt sich unter Beachtung der Ausgangsgleichung (4.2o) die Schlupf-Winkelgeschwindigkeit

$$\omega_{SKMo}(t) = {}^S \mathbf{c}^T \cdot \begin{pmatrix} \omega_R(t) \\ i_{end} \cdot \omega_{Rad}(t) \\ \omega_{SKMy}(t) \end{pmatrix} \quad (7.3a)$$

der öffnenden Abtriebskupplung in verallgemeinerter Form, mit

$${}^S \mathbf{c}^T = \begin{cases} \frac{1}{i_{N24}} \cdot \begin{bmatrix} i_{R2} & (i_{N16} \cdot (1 - i_{R2}) - i_{N24} \cdot i_{N56}) & (1 - i_{R2}) \end{bmatrix} & \text{für den Wechsel von} \\ & \text{Mode 1 nach Mode 2} \\ \frac{1}{i_{R2} - 1} \cdot \begin{bmatrix} i_{R2} & (i_{N16} \cdot (1 - i_{R2}) - i_{N24} \cdot i_{N56}) & -i_{N24} \end{bmatrix} & \text{für den Wechsel von} \\ & \text{Mode 2 nach Mode 1} \end{cases} \quad (7.3b)$$

Dabei bezeichnet i_{R2} eine der Standübersetzungen des Ravigneaux-Satzes gemäß (2.1b), während i_{N16} , i_{N24} und i_{N56} einige der Übersetzungsverhältnisse des Nachschaltsatzes gemäß (2.29) bezeichnen. i_{end} bezeichnet gemäß Abschnitt 1.4, Bild 1.4 bzw. Abschnitt 2.3, Gleichung (2.37) ein festes (Gesamt-) Übersetzungsverhältnis für das Differentialgetriebe und evtl. weitere zwischen Differentialgetriebe und Rädern befindliche Übersetzungen.

7.1.2 Gleichungssystem für den synchronen Modewechsel

Beim synchronen Modewechsel sind die Drehzahlen auf beiden Seiten der zu schließenden Abtriebskupplung bereits identisch, bevor diese Kupplung geschlossen wird. Während des gesamten Schließvorgangs ist die zu öffnende Abtriebskupplung immer noch geschlossen. Wenn die Energiewandler während dessen noch so wie vor dem Modewechsel angesteuert werden, wird die zu öffnende Abtriebskupplung genau so belastet, als sei die andere Abtriebskupplung noch offen. Die schließende Abtriebskupplung überträgt wegen des fehlenden Schlupfs überhaupt kein Drehmoment. Die Systemgrößen verhalten sich demnach während des Schließens der betreffenden Abtriebskupplung so, als sei diese Kupplung noch offen. Dies entspricht dem Fahren im selben Mode wie vor dem Modewechsel. Entsprechen-

de Gleichungssysteme für diesen Fall wurden bereits in den Abschnitten 6.1.1 und 6.2.1 hergeleitet, nämlich je nach Schaltzustand der Kupplung zwischen Verbrennungskraftmaschine und Hohlrad entweder (6.1) oder (6.31). Gleiches gilt beim öffnen der zu öffnenden Abtriebskupplung, wenn die Energiewandler schon so angesteuert werden, als werde der Antriebsstrang im nachfolgenden Mode betrieben.

Für den speziellen Fall, dass beide Abtriebskupplungen keinen Schlupf führen, wurde der Antrieb bislang noch nicht beschrieben, so dass an dieser Stelle Nachholbedarf besteht. Allerdings muss nicht der gesamte Antrieb beschrieben werden, weil die Drehzahl der Verbrennungskraftmaschine während des Modewechsels irrelevant ist, sofern sie durch eine nicht geschlossene Kupplung vom Hohlrad getrennt ist. Anstelle der vollständigen Bewegungsdifferentialgleichung (4.2a) kann hier deshalb auf das darauf zugeschnittene Bewegungsdifferentialgleichungs-System (7.1) zurückgegriffen werden. Daraus ergibt sich zusammen mit (4.2o), (4.2q), (4.2r) und $\omega_{SKM1} = \omega_{SKM2} = 0$ das Gleichungssystem

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & i_{end} \\ i_{R2} & (1 - i_{R2}) & -i_{end} \cdot i_{N24} \cdot i_{N56} \\ 0 & 1 & -i_{end} \cdot i_{N16} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{\omega}_R(t) \\ \dot{\omega}_P(t) \\ \dot{\omega}_{Rad}(t) \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} {}^{A4}\mathbf{B} & \mathbf{0} \\ 0 & 0 & 0 & {}^{AE}b_{45} & {}^{AE}b_{46} & {}^{AE}b_{47} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} {}^{A5}\mathbf{u}(t) \\ M_{KM1}(t) \\ M_{KM2}(t) \\ \tilde{M}_{Rad}(t) \end{pmatrix} \quad (7.4)$$

mit ${}^{AE}b_{45}$, ${}^{AE}b_{46}$ und ${}^{AE}b_{47}$ gemäß (2.46c) bis (2.46e), ${}^{A4}\mathbf{B}$ gemäß (7.1d) und ${}^{A5}\mathbf{u}$ gemäß (7.1c). i_{R2} bezeichnet eine der Standübersetzungen des Ravigneaux-Satzes gemäß (2.1b), während i_{N16} , i_{N24} und i_{N56} einige der Übersetzungsverhältnisse des Nachschaltsatzes gemäß (2.29) bezeichnen. i_{end} bezeichnet gemäß Abschnitt 1.4, Bild 1.4 bzw. Abschnitt 2.3, Gleichung (2.37) ein festes (Gesamt-) Übersetzungsverhältnis für das Differentialgetriebe und evtl. weitere zwischen Differentialgetriebe und Rädern befindliche Übersetzungen.

Bei (7.4) handelt es sich um ein System aus fünf Gleichungen¹ mit den gleichen neun Variablen wie in Abschnitt 7.1.1. In selbigem Abschnitt wurde bereits erklärt, welche Variablen zu den bekannten Größen gehören, bzw. wie diese berechnet werden können. Allerdings

¹Das Gleichungssystem gilt generell für den Fall, dass beide Abtriebskupplungen keinen Schlupf führen. Die Schaltzustände dieser Kupplungen sind dabei unwesentlich!

besteht hier eine Abhängigkeit zwischen den Winkelgeschwindigkeiten ω_R und ω_{Rad} , weil beide Abtriebskupplungen keinen Schlupf führen. Da diese Abhängigkeit im Gleichungssystem (7.4) zum Ausdruck kommt, darf die Hohlrad-Winkelgeschwindigkeit hier nicht zu den bekannten Größen gezählt werden. Alle anderen in Abschnitt 7.1.1 gefundenen bekannten Größen gehören auch hier zu den bekannten Größen. Es handelt sich um das Brutto-Radmoment \tilde{M}_{Rad} und die Winkelbeschleunigung $\dot{\omega}_{Rad}$ der Antriebsräder. Zudem gehört das Drehmoment M_{VKM} der Verbrennungskraftmaschine zu den bekannten Größen, sofern die Kupplung zwischen Verbrennungskraftmaschine und Hohlrad geschlossen ist, anderenfalls ist das Kupplungsmoment M_R bekannt.

Insgesamt sind also drei von neun Variablen bekannt. Zur vollständigen Bestimmtheit des fünf Gleichungen umfassenden Gleichungssystems (7.4) fehlt also eine bekannte Größe. Der synchrone Modewechsel verfügt somit über *einen* Freiheitsgrad.

7.2 Steuerung des Modewechsels

7.2.1 Freiheitsgrade und Ansteuerung der Aktoren beim asynchronen Modewechsel

In Abschnitt 7.1.1 stellte sich heraus, dass bei der Steuerung des asynchronen Modewechsels zwei bzw. drei Freiheitsgrade verfügbar sind, je nach Schaltzustand der Kupplung zwischen Verbrennungskraftmaschine und Hohlrad.

Wenn diese Kupplung nicht geschlossen ist, zählt der asynchrone Modewechsel drei Freiheitsgrade und die nicht zu den bekannten Variablen gehörende Winkelbeschleunigung $\dot{\omega}_R$ des Hohlrades darf als ein Freiheitsgrad verstanden werden. Diese Situation kann in zwei Fällen vorliegen, nämlich beim elektrischen Fahren oder während eines Wiederstarts der Verbrennungskraftmaschine. Grundsätzlich eignet sich das Gleichungssystem (7.1) auch zur simultanen Steuerung von Modewechsel und Wiederstart der Verbrennungskraftmaschine. Wie auch schon bei der Betrachtung des Wiederstarts der Verbrennungskraftmaschine in Kapitel 6, soll aber auch hier auf die Untersuchung einer simultanen Steuerung beider Schaltvorgänge verzichtet werden. Mit dieser Einschränkung liegt die betrachtete Situation lediglich beim elektrischen Fahren vor, die Kupplung zwischen Verbrennungskraftmaschine und Hohlrad ist dann in der Regel vollständig geöffnet.

Mit Blick auf einen Wiederstart der Verbrennungskraftmaschine, der möglicherweise unmittelbar nach dem Modewechsel erfolgen könnte, so dass evtl. kaum Zeit für eine Anpassung der Hohlrad-Winkelgeschwindigkeit bleibt, ist es sinnvoll, die besagte Winkelgeschwindigkeit während des Modewechsels zumindest innerhalb des in Abschnitt 6.2.2 beschriebenen zulässigen Intervalls zu halten. Ferner ist es gemäß Abschnitt 6.2.2 zu empfehlen, die Hohlrad-Drehzahl während des elektrischen Fahrens nur leicht oberhalb der Zünddrehzahl der Verbrennungskraftmaschine zu halten. Deshalb empfiehlt es sich sogar, die Hohlrad-Drehzahl während des Modewechsels auf einen Wert leicht oberhalb der Zünddrehzahl der Verbrennungskraftmaschine konstant zu halten, also $\dot{\omega}_R = 0$ zu wählen.

Damit ist nun die Winkelbeschleunigung des Hohlrades auch bei nicht geschlossener Kupplung zwischen Verbrennungskraftmaschine und Hohlrad festgelegt. Der Modewechsel verfügt nun grundsätzlich nur über zwei Freiheitsgrade.

Es stellt sich nun die zentrale Frage, welche Systemgrößen des Antriebs als Freiheitsgrade verstanden werden sollen. Dabei muss es sich nicht zwingend um die Variablen des Gleichungssystems (7.1) handeln. Sofern eine andere Systemgröße als die Variablen des Gleichungssystems zum Freiheitsgrad erklärt wird, ist sie lediglich in eine/die Variable/n des Gleichungssystems (7.1) umzurechnen. Als Freiheitsgrade sollen sinnvollerweise Systemgrößen ausgewählt werden, die für den Modewechsel von zentraler Bedeutung sind.

Dies trifft etwa auf die Kupplungsmomente M_{KM1} und M_{KM2} der Abtriebskupplungen zu. Es sei vorweg genommen, dass diese beiden Kupplungsmomente nicht unabhängig voneinander eingestellt werden dürfen. Deshalb kann nur eines dieser beiden Kupplungsmomente als Freiheitsgrad verstanden werden. Später wird es sich noch als sinnvoll erweisen, das Kupplungsmoment der während des Modewechsels zu öffnenden Abtriebskupplung als Freiheitsgrad zu verstehen. Diesem sei das (verallgemeinerte) Formelzeichen M_{KM0} zugewiesen.

Eine weitere ausschlaggebende Größe ist die Schlupf-Winkelgeschwindigkeit der beim Modewechsel zu schließenden Kupplung. Wie in Abschnitt 7.2.3.1 noch gezeigt wird, ist ihr Vorzeichen von elementarer Bedeutung für den Fahrkomfort und muss stets eine noch herzuleitende Bedingung erfüllen. Anderenfalls ist ein Ruck während des Modewechsels unvermeidbar. Außerdem muss diese Schlupf-Winkelgeschwindigkeit gezielt zum Verschwinden gebracht werden. Da im betrachteten Gleichungssystem keine Winkelgeschwindigkeiten, sondern ausschließlich Winkelbeschleunigungen auftreten, soll nicht die Schlupf-Winkelgeschwindigkeit ω_{SKMy} , sondern die Schlupf-Winkelbeschleunigung $\dot{\omega}_{SKMy}$ als Freiheitsgrad verstanden werden.

Nachdem nun die Frage nach den Freiheitsgraden geklärt ist, können die Variablen des Gleichungssystems (7.1) in zwei Gruppen eingeteilt werden. In der ersten Gruppe seien die Freiheitsgrade und die bekannten Variablen zusammengefasst. Die zweite Gruppe wird durch die verbleibenden unbekannten Variablen des Gleichungssystems gebildet. Sie umfasst noch die beiden Drehmomente M_{E1} und M_{E2} der Elektromaschinen und das Kupplungsmoment M_{KM_y} der schließenden Abtriebskupplung. Für die Steuerung des Modewechsels sind die mathematischen Zusammenhänge zwischen den letztgenannten Größen und den Größen der ersten Gruppe unverzichtbar. Sie sollen im Folgenden hergeleitet werden.

Der Sollwert

$$M_{KM_y, \text{soll}}(t) = \frac{1}{4\beta} \cdot (i_{\text{end}} \cdot {}_s\dot{\omega}_{\text{Rad}}(t) - {}^3\beta \cdot {}_sM_{KM_o}(t) - {}^{AE}b_{47} \cdot {}_s\tilde{M}_{\text{Rad}}(t)) \quad (7.5a)$$

des Kupplungsmoments

$$M_{KM_y}(t) = \begin{cases} M_{KM2}(t) & \text{bei dem Wechsel von Mode 1 nach Mode 2} \\ M_{KM1}(t) & \text{bei dem Wechsel von Mode 2 nach Mode 1} \end{cases} \quad (7.5b)$$

der schließenden Abtriebskupplung ergibt sich durch Umformung von (7.1a). Selbstverständlich ist hier

$${}^3\beta = \begin{cases} {}^{AE}b_{45} & \text{für den Wechsel von Mode 1 nach Mode 2} \\ {}^{AE}b_{46} & \text{für den Wechsel von Mode 2 nach Mode 1} \end{cases} \quad (7.5c)$$

und

$${}^4\beta = \begin{cases} {}^{AE}b_{46} & \text{für den Wechsel von Mode 1 nach Mode 2} \\ {}^{AE}b_{45} & \text{für den Wechsel von Mode 2 nach Mode 1} \end{cases} \quad (7.5d)$$

zu setzen. Die Koeffizienten ${}^{AE}b_{45}$ bis ${}^{AE}b_{47}$ berechnen sich gemäß (2.46c) bis (2.46e). Wie bereits beschrieben, ergeben sich ${}_s\dot{\omega}_{\text{Rad}}$ und ${}_s\tilde{M}_{\text{Rad}}$ dabei aus (6.3), wenn $M_{\text{Rad}, W \text{ soll}}$ durch $M_{\text{Rad}, M \text{ soll}}$ ersetzt wird. Das Kupplungsmoment

$$M_{KM_o}(t) = \begin{cases} M_{KM1}(t) & \text{bei dem Wechsel von Mode 1 nach Mode 2} \\ M_{KM2}(t) & \text{bei dem Wechsel von Mode 2 nach Mode 1} \end{cases} \quad (7.5e)$$

der zu öffnenden Abtriebskupplung ist in (7.5a) als Software-Variable gekennzeichnet.

Weiterhin ergibt sich mit der Transformation (7.2) aus (7.1b) durch Umformung die Steuergleichung

$$\begin{pmatrix} M_{E1,soll}(t) \\ M_{E2,soll}(t) \end{pmatrix} = {}^{M1}\mathbf{S} \cdot \begin{pmatrix} {}^A_5 u_1(t) \\ {}_s M_{KM1}(t) \\ {}_s M_{KM2}(t) \\ \dot{\omega}_{R,soll}(t) \\ \dot{\omega}_{SKMy,soll}(t) \end{pmatrix} \quad (7.6a)$$

für die Drehmomente der Elektromaschinen mit der Steuermatrix

$${}^{M1}\mathbf{S} = - \begin{bmatrix} {}^{A4}\mathbf{b}_2 & {}^{A4}\mathbf{b}_3 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} & -1 & 0 \\ {}^{A4}\mathbf{b}_1 & {}^{A4}\mathbf{b}_4 & {}^{A4}\mathbf{b}_5 \\ & \frac{{}^{Nx}c_{21}}{{}^{Nx}c_{22}} & -\frac{1}{{}^{Nx}c_{22}} \end{pmatrix}, \quad (7.6b)$$

wobei ${}^{A4}\mathbf{b}_i$ den i -ten Spaltenvektor der Eingangsmatrix ${}^{A4}\mathbf{B}$ gemäß (7.1d) und ${}^{Nx}c_{ij}$ das Element in der i -ten Zeile und j -ten Spalte der verallgemeinerten Ausgangsmatrix ${}^{Nx}\mathbf{C}$ gemäß (2.62c) bezeichnet. Für die Wahl der Variante von ${}^{Nx}\mathbf{C}$ ist der Mode maßgeblich, in welchem der Antriebsstrang unmittelbar *vor* dem Modewechsel betrieben wird. In (7.6a) ist

$${}^A_5 u_1(t) = \begin{cases} {}_s M_R(t) & \text{für nicht geschl. Kupplung zw. Verbrennungskraftmasch. und Hohlrad} \\ {}_s M_{VKM}(t) & \text{für geschl. Kupplung zw. Verbrennungskraftmasch. und Hohlrad} \end{cases} \quad (7.6c)$$

In (7.5) und (7.6) wurden Software-Variablen und Sollwerte bzw. Freiheitsgrade wieder in gewohnter Weise gekennzeichnet um sie von den tatsächlichen Werten der physikalischen Größen zu unterscheiden. Die von der Steuerungssoftware generierten Sollwerte werden an untergeordnete Steuerungen bzw. Regelungen weitergegeben.

Ein vergleichender Blick auf (7.5) und (7.6) offenbart, dass das Radmoment ausschließlich in (7.5) auftritt. Ein Drehmoment der Energiewandler im Antriebsstrang ist in der selben Steuergleichung nicht vertreten. Das bedeutet, dass das Radmoment nicht durch die Energiewandler beeinflusst werden kann, solange keine Abtriebskupplung geschlossen ist. Dieser Sachverhalt kann auch anhand des Bildes 1.4 in Abschnitt 1.4 erahnt werden. Schließlich werden sämtliche Energiewandler durch die Abtriebskupplungen von den Rä-

dern getrennt. Dies hat zur Konsequenz, dass die Einhaltung des Radmoment-Sollwerts während des Schleifens beider Abtriebskupplungen allein durch eine möglichst genaue Regelung der (Abtriebs-) Kupplungsmomente zu realisieren ist und nicht etwa durch die Elektromaschinen unterstützt oder korrigiert werden kann. Von zentraler Bedeutung ist dabei die Steuergleichung (7.5), mit der das erforderliche Kupplungsmoment der schließenden Abtriebskupplung aus dem Kupplungsmoment der öffnenden Abtriebskupplung zu berechnen ist. Für letzteres Kupplungsmoment kann der Sollwert relativ frei gewählt werden. Zu berücksichtigen sind dabei jedoch die maximal möglichen Gradienten beider Kupplungsmomente.

Durch die adäquate Ansteuerung der Elektromaschinen ist aber unbedingt das korrekte Vorzeichen des Kupplungsschlupfs zu gewährleisten. Insofern spielen die Elektromaschinen für die Einhaltung des Radmoment-Sollwerts doch eine Rolle – wenn auch nur eine kleine. Die wesentliche Aufgabe der Elektromaschinen ist in der Synchronisierung der Drehzahlen zu sehen. Sie sind durch eine geeignete Vorgabe von $\dot{\omega}_{SKMy,soll}$ derart (gemäß der Steuergleichung (7.6)) anzusteuern, dass der Schlupf der zu schließenden Abtriebskupplung nach dem vollständigen Öffnen der anderen Abtriebskupplung gezielt zum Verschwinden gebracht wird.

7.2.2 Freiheitsgrad und Ansteuerung der Aktoren beim synchronen Modewechsel

Wenn die Drehzahlen auf beiden Seiten der zu schließenden Abtriebskupplung identisch sind, stellen die aktuellen Systemgrößen eine Lösung des Gleichungssystems (7.4) dar. Werden nun die Drehmomente M_{VKM} , M_{E1} und M_{E2} konstant gehalten, kann die offene Abtriebskupplung so schnell wie möglich geschlossen werden. Der Zeitraum bis zum Ausüben des maximalen Anpressdrucks sei als Schließphase bezeichnet.

In einer anschließenden Phase, die als Anpassungsphase bezeichnet werden soll, sind die Kupplungsmomente der Abtriebskupplungen an das Fahren im nachfolgenden Mode anzupassen. Dazu ist das Kupplungsmoment der zu öffnenden Abtriebskupplung durch geeignete Ansteuerung der Elektromaschinen bei unverändertem (Kupplungs-) Anpressdruck kontinuierlich zum Verschwinden zu bringen. Weil das Kupplungsmoment der zu öffnenden Abtriebskupplung während der Anpassungsphase die zentrale Rolle spielt, gebührt dieser Größe der Status eines Freiheitsgrades.

Nach der Vorgabe des Kupplungsmoments der öffnenden Abtriebskupplung ist das Gleichungssystem (7.4) vollständig bestimmt (und nicht überbestimmt). Wie leicht nachvollzogen werden kann, lautet die Lösung des Gleichungssystems dann:

$$\begin{pmatrix} M_{E1}(t) \\ M_{E2}(t) \\ M_{KM_y}(t) \\ \dot{\omega}_R(t) \\ \dot{\omega}_P(t) \end{pmatrix} = {}^{M1}\mathbf{P} \cdot \begin{pmatrix} M_{VKM}(t) \\ M_{KM_o}(t) \\ \tilde{M}_{Rad}(t) \\ \dot{\omega}_{Rad}(t) \end{pmatrix}$$

mit dem Kupplungsmoment M_{KM_o} der später zu öffnenden Abtriebskupplung gemäß (7.5e), dem Kupplungsmoment M_{KM_y} der geschlossen zu haltenden Abtriebskupplung gemäß (7.5b) und der Matrix

$${}^{M1}\mathbf{P} = \begin{pmatrix} & & 1 & 0 \\ -{}^{A4}\mathbf{b}_2 & -{}^{A4}\mathbf{b}_3 & & \\ & & {}^8\beta & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \\ 0 & 0 & 0 & i_{R2} & (1 - i_{R2}) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} & 0 & 0 \\ {}^{A4}\mathbf{b}_1 & & \\ & {}^7\beta & 0 & 0 \\ 0 & {}^{AE}b_{47} & -i_{end} \\ 0 & 0 & 0 & i_{end} \cdot i_{N24} \cdot i_{N56} \\ 0 & 0 & 0 & i_{end} \cdot i_{N16} \end{pmatrix} \quad (7.7a)$$

mit

$${}^7\beta = \begin{cases} \begin{pmatrix} {}^{A4}\mathbf{b}_4 \\ {}^{AE}b_{45} \end{pmatrix} & \text{bei dem Wechsel von Mode 1 nach Mode 2} \\ \begin{pmatrix} {}^{A4}\mathbf{b}_5 \\ {}^{AE}b_{46} \end{pmatrix} & \text{bei dem Wechsel von Mode 2 nach Mode 1} \end{cases} \quad (7.7b)$$

und

$${}^8\beta = \begin{cases} - \begin{pmatrix} {}^{A4}\mathbf{b}_5 \\ {}^{AE}b_{46} \end{pmatrix} & \text{bei dem Wechsel von Mode 1 nach Mode 2} \\ - \begin{pmatrix} {}^{A4}\mathbf{b}_4 \\ {}^{AE}b_{45} \end{pmatrix} & \text{bei dem Wechsel von Mode 2 nach Mode 1} \end{cases} \quad (7.7c)$$

Dabei bezeichnet ${}^{A4}\mathbf{b}_i$ den i -ten Spaltenvektor der Eingangsmatrix ${}^{A4}\mathbf{B}$ gemäß (7.1d), ${}^{AE}b_{45}$, ${}^{AE}b_{46}$ und ${}^{AE}b_{47}$ berechnen sich gemäß (2.46c) bis (2.46e). i_{R2} bezeichnet eine der Standübersetzungen des Ravigneaux-Satzes gemäß (2.1b), während i_{N16} , i_{N24} und i_{N56} einige der Übersetzungsverhältnisse des Nachschaltsatzes gemäß (2.29) bezeichnen. i_{end} bezeichnet gemäß Abschnitt 1.4, Bild 1.4 bzw. Abschnitt 2.3, Gleichung (2.37) ein festes (Gesamt-) Übersetzungsverhältnis für das Differentialgetriebe und evtl. weitere zwischen Differentialgetriebe und Rädern befindliche Übersetzungen.

Aus der obigen Lösung des Gleichungssystems ergibt sich somit die Steuergleichung zur Ansteuerung der Elektromaschinen zu:

$$\begin{pmatrix} M_{E1,soll}(t) \\ M_{E2,soll}(t) \end{pmatrix} = {}^{M2}\mathbf{S} \cdot \begin{pmatrix} {}_sM_{VKM}(t) \\ M_{KMo,soll}(t) \\ {}_s\tilde{M}_{Rad}(t) \\ {}_s\dot{\omega}_{Rad}(t) \end{pmatrix} \quad (7.8a)$$

mit dem Sollwert $M_{KMo,soll}$ des Kupplungsmoments der später zu öffnenden Abtriebskupplung gemäß (7.5e) und der Steuermatrix

$${}^{M2}\mathbf{S} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot {}^{M1}\mathbf{P} \quad (7.8b)$$

mit ${}^{M1}\mathbf{P}$ gemäß (7.7a). Wie das Brutto-Radmoment ${}_s\tilde{M}_{Rad}$ und die Winkelbeschleunigung ${}_s\dot{\omega}_{Rad}$ zu berechnen sind, wurde bereits in Abschnitt 7.1.1 beschrieben.

Der Sollwert $M_{KMo,soll}$ des Kupplungsmoments der später zu öffnenden Abtriebskupplung ist während der Anpassungsphase kontinuierlich auf Null zu bringen. Der Startwert entspricht dabei dem Istwert dieses Kupplungsmoments, welcher zu Beginn des Modewechsels vorherrscht. Dieser Istwert muss geschätzt werden. Als Grundlage für eine Schätzung kann die Bewegungsdifferentialgleichung (7.1b) dienen. Weil die zu schließende Abtriebskupplung vor dem Modewechsel in der Regel vollständig geöffnet ist, darf davon ausgegangen werden, dass sie kein Drehmoment überträgt. Zusammen mit den Messwerten der beiden Winkelbeschleunigungen $\dot{\omega}_R$ und $\dot{\omega}_P$ ist (7.1b) dann vollständig bestimmt und kann nach

dem gesuchten Kupplungsmoment

$${}_sM_{KMo}(t) = {}^{MW}\mathbf{h}^T \cdot \begin{pmatrix} {}_sM_{E1}(t) \\ {}_sM_{E2}(t) \\ \dot{\omega}_R(t) \\ \dot{\omega}_P(t) \end{pmatrix} \quad (7.9a)$$

mit

$${}^{MW}\mathbf{h}^T = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} {}^{A4}\mathbf{b}_1 & {}^5\beta \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} & & 1 & 0 \\ -{}^{A4}\mathbf{b}_2 & -{}^{A4}\mathbf{b}_3 & & \\ & & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (7.9b)$$

(mit M_{KMo} gemäß (7.5e)) aufgelöst werden, wobei die Formelzeichen wieder verdeutlichen, dass es sich um Software-Variablen handelt, bei den Winkelbeschleunigungen soll nicht von den tatsächlichen Werten unterschieden werden. ${}^{A4}\mathbf{b}_i$ bezeichnet den i -ten Spaltenvektor der Eingangsmatrix ${}^{A4}\mathbf{B}$ gemäß (7.1d).

Es ist als positiv zu bewerten, dass die Schätzung ohne die Einbeziehung des Drehmoments der Verbrennungskraftmaschine auskommt. Dessen Bestimmung ist nämlich oft mit einer relativ großen Unsicherheit behaftet. Auch sonst werden nur die sichersten Systemgrößen für die beschriebene Schätzung herangezogen.

Ein entscheidender Vorteil gegenüber dem asynchronen Modewechsel liegt darin, dass die Schätzung von Kupplungsmomenten *schleifender* Kupplungen nicht erforderlich ist.

Nachdem das Kupplungsmoment der zu öffnenden Abtriebskupplung kontinuierlich auf Null abgesenkt wurde, können die Drehmomente der Energiewandler konstant gehalten werden, während der Anpressdruck der zu öffnenden Abtriebskupplung so schnell wie möglich auf Null abgesenkt wird. Der Zeitraum, der durch das vollständige Absenken des Anpressdrucks aufgespannt wird, soll als Öffnungsphase bezeichnet werden. Am Ende dieser Phase übernimmt die für den nachfolgenden Mode vorgesehene Steuerung / Regelung den Antrieb wieder und der Antriebsstrang wird somit im nachfolgenden Mode betrieben. Dass die Ausgangsgrößen etwaiger Integratoren der Regler bei dieser Übernahme im Sinne stetiger Sollwerte anzupassen sind, muss nicht näher erklärt werden.

Bild 7.1 skizziert nochmals den soeben ausführlich beschriebenen chronologischen Ablauf des synchronen Modewechsels und definiert die Formelzeichen für die Zeitpunkte der Phasenübergänge.

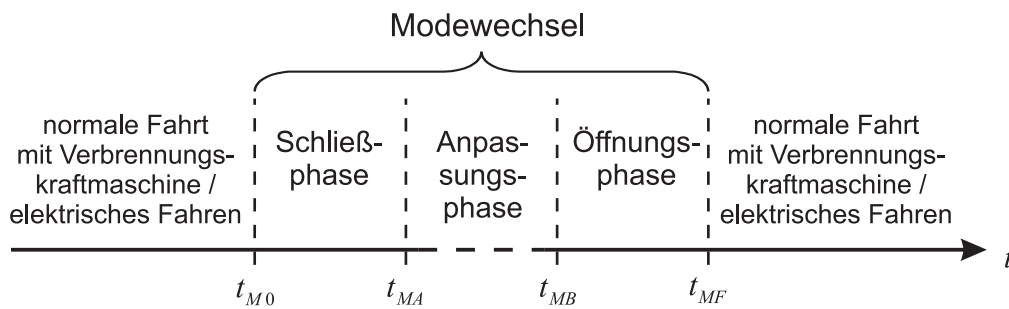


Bild 7.1: Chronologischer Ablauf des synchronen Modewechsels

7.2.3 Umschaltkriterien

7.2.3.1 Umschaltkriterium für den asynchronen Modewechsel

Ein asynchroner Modewechsel kann nicht aus jedem beliebigen Anfangszustand heraus gelingen. In diesem Abschnitt soll deshalb geklärt werden, welche Bedingungen für einen asynchronen Modewechsel günstig sind und wann dieser genau ausgelöst werden soll.

Es ist davon auszugehen, dass sich die kinetische Energie im Antriebsstrang während des asynchronen Modewechsels ändern muss. Damit eine Zugkraftänderung ausbleibt, haben die Energiewandler des Antriebsstrangs diese Energiedifferenz und die Verluste schleifender Kupplungen auszugleichen. Eine etwaige Unterstützung der Energiewandler durch die konventionelle Bremsanlage soll nicht in Betracht gezogen werden. Dass diese Aufgabe bei elektrischer Fahrt allein durch die Elektromaschinen übernommen werden muss, ist sofort klar. Aber auch bei der Fahrt mit Verbrennungskraftmaschine sollen hierzu allein die Elektromaschinen herangezogen werden, weil deren Drehmomente (und somit deren Leistungen) relativ schnell an den aktuellen Bedarf angepasst werden können, während das über einen Zyklus gemittelte Drehmoment der Verbrennungskraftmaschine angesichts des gesetzten Zeitlimits unter Umständen nicht schnell genug verändert werden kann (vgl. Abschnitt 6.1.4). Deshalb muss die Summe aus den Energieverlusten in den Kupplungen und der für den Modewechsel erforderlichen kinetischen Energiedifferenz im Antriebsstrang praktisch durch die Batterie gedeckt werden. Dabei sind in der Batterie beide Energieflussrichtungen möglich.

Der asynchrone Modewechsel kann daher nur gelingen, wenn der erforderliche Energieaustausch zwischen Batterie und Antriebsstrang innerhalb des Zeitlimits möglich ist. Er gelingt nicht, wenn der erforderliche Energieaustausch entweder aufgrund der Drehmomentgrenzen der Elektromaschinen oder der Leistungsgrenzen der Batterie innerhalb des

Zeitlimits unmöglich ist.

Ein Gelingen des asynchronen Modewechsels ist aber selbst dann nicht unbedingt garantiert, wenn die kinetische (Gesamt-) Energie im Antriebsstrang vor und nach dem Modewechsel identisch ist. Das Scheitern ist selbst in diesem Fall möglich, wenn im Antriebsstrang (zwecks Drehzahländerungen) mehr kinetische Energie über den elektrischen Zweig umverteilt werden muss, als es die Grenzen der Elektromaschinen innerhalb des Zeitlimits zulassen.

Wenn sämtliche Drehzahlen im Antriebsstrang während des Modewechsels nahezu konstant bleiben, muss allenfalls wenig kinetische Energie innerhalb des Antriebsstrangs umverteilt werden und die gesamte kinetische Energie im Antriebsstrang ändert sich nur geringfügig. Die Drehzahländerungen sind um so kleiner, je kleiner der Betrag der Schlupf-Winkelgeschwindigkeit der zu schließenden Abtriebskupplung unmittelbar vor dem Modewechsel ist.

Die Schlupf-Winkelgeschwindigkeit der zu schließenden Abtriebskupplung ω_{KM_y} muss aber mindestens so lange von Null verschieden sein, bis die zu öffnende Abtriebskupplung kein Drehmoment mehr überträgt, also vollständig geöffnet ist. Anderenfalls überträgt die schließende Abtriebskupplung kein Drehmoment. Diese muss aber ein von Null verschiedenes Drehmoment M_{KM_y} übertragen, um das absinkende Drehmoment der öffnenden Abtriebskupplung zu ersetzen. Dies ist bei einem von Null verschiedenen Brutto-Radmoment erforderlich, damit das Radmoment konstant bleibt.

Physikalisch bedingt ist stets $\text{sgn}(M_{KM_y}) = \text{sgn}(\omega_{SKM_y})$. Damit die schließende Kupplung ein bestimmtes, von Null verschiedenes Sollmoment übertragen kann, muss daher für das richtige Vorzeichen ihrer Schlupf-Winkelgeschwindigkeit gesorgt werden. Dieses muss mit dem Vorzeichen ihres Sollmoments identisch sein, welches sich mit $M_{KM_o} = 0$ aus (7.5) ergibt. Es muss also $\text{sgn}(\omega_{SKM_y}) = \text{sgn}({}^4\beta^{-1} \cdot (i_{end} \cdot {}_s\dot{\omega}_{Rad} - {}^{AE}b_{47} \cdot {}_s\tilde{M}_{Rad}))$ gelten. Weil aus (7.5d) mit (2.46c) und (2.46d) in Verbindung mit (2.29) ${}^4\beta > 0$ folgt, kann die Bedingung auch in der Form $\text{sgn}(i_{end} \cdot {}_s\dot{\omega}_{Rad} - {}^{AE}b_{47} \cdot {}_s\tilde{M}_{Rad}) \cdot \omega_{SKM_y} > 0$ dargestellt werden. Mit (4.3l) erhält man zunächst die Schlupf-Winkelgeschwindigkeit

$$\omega_{SKM_y}(t) = \frac{1}{{}^{Nx}c_{12}} \cdot \left(-\det({}^{Nx}\mathbf{C}) \cdot \omega_R(t) + {}^{Nx}c_{22} \cdot \omega_{Rad}(t) \right) \quad (7.10)$$

der schließenden Abtriebskupplung, wobei ${}^{Nx}c_{ij}$ das Element in der i -ten Zeile und j -ten Spalte der verallgemeinerten Ausgangsmatrix ${}^{Nx}\mathbf{C}$ gemäß (2.62c) bezeichnet. Damit

konkretisiert sich zunächst die Bedingung

$$\operatorname{sgn}(i_{end} \cdot {}_s\dot{\omega}_{Rad}(t) - {}^{AE}b_{47} \cdot {}_s\tilde{M}_{Rad}(t)) \cdot \frac{1}{{}^{Nx}c_{12}} \cdot \left(-\det({}^{Nx}\mathbf{C}) \cdot \omega_R(t) + {}^{Nx}c_{22} \cdot \omega_{Rad}(t) \right) > 0$$

für von Null verschiedene Kupplungs-Sollmomente der schließenden Abtriebskupplung. Sie lässt sich mit (2.62c) umformen zu:

$$\sigma(t) \cdot \omega_R(t) < \sigma(t) \cdot {}^{S0}\omega_R(t) \quad (7.11a)$$

mit der Winkelgeschwindigkeit

$${}^{S0}\omega_R(t) = \frac{i_{end}}{i_{R2}} \cdot (i_{N24} \cdot i_{N56} - (1 - i_{R2}) \cdot i_{N16}) \cdot \omega_{Rad}(t), \quad (7.11b)$$

des Hohlrades, bei der die zu schließende Abtriebskupplung keinen Schlupf aufweist und der Signumfunktion

$$\sigma(t) = \operatorname{sgn}\left({}^{Nx}c_{12} \cdot \hat{M}_{KM_y}(t) \cdot \det({}^{Nx}\mathbf{C})\right) \quad (7.11c)$$

mit

$$\hat{M}_{KM_y}(t) = i_{end} \cdot {}_s\dot{\omega}_{Rad}(t) - {}^{AE}b_{47} \cdot {}_s\tilde{M}_{Rad}(t). \quad (7.11d)$$

Die Software-Variablen ${}_s\dot{\omega}_{Rad}$ und ${}_s\tilde{M}_{Rad}$ ergeben sich dabei aus (6.3), wenn dort $M_{Rad,Wsoll}$ durch den während des Modewechsels geltenden Sollwert $M_{Rad,Msoll}$ des Radmoments ersetzt wird. ${}^{Nx}c_{ij}$ bezeichnet das Element in der i -ten Zeile und j -ten Spalte der verallgemeinerten Ausgangsmatrix ${}^{Nx}\mathbf{C}$ gemäß (2.62c). Für die Wahl der Variante von ${}^{Nx}\mathbf{C}$ ist der Mode maßgeblich, in welchem der Antriebsstrang unmittelbar *vor* dem Modewechsel betrieben wird. ${}^{AE}b_{47}$ berechnet sich gemäß (2.46e). Während i_{R2} gemäß (2.1b) eine der Standübersetzungen des Ravigneaux-Satzes bezeichnet, stehen i_{N16} , i_{N24} und i_{N56} gemäß (2.29) für einige (konstante) Übersetzungsverhältnisse des Nachschaltsatzes. i_{end} bezeichnet gemäß Abschnitt 1.4, Bild 1.4 bzw. Abschnitt 2.3, Gleichung (2.37) ein festes (Gesamt-) Übersetzungsverhältnis für das Differentialgetriebe und evtl. weitere zwischen Differentialgetriebe und Rädern befindliche Übersetzungen.

Die Winkelgeschwindigkeit ω_R des Hohlrades kann also gemäß (7.11a) als entscheidende Größe bei der Wahl des Modes betrachtet werden. Es könnte zwar auch anhand der Winkelgeschwindigkeit einer Elektromaschine über den Mode (-wechsel) entschieden werden, aber diese Winkelgeschwindigkeiten sind nicht so transparent wie die Winkelgeschwindig-

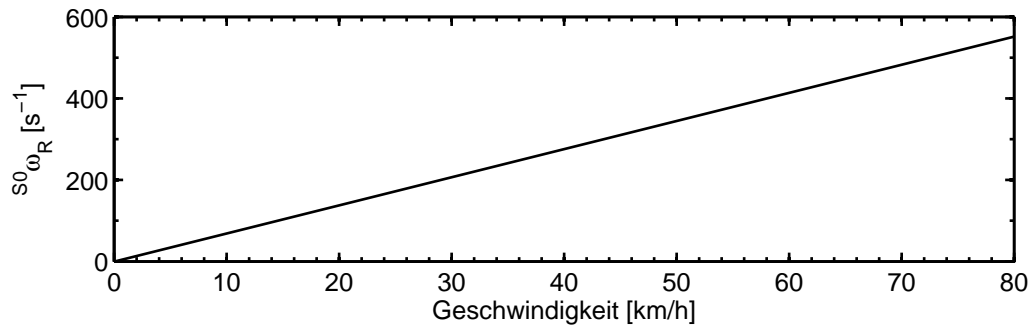


Bild 7.2: Winkelgeschwindigkeit des Hohlrades, bei der die Abtriebskupplungen keinen Schlupf führen

keit des Hohlrades. Letztere ist nämlich auch in anderem Kontext von zentraler Bedeutung, etwa beim Wiederstart mit Kupplung. Zudem gleicht sie bei der Fahrt mit Verbrennungskraftmaschine der Winkelgeschwindigkeit der Verbrennungskraftmaschine, deren Sollwert durch das so genannte Variogramm direkt vorgegeben wird.

Die Winkelgeschwindigkeit $s^0 \omega_R$ des Hohlrades, bei der die (beiden) Abtriebskupplungen nicht schlupfen, ist gemäß (7.11b) eine Funktion der Winkelgeschwindigkeit ω_{Rad} der Antriebsräder. Anschaulicher als die Winkelgeschwindigkeit der Antriebsräder ist die gefahrene Geschwindigkeit, die bei Vernachlässigung des Reifenschlupfs approximativ in die Winkelgeschwindigkeit der Antriebsräder umgerechnet werden kann. So lässt sich die Winkelgeschwindigkeit $s^0 \omega_R$ des Hohlrades, bei der die Abtriebskupplungen nicht schlupfen, approximativ als Funktion der gefahrenen Geschwindigkeit darstellen. Das Resultat für die im Anhang C.1.1 angegebenen technischen Daten des Antriebsstrangs sind in Bild 7.2 illustriert.

Aufbauend auf der (Ungleichungs-) Bedingung (7.11a) können unter Beachtung der physikalischen Grenzen der Energiewandler und -Speicher genaue (Gleichungs-) Bedingungen festgelegt werden, deren Erfüllung den Modewechsel auslösen sollen. Damit entsteht ein scharfes Kriterium für den asynchronen Modewechsel. Sinnvoll ist beispielsweise das in Bild 7.3 veranschaulichte Kriterium.

Der Fallunterscheidung hinsichtlich der Signumfunktion σ gemäß (7.11c) ist durch die Aufteilung in zwei separate Grafiken (Bild 7.3(a) und 7.3(b)) Rechnung getragen. Bei (Vernachlässigung des Reifenschlupfs und) einer geschlossenen Abtriebskupplung spannen die Achsen der Diagramme einen zweidimensionalen Zustandsraum (bzw. bei nicht geschlossener Kupplung zwischen Verbrennungskraftmaschine und Hohlrad einen zweidimensionalen Unterraum eines Zustandsraums) des Antriebsstrangs auf. Oberhalb der durchgezogenen

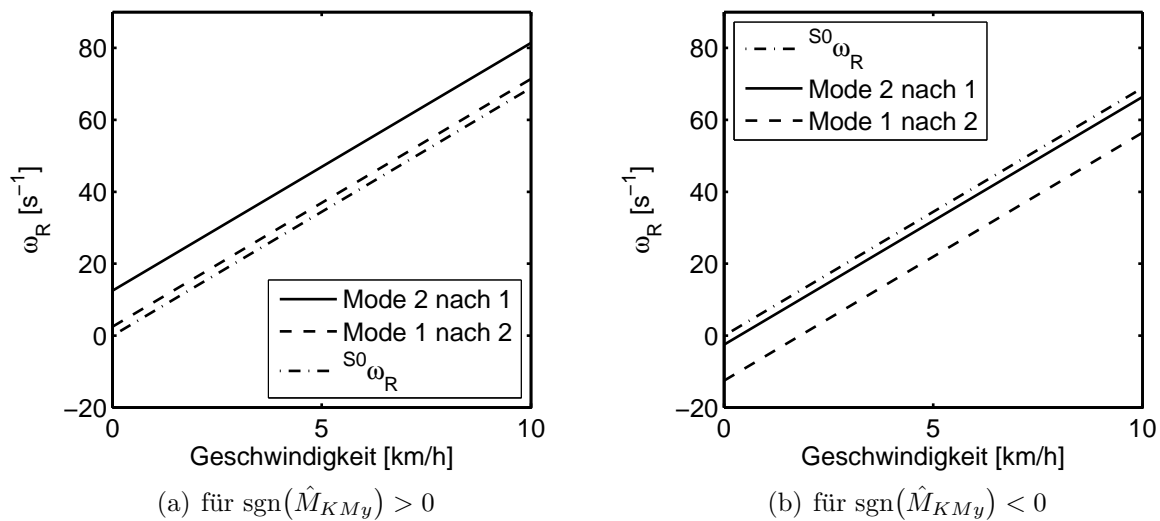


Bild 7.3: Mögliches Umschaltkriterium für den asynchronen Modewechsel

Linie wird der Antriebsstrang in Mode 1 betrieben, unterhalb der gestrichelten Linie in Mode 2. Der Wechsel von Mode 1 nach Mode 2 wird ausgelöst, sobald der Zustand des Antriebsstrangs die gestrichelte Linie (von oben oder links her kommend) erreicht. Der Modewechsel in umgekehrter Richtung beginnt beim Erreichen der durchgezogenen Linie (von unten oder rechts her kommend). Die durchgezogene und die gestrichelte Linie sind also als Schaltlinien zu verstehen, sie unterscheiden sich in ihren Abszissenwerten um die Hysteresebreite. Die Hysteresebietet einen einfachen, aber wirkungsvollen Schutz vor ständigem Umschalten zwischen den Modi. Ergänzend ist die Winkelgeschwindigkeit $s^0\omega_R$, bei welcher die Abtriebskupplungen frei von Schlupf sind, durch die Strichpunktlinie angegeben. Für Geschwindigkeiten außerhalb des in Bild 7.3 aufgezeigten Intervalls können die Linien extrapoliert werden. Bei der Wahl des Geschwindigkeitsintervalls wurde lediglich einer guten Darstellbarkeit Rechnung getragen.

Für die Fragestellung, wann der asynchrone Modewechsel auszulösen ist, war lediglich das Vorzeichen des Schlupfs an der zu schließenden Abtriebskupplung maßgeblich. Dass aber unbedingt auch andere Randbedingungen zu beachten sind, wird durch das folgende Gedankenexperiment klar:

Während des asynchronen Modewechsels wird die öffnende Abtriebskupplung zu gegebener Zeit zu schlupfen beginnen. Weil das Kupplungsmoment der anderen Abtriebskupplung so lange unverändert (Null) bleibt, bis die Steuerung den Schlupf detektiert, baut sich während dieser Zeit an der öffnenden Abtriebskupplung ein kleiner Schlupf auf, der das gleiche Vorzeichen wie das unmittelbar vor dem Modewechsel übertragene Kupplungsmo-

ment aufweist. Sofort bei dem Detektieren des Schlupfs ist die andere Abtriebskupplung koordiniert (gemäß (7.5)) zu schließen, so dass das Radmoment konstant bleibt. Auf diese Weise kann das Radmoment aber nur konstant gehalten werden, wenn keine zu schnellen Änderungen im Kupplungsmoment der schließenden Abtriebskupplung erforderlich sind, die aufgrund physikalischer Grenzen der Kupplungshydraulik nicht möglich sind. Derlei Gradienten wären aber erforderlich, wenn der Schlupf an der öffnenden Abtriebskupplung – und damit auch deren Kupplungsmoment – sein Vorzeichen ändert. Ein solcher Vorzeichenwechsel wirkt sich nicht nur auf das Radmoment aus, sondern auf den gesamten Antriebsstrang. Wegen des umgekehrten Vorzeichens des Kupplungsmoments ist eine Beschleunigung der Eingangswelle der öffnenden Abtriebskupplung derart möglich, dass ein erneuter Vorzeichenwechsel des Schlupfs erfolgt und sich Dauerschwingungen im Antriebsstrang einstellen.

Beim asynchronen Modewechsel muss also gewährleistet sein, dass die Schlupf-Winkelgeschwindigkeit ω_{SKMo} der öffnenden Abtriebskupplung das Vorzeichen nicht ändert, bevor sie vollständig geöffnet ist. Dies ist sicher gewährleistet, wenn entweder $\dot{\omega}_{SKMo} = 0$ ist, oder wenn $\dot{\omega}_{SKMo}$ das gleiche Vorzeichen wie das unmittelbar vor dem Modewechsel von der öffnenden Abtriebskupplung übertragene Kupplungsmoment aufweist. Denn der Schlupf, der sich bis zu seiner Detektierung aufbaut, weist ebenfalls das gleiche Vorzeichen wie dieses Kupplungsmoment auf.

Um fortzufahren ist mit den im Anhang C.1.1 aufgeführten technischen Daten des Antriebsstrangs die interessierende Ableitung gemäß (7.3)

$$\dot{\omega}_{SKMo}(t) = {}^S\mathbf{c}^T \cdot \begin{pmatrix} \dot{\omega}_R(t) \\ i_{end} \cdot \dot{\omega}_{Rad}(t) \\ \dot{\omega}_{SKMy}(t) \end{pmatrix} \quad (7.12a)$$

mit $i_{end} = 1$ und

$${}^S\mathbf{c}^T = \begin{cases} \begin{bmatrix} 0,7 & -5,6 & -0,4 \end{bmatrix} & \text{für den Wechsel von Mode 1 nach Mode 2} \\ \begin{bmatrix} 1,8 & -13,9 & -2,5 \end{bmatrix} & \text{für den Wechsel von Mode 2 nach Mode 1} \end{cases} \quad (7.12b)$$

zu berechnen. Diese offenbart nun, dass die beschriebene Bedingung nicht immer erfüllt ist.

Geht man etwa von dem Fall aus, dass das Fahrzeug bei konstanter Fahrpedal-Auslen-

kung in Mode 1 beschleunigt wird (also $\dot{\omega}_{Rad} > 0$ ist), so wird sich in der Regel nur ein langsamer Drehzahlanstieg des Hohlrades aus dem Variogramm ergeben. Die Schaltlinie in Bild 7.3(a) wird dann von einer nahezu horizontalen Trajektorie überquert und dabei der Modewechsel ausgelöst. (7.12) lässt nun leicht erkennen, dass das Beschleunigen des Fahrzeugs ($\dot{\omega}_{Rad} > 0$) bei nur langsam ansteigender Hohlrad-Winkelgeschwindigkeit zu $\dot{\omega}_{SKMo} < 0$ führt, sofern die Schlupf-Winkelgeschwindigkeit ω_{SKMy} der schließenden Abtriebskupplung nicht durch entsprechende Ansteuerung der Elektromaschinen schnell genug gesenkt wird. Die beschriebene Bedingung wäre dann nicht erfüllt und ein zugkraftunterbrechungsfreier asynchroner Modewechsel nicht gewährleistet. Die Erfüllung der Bedingung lässt sich auch aufgrund möglicher Kontroversen nicht immer durch gezielte Anpassung von $\dot{\omega}_{SKMy}$ erzwingen, weil die Winkelgeschwindigkeit ω_{SKMy} bekanntlich selbst ebenfalls nicht beliebig ist.

Eine vergleichbare Situation liegt auch dann vor, wenn bei Verzögerung des Fahrzeugs von Mode 2 nach Mode 1 gewechselt werden soll.

Im regulären Fahrbetrieb sind beide betrachtete Situationen, aus denen heraus ein Modewechsel ausgelöst wird, häufig zu erwarten. Folglich dürfte ein asynchroner Modewechsel im regulären Fahrbetrieb oft nicht zugkraftunterbrechungsfrei möglich sein. Dieser soll deshalb nicht mehr näher betrachtet werden.

7.2.3.2 Umschaltkriterium für den synchronen Modewechsel

Wie bereits bekannt ist, wird der synchrone Modewechsel ausgelöst, wenn die Abtriebskupplungen keinen Schlupf führen. Aus Abschnitt 7.2.3.1 geht bereits hervor, bei welcher Hohlrad-Winkelgeschwindigkeit dies der Fall ist. Sie ergibt sich aus (7.11b); die daraus resultierende Schaltlinie geht für die in Anhang C.1.1 angegebenen technischen Daten des Antriebsstrangs bereits aus Bild 7.2 hervor. Oberhalb der Schaltlinie wird der Antriebsstrang in Mode 1 betrieben, unterhalb der Schaltlinie in Mode 2.

Ein Vorteil gegenüber dem asynchronen Modewechsel liegt darin, dass beim Auslösen des synchronen Modewechsels keine weiteren Bedingungen erfüllt sein müssen. Ein Nachteil ist das Fehlen einer Schalthysterese, die ein ständiges Umschalten zwischen den Modi leicht verhindern kann. Das ständige Umschalten muss hier durch Sperrzeiten verhindert werden. Diese Sperrzeiten können Restriktionen für die Hohlrad-Drehzahl nach sich ziehen, wenn die Schaltlinie vor dem Verstreichen der Sperrzeit erneut erreicht wird. Der Antriebsstrang muss dann so lange auf der Schaltlinie betrieben werden, bis die Sperrzeit abgelaufen ist.

7.2.3.3 Umschaltkriterien für den Modewechsel bei elektrischer Fahrt

Als Sonderfall zu betrachten ist das elektrische Fahren *bei geschlossener Kupplung zwischen Verbrennungskraftmaschine und Hohlrad*, wobei das Hohlrad stets stillstehen muss. Nach dem oben aufgestellten Umschaltkriterium für den asynchronen Modewechsel würde der Antriebsstrang bei $\hat{M}_{KM_y} > 0$ grundsätzlich in Mode 2 betrieben. Das Kriterium für den synchronen Modewechsel würde sogar generell die Fahrt in Mode 2 fordern. Dies ist allein deshalb schon ungünstig, weil ein Wechsel nach Mode 1 gemäß den Kriterien sonst während eines eventuellen Wiederstarts der Verbrennungskraftmaschine (aufgrund der ansteigenden Hohlrad-Drehzahl) ausgelöst würde. Wiederstart und Modewechsel hätten dann gleichzeitig zu erfolgen. Um dies zu vermeiden, ist für den hier betrachteten Sonderfall ein eigenes Kriterium für die Wahl des Modes aufzustellen. Neben der vorrangigen Vermeidung eines Modewechsels während eines Wiederstarts kann dieses Kriterium beispielsweise auf eine Wirkungsgradoptimierung für das elektrische Fahren abzielen. Auf eine genauere Betrachtung sei verzichtet.

Unbedingt zu beachten ist aber, dass die Kupplung zwischen Verbrennungskraftmaschine und Hohlrad vor dem synchronen Modewechsel unbedingt zu öffnen und $\omega_R = {}^{S0}\omega_R$ einzustellen ist. Vor dem asynchronen Modewechsel ist diese Kupplung ebenfalls zu öffnen und $\omega_R > {}^{S0}\omega_R$ einzustellen, wenn $\hat{M}_{KM_y} > 0$ ist. Ob vor dem asynchronen Modewechsel auch bei $\hat{M}_{KM_y} < 0$ ein Öffnen dieser Kupplung und eine Anpassung der Hohlrad-Winkelgeschwindigkeit notwendig ist, hängt von der gefahrenen Geschwindigkeit ab und wird mit zunehmender Geschwindigkeit wahrscheinlicher.

7.3 Simulationsergebnisse und Empfindlichkeit gegenüber Unsicherheiten

Während der asynchrone Modewechsel nur sehr bedingt und im realen Fahrbetrieb kaum möglich ist, kann ein synchroner Modewechsel unter Einhaltung des Umschaltkriteriums bedingungslos vollzogen werden. Eine nähere Betrachtung des synchronen Modewechsels ist deshalb rentabel.

Der zeitliche Verlauf der wesentlichen Systemgrößen geht nochmals aus den in den Bildern 7.4 und 7.5 dokumentierten Simulationsergebnissen hervor. Bild 7.4 zeigt den Wechsel von Mode 1 nach Mode 2 bei einer Geschwindigkeit von 50 km/h und einer Zugkraft

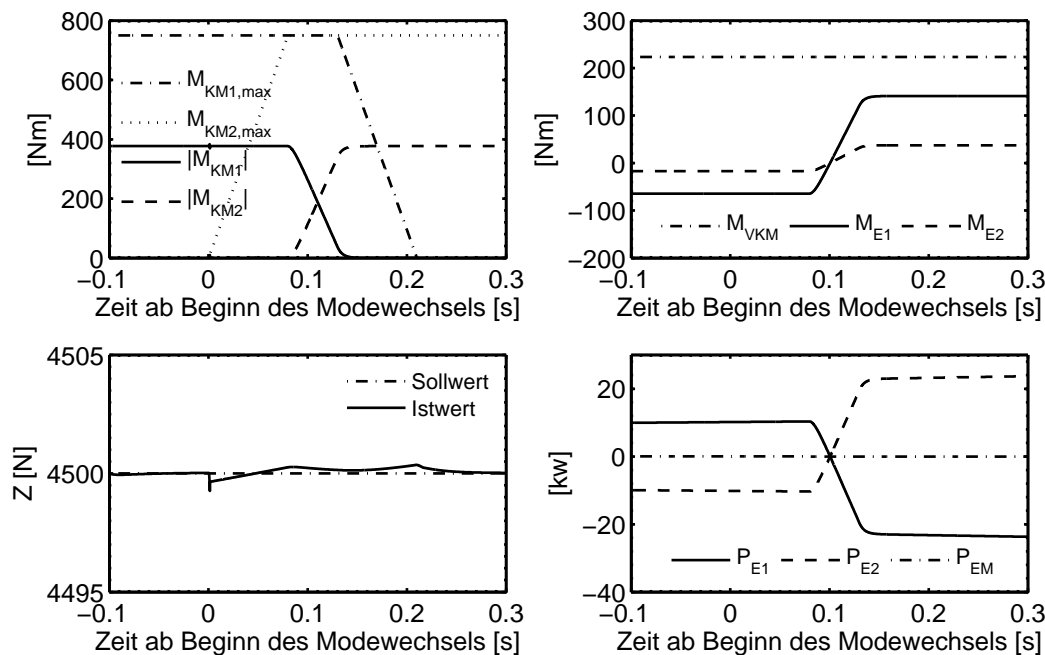


Bild 7.4: Wechsel von Mode 1 nach Mode 2 bei 50 km/h und geschlossener Kupplung zwischen Verbrennungskraftmaschine und Hohlrad

von 4500 N, wobei die gesamte Antriebsleistung allein von der Verbrennungskraftmaschine aufgebracht wird. In Bild 7.5 wird mit offener Kupplung zwischen Verbrennungskraftmaschine und Hohlrad bei einer Geschwindigkeit von 20 km/h und einer Zugkraft von -3000 N rekuperiert und von Mode 2 nach Mode 1 zurückgeschaltet.

Deutlich zu erkennen sind die beschriebenen drei Phasen: Während der Schließphase wird die bisher offene Abtriebskupplung bei konstanten Drehmomenten der Energiewandler vollständig geschlossen. In der nachfolgenden Anpassungsphase werden die Drehmomente der Elektromaschinen kontinuierlich derart verändert, dass das Kupplungsmoment der zu öffnenden Abtriebskupplung bei konstanter Zugkraft kontinuierlich auf Null absinkt und die geschlossen zu haltende Abtriebskupplung die Bereitstellung des Radmoments übernimmt. Während der Öffnungsphase wird lediglich noch die andere, nun entlastete Abtriebskupplung geöffnet. Sobald diese vollständig geöffnet ist, endet der Modewechsel und der Antriebsstrang befindet sich im nachfolgenden Mode.

Beide Simulationsergebnisse zeigen, dass der Sollwert der Zugkraft bzw. des Radmoments sehr gut eingehalten wird. Die Zugkraftabweichungen zu Beginn der Schließphase, die bei offener Kupplung zwischen Verbrennungskraftmaschine und Hohlrad in Bild 7.5 stärker ausgeprägt sind als bei geschlossener Kupplung in Bild 7.4, sind in beiden Fällen auf

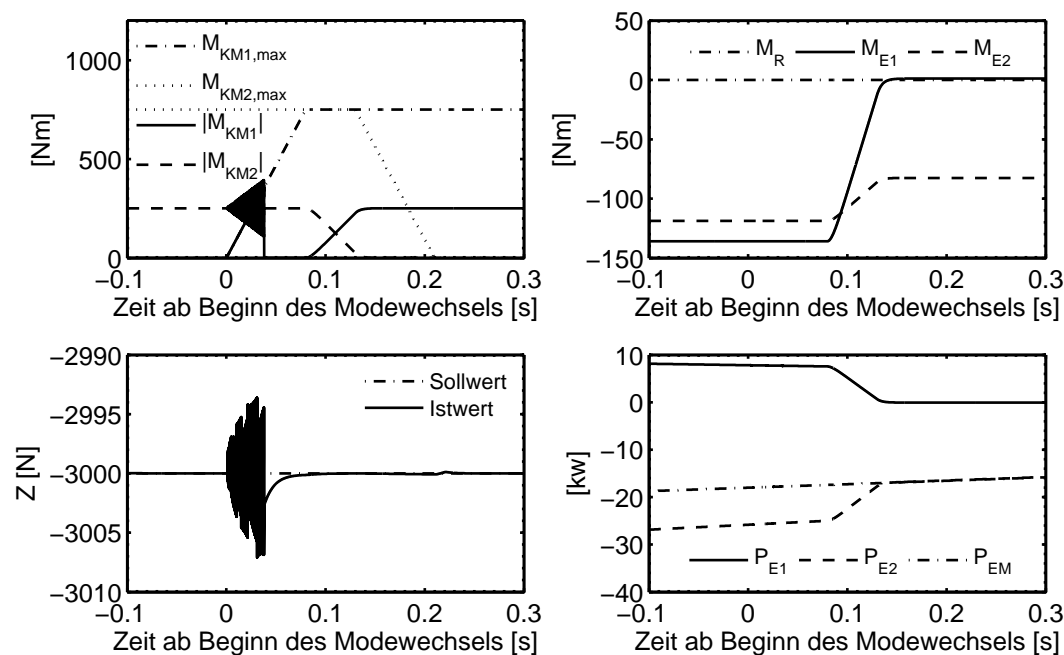


Bild 7.5: Wechsel von Mode 2 nach Mode 1 bei 20 km/h und offener Kupplung zwischen Verbrennungskraftmaschine und Hohlrad

den noch geringfügig vorhanden Schlupf an der zu schließenden Abtriebskupplung zurückzuführen. Dieser baut sich jedoch rasch ab, die betreffende Abtriebskupplung überträgt dann während der restlichen Schließphase wunschgemäß kein Drehmoment mehr und die Zugkraft nähert sich wieder – ohne Schwingungen – ihrem Sollwert.

Die aus den Simulationsergebnissen hervor gehende Genauigkeit der Zugkraft ist nur gewährleistet, wenn keine Parameter- und Messunsicherheiten existieren. Diese sind in einem realen System aber allgegenwärtig. Für den synchronen Modewechsel sind die gleichen Unsicherheiten relevant wie für den Wiederstart. Um welche Unsicherheiten es sich konkret bei geschlossener bzw. nicht geschlossener Kupplung zwischen Verbrennungskraftmaschine und Hohlrad handelt, geht bereits aus den Abschnitten 6.1.5 und 6.2.3 hervor. Im Folgenden soll abgeschätzt werden, mit welchen Differenzen zwischen Soll- und Istwert der Zugkraft aufgrund der Unsicherheiten zu rechnen ist. Dabei soll wieder angenommen werden, dass das Gesamtgewicht zwischen 1400 kg und 2800 kg und die Geländesteigung zwischen -12% und 12% liegt. Einige der nun anstehenden Untersuchungen erfordern die Kenntnis darüber, welche Zugkräfte der Antrieb *bei einem Modewechsel* überhaupt liefern kann. Diese ist durch die physikalischen Grenzen der Energiewandler begrenzt, hängt vom Schaltzustand der Kupplung zwischen Verbrennungskraftmaschine und Hohlrad ab – im offenen

Schaltzustand kann die Verbrennungskraftmaschine schließlich keinen Beitrag zur Zugkraft leisten – und variiert mit der gefahrenen Geschwindigkeit. Bei geschlossener Kupplung zwischen Verbrennungskraftmaschine und Hohlrad sind bei einem Modewechsel² Zugkräfte bis 4500 N möglich, wenn Geschwindigkeiten zwischen ca. 40 km/h und ca. 60 km/h gefahren werden. Begrenzt wird die Zugkraft dann durch die physikalischen Grenzen der Elektromaschinen. Bei kleineren Geschwindigkeiten ist die Zugkraft durch die Verbrennungskraftmaschine noch stärker begrenzt. Wenn die Kupplung zwischen Verbrennungskraftmaschine und Hohlrad offen ist, können die Elektromaschinen (bei Geschwindigkeiten bis 20 km/h) höchstens Zugkräfte von $\pm 3\,000$ N erzeugen.

Als Grundlage soll wieder die aus Abschnitt 6.1.5 bereits bekannte Gleichung (6.19) für die Zugkraft bei konstantem Reifenschlupf dienen. Konstanter Reifenschlupf ist zwar nur bei konstantem Radmoment zu erwarten. Trotzdem soll (6.19) als gute Näherung verwendet werden, zumal der Reifenschlupf aufgrund der mannigfaltigen Einflussfaktoren ohnehin nur mit relativ hohem Aufwand zu beschreiben ist.

Die in (6.19) eingehende Winkelbeschleunigung $\dot{\omega}_{Rad}$ der Antriebsräder ergibt sich leicht aus dem Gleichungssystem (7.4) zu:

$$\dot{\omega}_{Rad}(t) = {}^{MW1}\mathbf{b}^T \cdot \begin{pmatrix} {}^{A5}\mathbf{u}(t) \\ \tilde{M}_{Rad}(t) \end{pmatrix} \quad (7.13a)$$

mit dem Unter-Eingangsvektor ${}^{A5}\mathbf{u}$ gemäß (7.1c) und der Eingangsmatrix

$$\begin{aligned} {}^{MW1}\mathbf{b}^T = & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -{}^{A4}\mathbf{b}_4 & -{}^{A4}\mathbf{b}_5 & 0 \\ -{}^{AE}b_{45} & -{}^{AE}b_{46} & 0 \\ 0 & 0 & i_{R2} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & i_{end} \\ (1 - i_{R2}) & -i_{end} \cdot i_{N24} \cdot i_{N56} \\ 1 & -i_{end} \cdot i_{N16} \end{pmatrix} \\ & \cdot \begin{pmatrix} {}^{A4}\mathbf{b}_1 & {}^{A4}\mathbf{b}_2 & {}^{A4}\mathbf{b}_3 & \mathbf{0} \\ 0 & 0 & 0 & {}^{AE}b_{47} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (7.13b)$$

²genauer ausgedrückt: Bei der Hohlrad-Drehzahl, bei welcher ein Modewechsel ausgelöst wird.

mit ${}^{AE}b_{45}$, ${}^{AE}b_{46}$ und ${}^{AE}b_{47}$ gemäß (2.46c) bis (2.46e), ${}^{A4}\mathbf{B}$ gemäß (7.1d). i_{R2} bezeichnet eine der Standübersetzungen des Ravigneaux-Satzes gemäß (2.1b), während i_{N16} , i_{N24} und i_{N56} einige der Übersetzungsverhältnisse des Nachschaltsatzes gemäß (2.29) bezeichnen. i_{end} bezeichnet gemäß Abschnitt 1.4, Bild 1.4 bzw. Abschnitt 2.3, Gleichung (2.37) ein festes (Gesamt-) Übersetzungsverhältnis für das Differentialgetriebe und evtl. weitere zwischen Differentialgetriebe und Rädern befindliche Übersetzungen.

Geht man im Folgenden von $M_{brems} = 0$ aus, dann gilt $\tilde{M}_{Rad} = M_{Rad} = r_{Rad0} \cdot Z$. Unter dieser Voraussetzung ergibt sich durch Einsetzen von (7.13a) in (6.19) letztendlich die Zugkraft

$$Z(t) = \frac{m \cdot r_{Rad0} \cdot (1 - S_R(t))}{1 - m \cdot r_{Rad0}^2 \cdot (1 - S_R(t)) \cdot {}^{MW1}b_4} \cdot \begin{bmatrix} {}^{MW1}b_1 & {}^{MW1}b_2 & {}^{MW1}b_3 \end{bmatrix} \cdot {}^{A5}\mathbf{u}(t) + \frac{1}{1 - m \cdot r_{Rad0}^2 \cdot (1 - S_R(t)) \cdot {}^{MW1}b_4} \cdot F_{nl}(t) \quad (7.14)$$

mit dem Unter-Eingangsvektor ${}^{A5}\mathbf{u}$ gemäß (7.1c) und dem nichtlinearen Zugkraftanteil F_{nl} gemäß (3.8). ${}^{MW1}b_i$ bezeichnet das i -te Element der Eingangsmatrix ${}^{MW1}\mathbf{b}^T$ gemäß (7.13b).

Die explizite Berechnung des Zugkraftfehlers führt in diesem Fall nicht zu einem derart übersichtlichen Resultat wie im Falle des Wiederstarts und soll deshalb unterbleiben. Stattdessen sollen die Auswirkungen der Parameter- und Messfehler lediglich anhand entsprechender Differentiale quantifiziert werden.

Zuerst soll der Einfluss des Fehlers im Gesamtgewicht m betrachtet werden. Die aus (7.14) unter Beachtung von (3.8), (3.7) und (3.2) gebildete partielle Ableitung

$$\begin{aligned} \frac{\partial Z}{\partial m} = & \frac{r_{Rad0} \cdot (1 - S_R(t))}{\left(1 - m \cdot r_{Rad0}^2 \cdot (1 - S_R(t)) \cdot {}^{MW1}b_4\right)^2} \cdot \begin{bmatrix} {}^{MW1}b_1 & {}^{MW1}b_2 & {}^{MW1}b_3 \end{bmatrix} \cdot {}^{A5}\mathbf{u}(t) + \\ & + \frac{r_{Rad0}^2 \cdot (1 - S_R(t)) \cdot {}^{MW1}b_4}{\left(1 - m \cdot r_{Rad0}^2 \cdot (1 - S_R(t)) \cdot {}^{MW1}b_4\right)^2} \cdot F_{nl}(t) + \\ & + \frac{g}{1 - m \cdot r_{Rad0}^2 \cdot (1 - S_R(t)) \cdot {}^{MW1}b_4} \cdot (\text{sgn}(v) \cdot f_R \cdot \cos \alpha + \sin \alpha) \end{aligned}$$

lässt wegen des Auftretens des Unter-Eingangsvektors ${}^{A5}\mathbf{u}$ noch etwas Transparenz vermissen. Abhilfe schafft das Einsetzen des mit $\tilde{M}_{Rad} = M_{Rad} = r_{Rad0} \cdot Z$ aus (7.13a) folgenden

Zusammenhangs

$$\begin{bmatrix} MW^1 b_1 & MW^1 b_2 & MW^1 b_3 \end{bmatrix} \cdot {}^{A5} \mathbf{u}(t) = \dot{\omega}_{Rad}(t) - {}^{MW^1} b_4 \cdot r_{Rad0} \cdot Z(t),$$

so dass sich die damit erhaltene Ableitung

$$\begin{aligned} \frac{\partial Z}{\partial m} = & \frac{r_{Rad0} \cdot (1 - S_R(t))}{\left(1 - m \cdot r_{Rad0}^2 \cdot (1 - S_R(t)) \cdot {}^{MW^1} b_4\right)^2} \cdot \left(\dot{\omega}_{Rad}(t) - r_{Rad0} \cdot {}^{MW^1} b_4 \cdot (Z(t) - F_{nl}(t))\right) \\ & + \frac{g}{1 - m \cdot r_{Rad0}^2 \cdot (1 - S_R(t)) \cdot {}^{MW^1} b_4} \cdot (\operatorname{sgn}(v) \cdot f_R \cdot \cos \alpha + \sin \alpha) \end{aligned}$$

unter Berücksichtigung von (3.9) und $\dot{v} = r_{Rad0} \cdot \dot{\omega}_{Rad}$ noch weiter vereinfachen lässt zu:

$$\begin{aligned} \frac{\partial Z}{\partial m} = & \frac{r_{Rad0} \cdot (1 - S_R(t)) \cdot (1 - m \cdot r_{Rad0}^2 \cdot {}^{MW^1} b_4)}{\left(1 - m \cdot r_{Rad0}^2 \cdot (1 - S_R(t)) \cdot {}^{MW^1} b_4\right)^2} \cdot \dot{\omega}_{Rad}(t) + \\ & + \frac{g}{1 - m \cdot r_{Rad0}^2 \cdot (1 - S_R(t)) \cdot {}^{MW^1} b_4} \cdot (\operatorname{sgn}(v) \cdot f_R \cdot \cos \alpha + \sin \alpha). \end{aligned} \quad (7.15)$$

Der dem Radwiderstand zuzuordnende Cosinus-Term kann bei einer hinreichenden Geländesteigung vernachlässigt werden. Um das Extremum der partiellen Ableitung einfacher lokalisieren zu können, kann die Grundgleichung (3.9) des Antriebs nach der Winkelbeschleunigung $\dot{\omega}_{Rad} = (Z - F_{nl}) \cdot (m \cdot r_{Rad0})^{-1}$ aufgelöst werden. Bei hinreichender Geländesteigung wird der Radwiderstand F_R gegenüber dem Steigungswiderstand F_{St} vernachlässigbar, so dass dann gemäß (3.8) und (3.7) mit $\dot{\omega}_{Rad} \approx (Z - F_{Lx} - m \cdot g \cdot \sin \alpha) \cdot (m \cdot r_{Rad0})^{-1}$ fortgefahren werden kann. In der Mitte des angenommenen Intervalls für die Gesamtmasse (also bei 2100 kg) ergibt sich (für Vorwärtsfahrt) durch Einsetzen der Zahlenwerte, die sich mit den in Anhang C.1.1 angegebenen technischen Daten des Antriebsstrangs ergeben:

$$\frac{\partial Z}{\partial m} \approx \begin{cases} (Z(t) - F_{Lx}(\vec{v}_r)) \cdot 39 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{kg}} + \sin \alpha \cdot 67 \cdot 10^{-4} \frac{\text{N}}{\text{kg}} & \text{für nicht geschl. Kupplung} \\ & \text{zw. Verbrennungskraftma-} \\ & \text{schine und Hohlrad} \\ (Z(t) - F_{Lx}(\vec{v}_r)) \cdot 69 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{kg}} + \sin \alpha \cdot 21 \cdot 10^{-3} \frac{\text{N}}{\text{kg}} & \text{für geschl. Kupplung zw.} \\ & \text{Verbrennungskraftmaschi-} \\ & \text{ne und Hohlrad} \end{cases}.$$

Es ist nun leicht zu erkennen, dass das Maximum der Ableitung bei maximaler Zugkraft, maximaler Geländesteigung und minimalem Luftwiderstand zu finden ist. Für eine Gelän-

desteigung von 12 % und einem Luftwiderstand von -200 N ergibt³ sich daraus etwa ein Zugkraftfehler von

$$\Delta Z \approx \begin{cases} 176\text{ N} & \text{für nicht geschl. Kupplung zw. Ver-} \\ & \text{brennungskraftmasch. und Hohlrad} \\ 458\text{ N} & \text{für geschl. Kupplung zw. Verbren-} \\ & \text{nungskraftmasch. und Hohlrad} \end{cases} ,$$

wenn eine Gesamtmasse von 2800 kg vorliegt, aber bei der Steuerung von 1400 kg ausgegangen wird. Die Geländesteigung hat dabei nur einen verschwindend geringen Einfluss auf den Zugkraftfehler. Es sei noch erwähnt, dass den Berechnungen ein Reifenschlupf von $S_R = 0,1$ zugrunde liegt.

Im nächsten Schritt soll die Auswirkung eines Fehlers in der Geländesteigung untersucht werden. Es soll wieder von einer hinreichenden Geländesteigung ausgegangen werden, welche den Radwiderstand F_R vernachlässigbar klein gegenüber dem Steigungswiderstand F_{St} werden lässt. Aus (7.14) ergibt sich somit unter Berücksichtigung von (3.8), (3.4) und (3.7) für $\alpha = 0$ die partielle Ableitung

$$\frac{\partial Z}{\partial \alpha} \approx \frac{m \cdot g}{1 - m \cdot r_{Rad0}^2 \cdot (1 - S_R(t)) \cdot MW_1 b_4} . \quad (7.16)$$

Wenn die Steuerung für die Fahrt in ebenem Gelände parametrisiert ist, aber tatsächlich ein Gelände mit 12 % Steigung befahren wird, ergibt sich demnach ein Zugkraftfehler von

$$\Delta Z \approx \begin{cases} 208\text{ N} & \text{für nicht geschl. Kupplung zw. Ver-} \\ & \text{brennungskraftmasch. und Hohlrad} \\ 374\text{ N} & \text{für geschl. Kupplung zw. Verbren-} \\ & \text{nungskraftmasch. und Hohlrad} \end{cases} ,$$

wenn ein Gesamtgewicht von 2800 kg und $S_R = 0,1$ angenommen wird. Bei einem Gesamtgewicht von 1400 kg reduziert sich der Zugkraftfehler um rund 6 %, wenn die Kupplung zwischen Verbrennungskraftmaschine und Hohlrad nicht geschlossen ist, anderenfalls sogar um rund 10 %. Ebenfalls um rund 10 % reduzieren sich die angegebenen Werte bei fehlendem Reifenschlupf.

³ $F_{Lx} = -200\text{ N}$ entspricht einer Windgeschwindigkeit, die um etwa 50 km/h höher als die gefahrene Geschwindigkeit ist, wenn der Wind in Fahrtrichtung weht.

Der Zugkraftfehler aufgrund von Fehlern in den Drehmomenten der Elektromaschinen

$$\Delta Z(t) = \frac{m \cdot r_{Rad0} \cdot (1 - S_R(t))}{1 - m \cdot r_{Rad0}^2 \cdot (1 - S_R(t)) \cdot {}^{MW1}b_4} \cdot \begin{bmatrix} {}^{MW1}b_2 & {}^{MW1}b_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Delta M_{E1}(t) \\ \Delta M_{E2}(t) \end{pmatrix} \quad (7.17)$$

ergibt sich direkt aus (7.14). Wie aus den entsprechenden Untersuchungen für den Wiederstart hervor geht, sollten die relativen Fehler der Elektromaschinen-Drehmomente einen Betrag von 5 % nicht überschreiten. Aus den technischen Daten der Elektromaschinen folgen somit die Grenzwerte $|\Delta M_{E1}| \leq 7 \text{ N m}$ und $|\Delta M_{E2}| \leq 8 \text{ N m}$ für die absoluten Drehmomentfehler der Elektromaschinen, welche jeweils bei maximalem Drehmoment erreicht werden dürfen. Damit lässt sich der betrachtete Zugkraftfehler zumindest auf

$$|\Delta Z| \leq \begin{cases} 377,1 \text{ N} & \text{für nicht geschl. Kupplung zw. Ver-} \\ & \text{brennungskraftmasch. und Hohlrad} \\ 358,4 \text{ N} & \text{für geschl. Kupplung zw. Verbren-} \\ & \text{nungskraftmasch. und Hohlrad} \end{cases}$$

eingrenzen, wenn die Reifen nicht schlupfen und eine Gesamtmasse von 2800 kg angenommen wird. Während der Reifenschlupf kaum nennenswerten Einfluss auf die berechneten Werte hat, sinken deren Beträge bei einer Gesamtmasse von 1400 kg um rund 5 %, wenn die Kupplung zwischen Verbrennungskraftmaschine und Hohlrad nicht geschlossen ist, anderenfalls sogar um rund 10 %. Da kaum beide Elektromaschinen gleichzeitig ihr maximales Drehmoment liefern, handelt es sich hier um eine sehr weitläufige Eingrenzung, welche den schlechtesten Fall betrachtet, der eigentlich kaum zu erwarten ist. Die im realen Fahrbetrieb zu erwartenden Werte liegen deutlich unterhalb der ermittelten Grenzen.

Das Drehmoment M_{VKM} der Verbrennungskraftmaschine wird ab dem Beginn des Modewechsels konstant gehalten, deshalb kann sich eine Abweichung zwischen ihrem tatsächlichen Wert und dem Wert der entsprechenden Software-Variable nicht auf direktem Wege negativ auf den Fahrkomfort auswirken. Eine negative Auswirkung kann aber auf indirektem Wege erfolgen. Ausgangspunkt der Untersuchung ist deshalb die Betrachtung des Drehmomentfehlers aus einer anderen Perspektive: Nicht das Drehmoment M_{VKM} der Verbrennungskraftmaschine ist als fehlerhaft zu verstehen, sondern die Software-Variable ${}_sM_{VKM}$. Die Anwendung der Steuergleichung (7.8) führt dann aufgrund der fehlerhaften Software-Variable zu Fehlern in den Sollwerten der Elektromaschinen-Drehmomente, welche sich dann schließlich bis in die Zugkraft fortpflanzen. Es ist also

$$\Delta Z = \frac{\partial Z}{\partial M_{E1}} \cdot \frac{\partial M_{E1}}{\partial {}_sM_{VKM}} \cdot \Delta {}_sM_{VKM} + \frac{\partial Z}{\partial M_{E2}} \cdot \frac{\partial M_{E2}}{\partial {}_sM_{VKM}} \cdot \Delta {}_sM_{VKM}$$

anzusetzen. Nimmt man an dieser Stelle $M_{E1} = M_{E1,soll}$ und $M_{E2} = M_{E2,soll}$ an, so ergibt sich mit (7.14) und der Steuergleichung (7.8) der Zugkraftfehler

$$\Delta Z \approx \begin{bmatrix} {}^{MW1}b_2 & {}^{MW1}b_3 \end{bmatrix} \cdot {}^{M2}\mathbf{s}_1 \cdot \Delta {}_sM_{VKM}, \quad (7.18)$$

wobei ${}^{MW1}b_i$ das i -te Element des Vektors ${}^{MW1}\mathbf{b}^T$ gemäß (7.13b) und ${}^{M2}\mathbf{s}_i$ den i -ten Spaltenvektor der Steuermatrix ${}^{M2}\mathbf{S}$ gemäß (7.8b) bezeichnet. Selbst bei $\Delta {}_sM_{VKM} = 40 \text{ N m}$ ergibt sich⁴ ein relativ kleiner Zugkraftfehler von

$$\Delta Z \approx \begin{cases} -18,3 \text{ N} & \text{für nicht geschl. Kupplung zw. Ver-} \\ & \text{brennungskraftmasch. und Hohlrad} \\ -9,6 \text{ N} & \text{für geschl. Kupplung zw. Verbren-} \\ & \text{nungskraftmasch. und Hohlrad} \end{cases}.$$

Auch beim Modewechsel empfiehlt es sich, einen unmittelbar vorher geschätzten Wert des aktuellen Radmoments als Sollwert zu übernehmen und bis zum Ende des Modewechsels konstant zu halten. Die Zugkraftschätzung wurde bereits in Abschnitt 6.1.6 behandelt. Sie umfasst die Gleichungen (6.27) und (6.28), wobei die erstgenannte Gleichung auch einen Schätzwert für das Drehmoment der Verbrennungskraftmaschine liefert. Sofern alle in die Schätzung eingehenden Werte um nicht mehr als 5 % von den wahren Werten abweichen, ist auch keine höhere Abweichung zwischen den beiden Schätzwerten ${}_sM_{VKM}$ und ${}_sZ$ und den wahren Werten M_{VKM} und Z zu erwarten⁵. Somit ergibt sich aus den Zugkraftgrenzen des Modewechsels ein Schätzfehler von

$$|{}_sZ - Z| \leq \begin{cases} 150 \text{ N} & \text{für nicht geschl. Kupplung zw. Ver-} \\ & \text{brennungskraftmasch. und Hohlrad} \\ 225 \text{ N} & \text{für geschl. Kupplung zw. Verbren-} \\ & \text{nungskraftmasch. und Hohlrad} \end{cases}.$$

Der Schätzfehler geht neben dem bisher betrachteten Zugkraftfehler ebenfalls in das für den Fahrkomfort entscheidende Maß – der Differenz zwischen der Zugkraft während des Modewechsels und der Zugkraft unmittelbar vor dem Modewechsel – ein. Ein äquivalentes Maß ist die Differenz zwischen dem Schätzfehler und dem bisher betrachteten Zugkraftfehler.

⁴Mit derart hohen Abweichungen im Drehmoment der Verbrennungskraftmaschine (unter Umständen $\pm 20\%$) ist zu rechnen, wenn die Software-Variable ${}_sM_{VKM}$ aus dem Motorsteuergerät ausgelesen wird.

⁵Es ist also vorteilhaft, den Wert des Verbrennungskraftmaschinen-Drehmoments im Rahmen der Schätzung zu gewinnen, anstatt diesen aus dem Motorsteuergerät auszulesen.

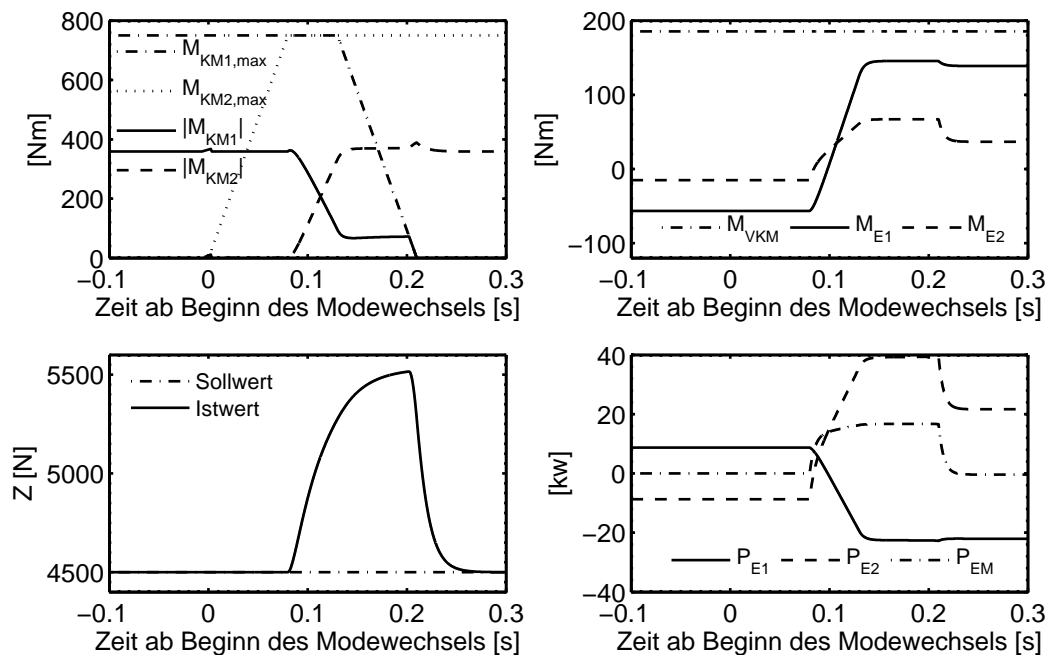


Bild 7.6: Wechsel von Mode 1 nach Mode 2 bei 50 km/h, Parameter- und Messfehlern und geschlossener Kupplung zwischen Verbrennungskraftmaschine und Hohlrad

Das Fazit für den synchronen Modewechsel bei nicht geschlossener Kupplung zwischen Verbrennungskraftmaschine und Hohlrad ist eindeutig: Die einzelnen Zugkraftfehler-Anteile und der Schätzfehler sind hinreichend klein. Ein akzeptabler Grenzwert von 1000 N für den Differenzbetrag zwischen der Zugkraft unmittelbar vor dem Modewechsel und der Zugkraft während des Modewechsels wird eingehalten.

Bei geschlossener Kupplung zwischen Verbrennungskraftmaschine und Hohlrad wird diese Grenze jedoch schon von der Summe der einzelnen Zugkraftfehler-Anteile (ohne Schätzfehler) um 190 N überschritten. Allerdings wurde der Anteil der Fehler in den Drehmomenten der Elektromaschinen sehr weitläufig eingegrenzt, so dass die Einhaltung des Grenzwertes evtl. doch möglich sein kann.

Die Simulationsergebnisse in Bild 7.6 zeigen einen Wechsel von Mode 1 nach Mode 2 mit einem Zugkraftfehler von 1000 N. Ausgelöst wird der Modewechsel (wie schon in Bild 7.4) bei einer Geschwindigkeit von 50 km/h und einer Zugkraft von 4500 N. Die Geländesteigung beträgt hier allerdings 12 % und die Gesamtmasse 2800 kg, während die Steuerung weiterhin für eine Gesamtmasse von 1400 kg und die Fahrt in ebenem Gelände parametrisiert ist. Da der Zugkraftfehler allein schon den Grenzwert von 1000 N erreicht, kann ein additiver Schätzfehler zur Verletzung dieser Grenze führen. Abhilfe kann etwa dadurch

geschaffen werden, dass der in der Steuerung hinterlegte Wert für die Gesamtmasse in die Mitte des möglichen Intervalls gelegt wird. Dadurch halbiert sich der mögliche Zugkraftfehler-Beitrag des Fehlers der Gesamtmasse, so dass die Einhaltung der Grenze in Aussicht steht. Noch besser wäre eine automatische Schätzung der Gesamtmasse und/oder der Geländesteigung.

Ein Vergleich der Bilder 7.6 und 7.4 zeigt eindeutig die Auswirkungen der Parameter- und Messfehler auf die sonstigen Systemgrößen: Am Ende der Anpassungsphase ist die zu öffnende Kupplung noch nicht entlastet. Außerdem verändert sich die mechanische Gesamtleistung P_{EM} der Elektromaschinen ab der Anpassungsphase deutlich.

7.4 Struktur der Steuerung und Regelung des Modewechsels

Bild 7.7 veranschaulicht die Struktur der Steuerung für den Modewechsel (samt unterlagerter Regelungen) mit der Aktorik und der erforderlichen Sensorik, wobei alle Komponenten der Steuerung und Regelung durch graue Hintergründe hervorgehoben sind. Sensorik und Aktorik sind auf weißem Hintergrund dargestellt. Gestrichelt dargestellt sind alle Komponenten, die nur für den asynchronen Modewechsel benötigt werden. Darin spiegelt sich auch ein Mehraufwand für den asynchronen Modewechsel wieder.

In der Hauptsteuerung werden sämtliche aus den vorhergehenden Abschnitten bekannten Steuergleichungen umgesetzt. Sie kann in ein übliches KFZ-Steuergerät integriert werden, weil die typische Abtastperiode von 10 ms hinreichend klein ist. Der auf den Gleichungen (6.27), (6.28) und (7.9) basierende Schätzer für das Kupplungsmoment der zu öffnenden Abtriebskupplung, die Zugkraft und das Drehmoment der Verbrennungskraftmaschine kann ebenfalls in das besagte Steuergerät integriert werden, wenn die unterlagerten Regelungen gewährleisten, dass keine hohen Gradienten in den zu schätzenden Größen zu erwarten sind. Wegen der hohen Dynamik der Regelstrecken gilt dies nicht für die unterlagerten Regelungen der Ströme der Elektromaschinen (zur Steuerung derer Drehmomente) und der Kupplungsmomente.

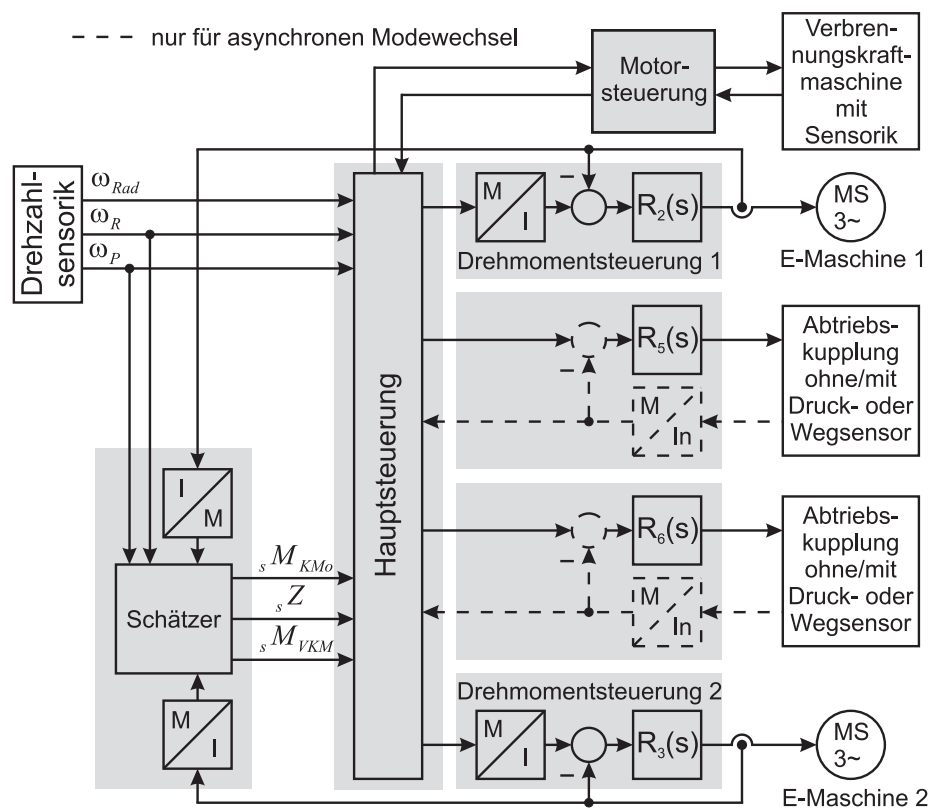


Bild 7.7: Struktur der Steuerung/Regelung des Modewechsels mit Sensorik und Aktorik

8 Zusammenfassung und Ausblick

Motiviert durch das wachsende Bewusstsein um den globalen Klimawandel und dessen Folgen für Natur und Menschheit, sowie durch die Endlichkeit der konventionell eingesetzten Energieträger, sind heute Diskussionen über effizientere und schadstoffärmere Konzepte zur Energiegewinnung (oder Energiewandlung) beinahe alltäglich in allen Medien zu verfolgen. Auch in den Parlamenten wird diese Thematik seit einigen Jahren oft debattiert, entsprechende Gesetze beschlossen und Förderprogramme eingerichtet, bzw. auf internationaler Ebene Abkommen geschlossen, die zu einer klimafreundlicheren Technologielandschaft führen sollen. Selbstverständlich ist die Automobilbranche ebenfalls gefordert, ihren Beitrag zur Verbesserung der globalen Technologielandschaft zu leisten. Ein vollkommener Wechsel zu anderen Energieträgern wie etwa dem klimaneutralen Wasserstoff ist kurzfristig aufgrund der fehlenden Infrastruktur unmöglich. Wesentlich schneller realisieren lässt sich der breite Einsatz hybrider Antriebe mit Otto- oder Dieselmotoren. Deren Einsparpotential hinsichtlich der Verbrauchs- und Emissionswerte geben Anlass, in die Forschung und Entwicklung dieser Technologie zu investieren.

Im Rahmen eines interdisziplinären Forschungsprojekts an der TU Braunschweig wurde ein leistungsverzweigter hybrider Antriebsstrang für den Betrieb in zwei Modi konzipiert. Dieser wurde in dieser Abhandlung verbal erklärt und in mehrere Baugruppen aufgeteilt, denen unterschiedliche Aufgaben und Bedeutungen innerhalb des gesamten Antriebsstrangs zugeordnet werden können.

Anschließend wurden die Baugruppen zunächst separat mathematisch beschrieben und deren Zustandsbeschreibungen dann zu einer Zustandsbeschreibung des gesamten Antriebsstrangs zusammengefügt. Dadurch war eine für die Synthese von Steuerungen und Regelungen wichtige allgemeingültige Aussage¹ über die Besetztheitsstruktur der Eingangsmatrix des gesamten Antriebsstrangs auf analytischem Wege² viel einfacher als bei einer direk-

¹Mit allgemeingültig ist hier gemeint, dass die Aussage unabhängig von den Werten der Parameter immer gilt.

²Auf numerischem Wege kann eine allgemeingültige Aussage nicht hergeleitet werden.

ten Herleitung der Beschreibung für den gesamten Antriebsstrang. Außerdem kann so auf die mathematischen Beschreibungen einzelner Baugruppen des Antriebsstrangs auch bei der Erarbeitung anderer Konzepte zurückgegriffen werden. Aus den mathematischen Beschreibungen der Fahrwiderstände und des gesamten Antriebsstrangs entstand schließlich die mathematische Beschreibung des gesamten Antriebs. Die hergeleiteten Beschreibungen für Antriebsstrang und Antrieb decken grundsätzlich alle möglichen Schaltzustandskombinationen der Kupplungen ab. Für den Betrieb in Mode 1 und Mode 2 wurden spezielle Beschreibungen hergeleitet. Diese konnten aber in eine – für beide Modi gültige – verallgemeinerte Beschreibung überführt werden, was später die Herleitung von Steuergleichungen ermöglichte, die in beiden Modi zum Einsatz kommen können.

Für den Fall, dass die Verbrennungskraftmaschine über eine geschlossene Kupplung mit dem Getriebe verbunden ist, wurde die verallgemeinerte Beschreibung des gesamten Antriebs etwas modifiziert. In Verbindung mit dessen technischen Daten konnte dann gezeigt werden, dass der Reifenschlupf bei der Synthese einer Regelung für den normalen Fahrbetrieb vernachlässigt werden darf. Diese Erkenntnis war Anlass, das modifizierte Modell durch Nullsetzen des Reifenschlupfs zu einem approximativen verallgemeinerten Modell des gesamten Antriebs weiter zu vereinfachen. Es gilt in beiden Modi, wenn die Kupplung zwischen Verbrennungskraftmaschine und Getriebe geschlossen ist.

Dieses Modell diene anschließend der Synthese der Regelung für den normalen Fahrbetrieb mit Verbrennungskraftmaschine. Zu regeln waren die Winkelgeschwindigkeit der Verbrennungskraftmaschine und die Batterieleistung, wobei das gesteuerte Drehmoment der Verbrennungskraftmaschine als Störgröße aufzufassen war. Die betrachtete Regelung und die Drehmomentsteuerung der Verbrennungskraftmaschine sind der Betriebsstrategie nachgeschaltet, d. h. sie werden von der Betriebsstrategie mit Sollwertvorgaben für Batterieleistung sowie Winkelgeschwindigkeit und Drehmoment der Verbrennungskraftmaschine gespeist und haben somit für die Realisierung der Vorgaben der Betriebsstrategie – also der obersten Hierarchieebene der Steuerung – zu sorgen. Es wurde gezeigt, wie das approximative verallgemeinerte Modell derart zerlegt werden kann, dass für Mode 1 zwei separate Regelungen für die Batterieleistung und die Winkelgeschwindigkeit der Verbrennungskraftmaschine entworfen werden können, wobei die beiden Elektromaschinen jeweils einem Regelkreis als Stellglied dienen. Danach wurde gezeigt, dass dieser Ansatz in Mode 2 Stabilitätsprobleme erwarten lässt, wenn die Elektromaschine, die in den Leistungsregelkreis eingebunden ist, nicht hinreichend schnell rotiert. Der Entwurf einer Mehrfachregelung wie bei linearen Systemen, bei denen durch Entkopplungsglieder für jede Regelgröße eine reglerinterne (fiktive Stell-) Größe geschaffen wird, die lediglich die ihr zugeordnete

te Regelgröße beeinflusst, war aufgrund der Nichtlinearitäten im elektrischen Zweig der Regelstrecke nicht möglich. Eine exakte Linearisierung schied wegen des nicht maximalen relativen Grades der Regelstrecke ebenfalls aus. Deshalb wurde ein Ansatz für eine Mehrfachregelung vorgeschlagen, der auf eine vollständige Entkopplung verzichtet und eine langsamer werdende Elektromaschine mehr und mehr aus der Leistungsregelung auskoppelt, bis sie im Stillstand lediglich noch in den Drehzahlregelkreis eingebunden ist. Der vorgeschlagene Regler zeigte in Simulationen ein sehr zufriedenstellendes Führungs- und Störverhalten. Auch in den kritischen Drehzahlbereichen der Elektromaschinen konnten keine Anzeichen auf Stabilitätsprobleme ausgemacht werden.

Schaltvorgänge im Antriebsstrang stellen einen weiteren Schwerpunkt dieser Arbeit dar. Dabei handelt es sich um den Wiederstart der Verbrennungskraftmaschine und den Modewechsel, d. h. das Umschalten des Antriebsstrangs von Mode 1 nach Mode 2 oder umgekehrt. Für diese transienten Vorgänge wurden entsprechende Steuerungen entworfen und deren Eigenschaften, einschließlich deren Empfindlichkeit gegenüber Mess- und Parameterfehlern, analytisch und per Simulation untersucht. Es wurde stets angestrebt, die Schaltvorgänge so zu steuern, dass sie so schnell wie möglich, spätestens aber nach 300 ms abgeschlossen sind und trotz möglicher Mess- und Parameterfehler keine Zugkraftschwankungen über 1000 N zu erwarten sind. Sämtliche Steuerungen wurden so entworfen, dass im Idealfall, also wenn die unterlagerten Regelkreise³ als hinreichend schnell angenommen werden dürfen und weder Mess- noch Parameterfehler vorliegen, keine Zugkraftschwankungen auftreten. Während der Schaltvorgänge ist eine Sollwertvorgabe für die Zugkraft erforderlich. Es empfiehlt sich, die unmittelbar vor den Schaltvorgängen wirkende Zugkraft als Sollwert zu übernehmen. Weil die Zugkraft nicht (direkt) gemessen werden kann, wurde gezeigt, wie die Zugkraft anhand von Messwerten verschiedener Systemgrößen geschätzt werden kann und die Fortpflanzung der Messfehler untersucht.

Hinsichtlich des Wiederstarts der Verbrennungskraftmaschine wurden mehrere mögliche Varianten betrachtet. Grundsätzlich wurde zwischen einem *Wiederstart ohne Kupplung* und einem *Wiederstart mit Kupplung* unterschieden.

Während des gesamten Wiederstarts ohne Kupplung ist die Kupplung zwischen Verbrennungskraftmaschine und Getriebe geschlossen und (abgesehen von ihrem Massenträgheitsmoment) quasi nicht vorhanden. Hier wurden drei Varianten untersucht. Begonnen wurde

³Gemeint sind in jedem Fall die Stromregelkreise der Elektromaschinen. Auf die Regelungen für die Kupplungsmomente kommt es nur dann an, wenn bei dem Schaltvorgang ein definiertes Kupplungsmoment einzustellen ist.

mit der Ansteuerung der Aktoren derart, dass die Winkelbeschleunigung der Verbrennungskraftmaschine bei gleichzeitiger Einhaltung eines Zugkraft-Sollwertes einen vorgegebenen Wert annimmt. Dabei stellte sich heraus, dass die Vorgabe einer konstanten Winkelbeschleunigung derart, dass der Wiederstart innerhalb von 300 ms abgeschlossen wird, je nach gewähltem Mode und gefahrener Geschwindigkeit, zu unzulässigen Belastungen der Elektromaschinen und der Batterie führen kann. Deshalb war der Entwurf einer zeitoptimalen Steuerung für den Wiederstart ohne Kupplung naheliegend. Bei dieser Variante werden die zulässigen Grenzwerte der Elektromaschinen und der Batterie so gut wie möglich ausgenutzt, um den Wiederstart unter Einhaltung des Zugkraft-Sollwertes so schnell wie möglich abzuschließen. Hervorzuheben ist, dass dabei die Grenzwerte von Elektromaschinen und Batterie keine Konstanten sein müssen, sondern variabel sein dürfen, was evtl. erforderliche betriebszustandsabhängige Anpassungen der Grenzwerte während des Betriebs ermöglicht. Analytische Berechnungen haben gezeigt, dass in beiden Modi Geschwindigkeitsintervalle existieren, in denen der zeitoptimale Wiederstart schon nach deutlich weniger als 200 ms abgeschlossen ist, sofern bei voller Verfügbarkeit der Elektromaschinen mindestens eine Batterieleistung von 20 kW verfügbar ist und nicht mehr als 2000 N Zugkraft bzw. 8 kW Antriebsleistung gefordert wird. Bei der gleichen Antriebsleistung ist der zeitoptimale Wiederstart ab einer Geschwindigkeit von etwa 100 km/h in Mode 2 jedoch nicht mehr innerhalb von 300 ms möglich. Außerdem wurde gezeigt, dass in realistischen Geschwindigkeitsintervallen in ebenem Gelände bei Zugkräften bis 2000 N und Fahrleistungen bis 8 kW nur rund 52 % der Eckdaten der Elektromaschinen verfügbar sein müssen, damit im gesamten Geschwindigkeitsintervall ein Wiederstart ohne Kupplung möglich ist. Innerhalb der selben Grenzen für Zugkraft und Fahrleistung muss in ebenem Gelände darüber hinaus hinreichend Batterieleistung verfügbar sein, damit die beim Wiederstart erforderliche mechanische Leistung der Elektromaschinen von insgesamt mindestens 15 kW (bzw. 18 kW bei 35 % Gefälle) aufgebracht werden kann. Schließlich wurde die Realisierbarkeit einer dritten Variante für den Wiederstart ohne Kupplung geprüft. Bei dieser Variante sollten die Drehmomente im Antriebsstrang durch Schleifen der nicht geschlossenen Abtriebskupplung so verändert werden, dass die Elektromaschinen bei konstanter Zugkraft entlastet werden. Es zeigte sich jedoch, dass diese Variante in Mode 2 gar nicht und in Mode 1 erst bei Geschwindigkeiten ab etwa 15 km/h möglich ist.

Unmittelbar vor Beginn des Wiederstarts mit Kupplung ist die Kupplung zwischen Verbrennungskraftmaschine und Getriebe vollständig geöffnet. Die entworfene Steuerung für diese Variante des Wiederstarts erhöht den Anpressdruck dieser Kupplung – und somit das auf die Verbrennungskraftmaschine ausgeübte Drehmoment – derart, dass die zulässigen

Grenzwerte der Elektromaschinen und der Batterie bei konstanter Zugkraft so gut wie möglich ausgenutzt werden, um die Verbrennungskraftmaschine so schnell wie möglich zu beschleunigen und den Wiederstartvorgang abzuschließen. Auch hier gestattet die Steuerung variable Grenzwerte. Analytische Berechnungen verneinten die hoffnungsvolle Vermutung, durch Überhöhung der Drehzahl der getriebeseitigen Kupplungswelle die zur Beschleunigung der Verbrennungskraftmaschine benötigte Energie bereits im Antriebsstrang speichern zu können, um diese beim Wiederstart zu entziehen, damit die Elektromaschinen weniger Energie zur Beschleunigung der Verbrennungskraftmaschine liefern müssen. Während dieser Ansatz in Mode 1 kaum mit einer erhofften Entlastung der Elektromaschinen verbunden ist, führt er in Mode 2 sogar zu einer Mehrbelastung der Elektromaschine 1. Deshalb wurde empfohlen, die Drehzahl der getriebeseitigen Kupplungswelle während des Wiederstarts mit Kupplung konstant zu halten.

Ein zeitlicher Vorteil des Wiederstarts mit Kupplung gegenüber dem zeitoptimalen Wiederstart ohne Kupplung kann in Mode 1 allenfalls bei Geschwindigkeiten oberhalb etwa 15 km/h, in Mode 2 erst ab Geschwindigkeiten oberhalb etwa 100 km/h mit hohen Batterieleistungen jenseits 25 kW erkaufte werden. Hinsichtlich Parameter- und Messfehler wurde festgestellt, dass Fehler in der Gesamtmasse und in der Geländesteigung beim Wiederstart mit Kupplung keine so hohe Abweichung zwischen Soll- und Istwert der Zugkraft hervorrufen wie beim Wiederstart ohne Kupplung. Dafür wirken sich die relativen Fehler der Elektromaschinen-Drehmomente beim Wiederstart mit Kupplung etwas stärker aus. Der Fehler im Kupplungsmoment der Kupplung zwischen Verbrennungskraftmaschine und Getriebe spielt nur beim Wiederstart mit Kupplung eine Rolle. Insgesamt ist der Zugkraftfehler beim Wiederstart mit Kupplung etwas höher als beim Wiederstart ohne Kupplung. Sofern mit nicht mehr als 2000 N Zugkraft bzw. 8 kW Fahrleistung elektrisch gefahren wird, sind Zugkraftfehler von mehr als 1000 N bei einem Gesamtgewicht zwischen 1400 kg und 2800 kg und einer Geländesteigung zwischen -12% und 12% nicht zu erwarten, solange die relativen Fehler in den Drehmomenten der Elektromaschinen nicht höher als 5% sind und die Steuerung des betrachteten Antriebs für ein Gesamtgewicht von 1400 kg und für die Fahrt in ebenem Gelände parametrisiert ist. Beim Wiederstart ohne Kupplung ist man weniger auf kurze Zeitkonstanten der Stromregelungen der Elektromaschinen angewiesen. Beim Wiederstart mit Kupplung sollten diese Stromregelungen so ausgelegt werden, dass deren Zeitkonstanten einen Wert von 3 ms nicht überschreiten. Anderenfalls schrumpft der Spielraum für Parameter- und Messunsicherheiten.

Um einen Modewechsel zu vollziehen, ist eine Abtriebskupplung zu schließen und die entgegengesetzte Abtriebskupplung zu öffnen. Im Rahmen dieser Arbeit wurden zwei verschie-

dene Varianten dieses Schaltvorgangs, der asynchrone Modewechsel und der synchrone Modewechsel, untersucht und jeweils ein Steueralgorithmus entworfen. Während der *asynchrone Modewechsel* ausgelöst und vollzogen wird, wenn die zu schließende Abtriebskupplung einen von Null verschiedenen Schlupf mit einem bestimmten Vorzeichen aufweist, führen beim *synchronen Modewechsel* beide Abtriebskupplungen während des Wechsels ihrer Schaltzustände keinen Schlupf. Theoretische Untersuchungen zeigten im Vorfeld, dass der asynchrone Modewechsel nur sehr bedingt und im realen Fahrbetrieb ohne starke Zugkraftschwankungen kaum möglich ist. Der synchrone Modewechsel, der ohne Einschränkungen möglich ist, wurde näher untersucht. Dabei stellte sich heraus, dass eine Zugkraftschwankung von mehr als 1000 N während des Modewechsels bei nicht geschlossener Kupplung zwischen Verbrennungskraftmaschine und Getriebe nicht zu erwarten ist, wenn ein Gesamtgewicht von 2800 kg nicht überschritten wird, eine Geländesteigung zwischen -12% und 12% vorliegt, die relativen Fehler in den Drehmomenten der Elektromaschinen nicht höher als 5% sind und die Steuerung des betrachteten Antriebs für ein Gesamtgewicht von 1400 kg und für die Fahrt in ebenem Gelände parametrierbar ist. Bei einem Modewechsel bei geschlossener Kupplung zwischen Verbrennungskraftmaschine und Getriebe darf die Abweichung zwischen dem bei der Parametrierung angenommenen und dem tatsächlichen Wert des Gesamtgewichts nicht so hoch sein wie bei nicht geschlossener Kupplung zwischen Verbrennungskraftmaschine und Getriebe. Deshalb wurde empfohlen, die Steuerung für ein Gesamtgewicht von 2100 kg (also für einen mittleren Wert des möglichen Gesamtgewichts) zu parametrieren um eine Zugkraftschwankung von 1000 N nicht zu überschreiten. Noch besser wäre eine automatische Schätzung der Gesamtmasse und/oder der Geländesteigung.

Der im Rahmen dieser Arbeit betrachtete Antriebsstrang wurde an der TU Braunschweig ursprünglich für zwei Modi konzipiert. Für die Zukunft kann angeregt werden, den Betrieb dieses Antriebsstrangs in einem dritten Mode auf Rentabilität zu untersuchen. Ein dritter Mode wäre durch Schließen beider Abtriebskupplungen zu schalten, so dass dann ein festes (nicht mehr variables) Übersetzungsverhältnis zwischen der Verbrennungskraftmaschine und den Rädern besteht. Der Antriebsstrang gleicht in diesem Mode einem parallelen hybriden Antriebsstrang mit zwei Elektromaschinen, die komplett abgeschaltet werden können. (In den beiden anderen Modi müssen die Elektromaschinen stets in Betrieb sein.) Eine längere konstante Fahrt in einem bestimmten Geschwindigkeitsbereich könnte in Mode 3 bei abgeschalteten Elektromaschinen günstiger sein als in den anderen Modi, weil im elektrischen Zweig keine Verluste anfallen. Hinsichtlich der Steuerung und Regelung bedeutet die Erweiterung um diesen dritten Mode keinen nennenswerten Mehraufwand. Um

in den dritten Mode zu schalten muss lediglich der synchrone Modewechsel abgebrochen werden, sobald beide Abtriebskupplungen vollständig geschlossen sind. Zum Zurückschalten aus Mode 3 ist lediglich der synchrone Modewechsel mit der Anpassungsphase zu beginnen.

Abschließend sei noch erwähnt, dass an der TU Braunschweig ein Diesel-Hybridkonzept verfolgt wurde. Im Rahmen dieser Arbeit war aber die Art der Verbrennungskraftmaschine und ihr Energieträger unwesentlich. Die Ergebnisse dieser Arbeit sind deshalb als sehr nachhaltig zu betrachten, weil sie auch im Falle anderer Verbrennungskraftmaschinen mit anderen Energieträgern, wie etwa Erdgas oder Wasserstoff, noch von elementarer Bedeutung für den Betrieb des hybriden Antriebsstrangs sind und keiner Modifikation zur Anpassung an eine andere Verbrennungskraftmaschine bedürfen.

A Besetztheitsstrukturen der (Unter-) Eingangsmatrizen

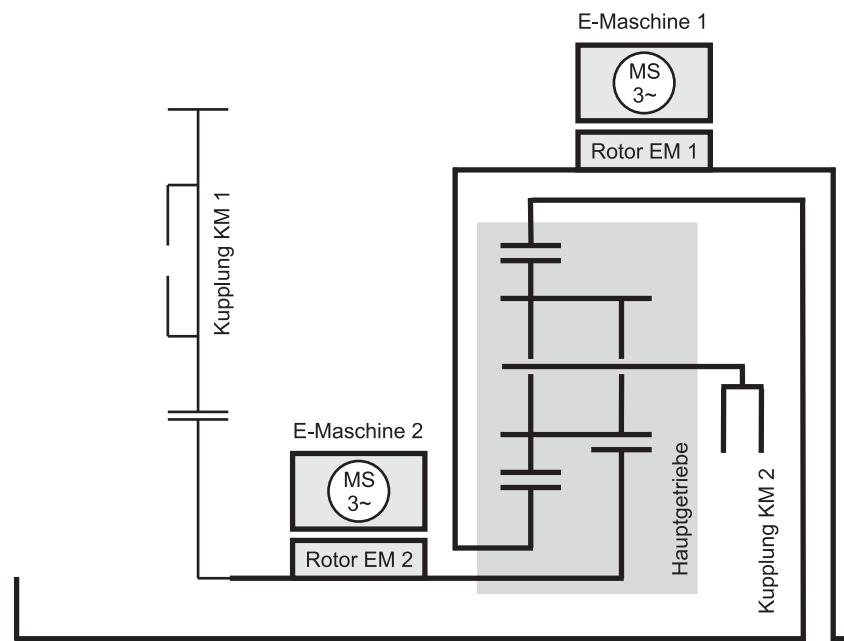
A.1 Besetztheitsstruktur der Unter-Eingangsmatrix ${}^{A1}\mathbf{B}$

Die betrachtete Matrix ${}^{A1}\mathbf{B}$ übernimmt in (2.44) die Rolle der Eingangsmatrix. Um eine Aussage über deren Besetztheitsstruktur zu erleichtern, ist es deshalb sinnvoll, sich nochmals vor Augen zu führen, welcher Teil des Antriebsstrangs durch (2.44) beschrieben wird. Dabei handelt es sich um die Gesamtheit aus dem Kern und den Wellen 2 und 4 des Nachschaltsatzes, wie in Bild A.1(a) veranschaulicht (vgl. Bild 1.4). Wie die erste Zeile von (2.34a) zusammen mit (2.34c) bis (2.34f) offenbart, ist der Teil zwischen dem Angriffspunkt des Kupplungsmoments M_{KM1} und der Sonnenradwelle 2 äquivalent zu einer Welle mit dem Massenträgheitsmoment ${}^Nb_{14}^{-1} = J_{W2} + i_{N24}^{-2} \cdot J_{W4}$, die an einem Ende mit dem Drehmoment

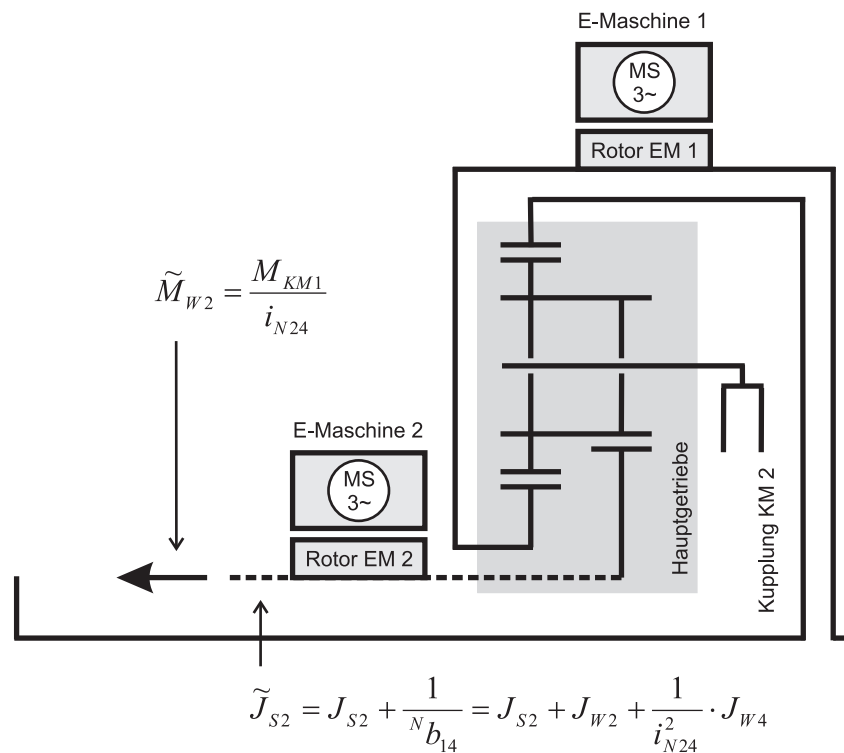
$$\tilde{M}_{W2}(t) = \frac{1}{i_{N24}} \cdot M_{KM1}(t) \quad (\text{A.1})$$

beaufschlagt wird und am anderen Ende mit der Sonnenradwelle 2 verbunden ist. Diese Anordnung führt nämlich zur selben Bewegungsdifferentialgleichung (2.43a). Nun ist es auch möglich, sich das Massenträgheitsmoment zur Sonnenradwelle 2 zugeschlagen zu denken, so dass gedanklich davon ausgegangen werden darf, dass das Drehmoment \tilde{M}_{W2} direkt auf die Sonnenradwelle einer fiktiven Anordnung wirkt, die sich ausschließlich in dem Massenträgheitsmoment der Sonnenradwelle 2 vom Kern des Antriebsstrangs unterscheidet und im Folgenden als fiktiver Kern bezeichnet werden soll. Wie aus den letzten Überlegungen hervorgeht, hat die Sonnenradwelle 2 des fiktiven Kerns folgendes Massenträgheitsmoment:

$$\tilde{J}_{S2} = J_{S2} + J_{W2} + \frac{1}{i_{N24}^2} \cdot J_{W4}. \quad (\text{A.2})$$



(a) Reales System



(b) Äquivalentes System: Der fiktive Kern

Bild A.1: Ausschnitt des Antriebsstrangs, der durch (2.44) beschrieben wird

Bild A.1(b) veranschaulicht den fiktiven Kern.

Analog zum (realen) Kern des Antriebsstrangs muss für den fiktiven Kern folgende Zustandsdifferentialgleichung gelten:

$$\begin{pmatrix} \dot{\omega}_R(t) \\ \dot{\omega}_P(t) \end{pmatrix} = {}^K\mathbf{B}|_{J_{S2}=\tilde{J}_{S2}} \cdot \begin{pmatrix} M_R(t) \\ M_{E1}(t) \\ M_{E2}(t) \\ \tilde{M}_{W2}(t) \\ M_{KM2}(t) \end{pmatrix}. \quad (\text{A.3})$$

Aufgrund der Äquivalenz zwischen dem fiktiven Kern und dem durch (2.44) beschriebenen realen System, dessen Topologie in Bild A.1(a) dargestellt ist, kann auch die Zustandsdifferentialgleichung des fiktiven Kerns zur Beschreibung des realen Systems herangezogen werden. Dazu ist lediglich (A.1) und (A.2) zu berücksichtigen, was zu folgendem Resultat führt:

$$\begin{pmatrix} \dot{\omega}_R(t) \\ \dot{\omega}_P(t) \end{pmatrix} = \left[{}^K\mathbf{b}_1 \quad {}^K\mathbf{b}_2 \quad {}^K\mathbf{b}_3 \quad \frac{{}^K\mathbf{b}_4}{i_{N24}} \quad {}^K\mathbf{b}_5 \right] \Big|_{J_{S2}=\tilde{J}_{S2}} \cdot \begin{pmatrix} M_R(t) \\ M_{E1}(t) \\ M_{E2}(t) \\ M_{KM1}(t) \\ M_{KM2}(t) \end{pmatrix}. \quad (\text{A.4})$$

Ein Vergleich mit (2.44a) offenbart nun einen Zusammenhang zwischen den Eingangsmatrizen des durch (2.44) beschriebenen Teils des Antriebsstrangs und des (realen) Kerns. Es gilt nämlich:

$${}^{A1}\mathbf{B} = \left[{}^K\mathbf{b}_1 \quad {}^K\mathbf{b}_2 \quad {}^K\mathbf{b}_3 \quad \frac{{}^K\mathbf{b}_4}{i_{N24}} \quad {}^K\mathbf{b}_5 \right] \Big|_{J_{S2}=\tilde{J}_{S2}}. \quad (\text{A.5})$$

Dieser Zusammenhang ermöglicht nun eine Aussage über die Besetztheitsstruktur der Unter-Eingangsmatrix ${}^{A1}\mathbf{B}$ des Antriebsstrangs. Wie nämlich am Ende des Abschnitts 2.1.2.3 gezeigt wurde, kann die Eingangsmatrix ${}^K\mathbf{B}$ des Kerns kein Element besitzen, welches unabhängig von den Systemparametern einen Wert von Null hat. Aus (A.5) geht nun hervor, dass die Elemente der ersten bis dritten und fünften Spalte der Eingangsmatrix ${}^K\mathbf{B}$ des Kerns durch eine Variation der Parameter (J_{S2} wird zu \tilde{J}_{S2}) in die entsprechenden Elemente der Unter-Eingangsmatrix ${}^{A1}\mathbf{B}$ übergehen. Deshalb kann auch die

Unter-Eingangsmatrix ${}^{A1}\mathbf{B}$ in den betreffenden Spalten keine Elemente enthalten, die unabhängig von den Parametern stets den Wert Null haben. Die vierte Spalte der Eingangsmatrix ${}^K\mathbf{B}$ des Kerns wird nicht durch Parametervariation allein in die vierte Spalte der Unter-Eingangsmatrix ${}^{A1}\mathbf{B}$ überführt, sondern durch eine zusätzliche (skalare) Division. Da aber eine Division (durch einen endlichen Wert) eines von Null verschiedenen Wertes stets ein von Null verschiedenes Resultat liefert, kann auch die vierte Spalte der Unter-Eingangsmatrix ${}^{A1}\mathbf{B}$ kein Element enthalten, welches unabhängig von den Parametern einen Wert von Null aufweist.

Insgesamt ist also festzuhalten, dass die Existenz von Elementen der Unter-Eingangsmatrix ${}^{A1}\mathbf{B}$, die unabhängig von den Parametern des Antriebsstrangs den Wert Null aufweisen, ausgeschlossen ist.

An dieser Stelle wird nochmals deutlich, wie sinnvoll eine separate Beschreibung der einzelnen Baugruppen und anschließende Synthese der einzelnen Beschreibungen zu einem Gesamtmodell ist. Ohne diese separaten Beschreibungen hätten sich zunächst die dynamischen Gleichungen des gesamten Antriebsstrangs in der gleichen Form wie (2.24) bzw. (2.33) ergeben, die anschließend erst in den Zustandsraum hätten überführt werden müssen. Eine Aussage über die Besetztheitsstruktur der Eingangsmatrix des gesamten Antriebsstrangs, die durch die gewählte Vorgehensweise mit vertretbarem Aufwand gefunden werden konnte, wäre dann erheblich schwieriger geworden.

A.2 Besetztheitsstruktur der Unter-Eingangsmatrix ${}^{A2}\mathbf{B}$

Die Unter-Eingangsmatrix ${}^{A2}\mathbf{B}$ erstreckt sich in (2.48b) über die ersten drei Zeilen. Diese beschreiben einen Ausschnitt des Antriebsstrangs, bestehend aus der (über die geschlossene Kupplung mit dem Hohlrad quasi starr verbundene) Verbrennungskraftmaschine und des bereits in Bild A.1(a) dargestellten Ausschnitts, welcher durch (2.44) (mit der Eingangsmatrix ${}^{A1}\mathbf{B}$) beschrieben wird.

Bei der Betrachtung des gesamten Ausschnitts kann das Massenträgheitsmoment der Verbrennungskraftmaschine gedanklich dem Hohlrad zugeschlagen werden. Das Drehmoment M_{VKM} der Verbrennungskraftmaschine wirkt dann gedanklich direkt auf das Hohlrad und tritt somit an die Stelle des Kupplungsmoments M_R . Folglich kann man sich die Eingangsmatrix ${}^{A2}\mathbf{B}$ für diesen Fall durch Parametervariation aus der Matrix ${}^{A1}\mathbf{B}$ entstanden denken.

Deshalb weist die Unter-Eingangsmatrix $^{A2}\mathbf{B}$ ebenfalls die bereits für $^{A1}\mathbf{B}$ nachgewiesene Eigenschaft auf, dass keine Matrixelemente existieren können, die unabhängig von den Parametern den Wert Null aufweisen.

A.3 Besetztheitsstrukturen der (Unter-) Eingangsmatrizen $^{M1u}\mathbf{B}$ und $^{M1v}\mathbf{B}$

Wie aus (2.57a) bis (2.57c) hervor geht, fließt $^{M1u}\mathbf{B}$ nur in die Beschreibung des gesamten Antriebsstrangs ein, wenn die Kupplung zwischen Verbrennungskraftmaschine und Hohlrad nicht geschlossen ist. Ferner ist leicht zu erkennen, dass die betrachtete Unter-Eingangsmatrix als Eingangsmatrix eines Teilsystems des Antriebsstrangs zu verstehen ist, welches alle Komponenten des gesamten Antriebsstrangs mit Ausnahme der Verbrennungskraftmaschine umfasst. Um eine Aussage über die Besetztheitsstruktur der Eingangsmatrix $^{M1u}\mathbf{B}$ dieses Teilsystems zu erleichtern, soll wieder nach einem äquivalenten System gesucht werden, welches dem betrachteten Teilsystem hinsichtlich der Transparenz überlegen ist.

Die erwünschte Transparenz kann hergestellt werden, indem zuerst der hintere Teil des Antriebsstrangs ab dem Nachschaltsatz bis einschließlich der Räder etwas anders dargestellt wird. Dazu wird das Drehmoment M_{W2} berechnet, welches bei geschlossener Kupplung KM1 von der Sonnenradwelle 2 auf die Welle 2 des Nachschaltsatzes übertragen wird. Durch Einsetzen von (2.56) in (2.43a) ergibt sich:

$$M_{W2}(t) = -\frac{i_{N16}}{i_{N56} \cdot i_{N24}} \cdot M_{KM2}(t) + \frac{1}{i_{end} \cdot i_{N56} \cdot i_{N24}} \cdot \tilde{M}_{Rad}(t) + \frac{1}{N b_{14}} \cdot \dot{\omega}_{S2}(t) + \frac{1}{AE b_{45} \cdot i_{N24}^2 \cdot i_{N56}} \cdot (i_{R2} \cdot \dot{\omega}_R(t) + (1 - i_{R2}) \dot{\omega}_P(t)).$$

Mit der zweiten Zeile aus (2.57f) kann dies unter Beachtung von $\omega_{S2} = \omega_{W2}$ umgeformt werden zu:

$$M_{W2}(t) = \hat{M}_{W2} - \frac{i_{N16}}{i_{N56} \cdot i_{N24}} \cdot M_{KM2}(t) \quad (\text{A.6a})$$

mit

$$\hat{M}_{W2} = J_{1ers} \cdot \dot{\omega}_{W2}(t) + \hat{M}_{Rad}(t), \quad (\text{A.6b})$$

$$\hat{M}_{Rad}(t) = \frac{1}{i_{N56} \cdot i_{N24} \cdot i_{end}} \cdot \tilde{M}_{Rad}(t) \quad (\text{A.6c})$$

und dem Ersatz-Massenträgheitsmoment für den hinteren Teil des Antriebsstrangs ab dem Nachschaltsatz bis einschließlich der Räder:

$$J_{1ers} = \frac{1}{N b_{14}} + \frac{1}{AE b_{45} \cdot i_{N24}^2 \cdot i_{N56}},$$

was sich mit (2.34f) und (2.46c) explizit ergibt zu:

$$J_{1ers} = J_{W2} + \frac{1}{i_{N24}^2} \cdot J_{W4} + \frac{i_{end}^2 \cdot (i_{N16}^2 \cdot J_{W1} + i_{N36}^2 \cdot J_{W3} + i_{N56}^2 \cdot J_{W5} + J_{W6} + J_{end}) + J_{Rad}}{i_{end}^2 \cdot i_{N56}^2 \cdot i_{N24}^2}. \quad (\text{A.6d})$$

(A.6) repräsentiert nun den hinteren Teil des Antriebsstrangs vom Nachschaltsatz bis einschließlich der Räder. Die Transparenz wird noch etwas durch die Tatsache gestört, dass Kern und hinterer Teil des Antriebsstrangs durch zwei Wellen miteinander verbunden sind. Dieser Gegebenheit kann durch Einsetzen von (A.6a) in die Zustandsdifferentialgleichung des Kerns (2.25a) begegnet werden. Es ergibt sich:

$$\begin{pmatrix} \dot{\omega}_R(t) \\ \dot{\omega}_P(t) \end{pmatrix} = {}^{1ers}\mathbf{B} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} M_R(t) \\ M_{E1}(t) \\ M_{E2}(t) \\ \hat{M}_{W2}(t) \\ M_{KM2}(t) \end{pmatrix}}_{:= {}^{1ers1}\mathbf{u}} \quad (\text{A.7a})$$

mit

$${}^{1ers}\mathbf{B} = \begin{bmatrix} {}^K\mathbf{b}_1 & {}^K\mathbf{b}_2 & {}^K\mathbf{b}_3 & {}^K\mathbf{b}_4 & \left({}^K\mathbf{b}_5 - \frac{i_{N16} \cdot {}^K\mathbf{b}_4}{i_{N56} \cdot i_{N24}} \right) \end{bmatrix}. \quad (\text{A.7b})$$

Die Gesamtheit aus (A.7) und (A.6b) bis (A.6d) stellt eine zu (2.57) alternative Beschreibung des gesamten betrachteten Teilsystems dar. Hinter dem Gleichungssystem kann man sich ein mechanisches System vorstellen, das sich aus einem durch (A.7) beschriebenen „vorderen“ Teil und einem durch die restlichen Gleichungen beschriebenen „hinteren“ Teil zusammensetzt. Vorderer und hinterer Teil sind nur durch eine Welle miteinander verbunden. Wie leicht zu erkennen ist, kann man sich hinter (A.6b) eine Welle mit dem Massen-

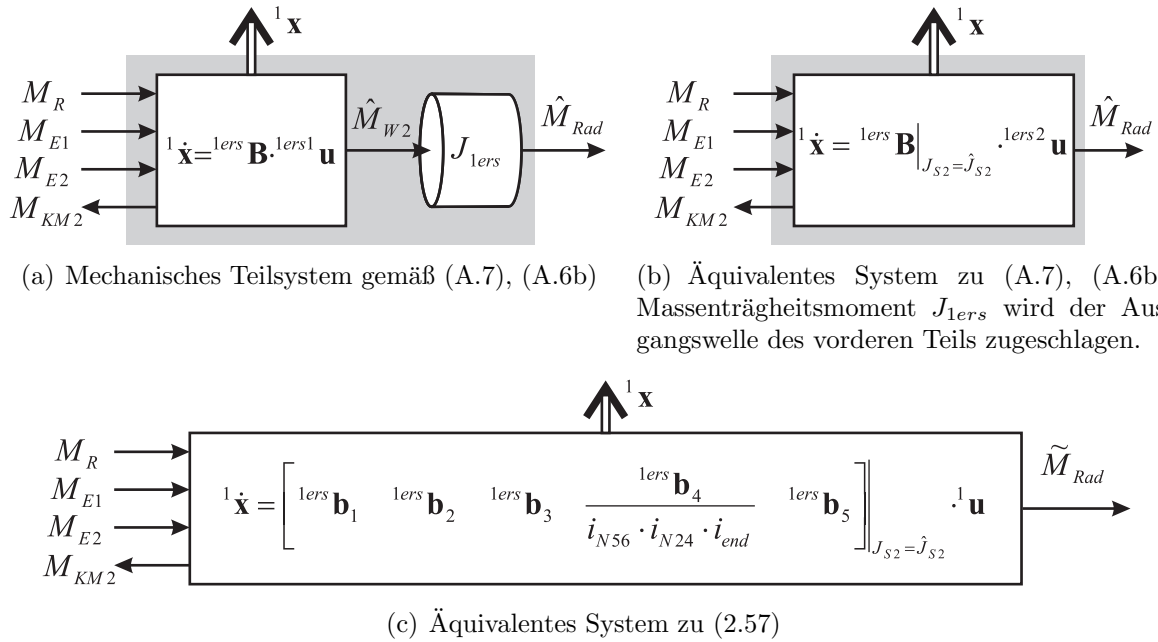


Bild A.2: Sukzessive Konstruktion eines zu (2.57) äquivalenten Systems

trägheitsmoment J_{1ers} vorstellen, die auf einer Seite fest mit dem durch (A.7) beschriebenen vorderen Teil verbunden ist, das Drehmoment \hat{M}_{W2} aufnimmt und auf der anderen Seite das Drehmoment \hat{M}_{Rad} abgibt. Zusammen mit (A.7) wird also das in Bild A.2(a) skizzierte System beschrieben. Dabei ist ${}^1\mathbf{x} := \begin{pmatrix} \omega_R(t) & \omega_P(t) \end{pmatrix}^T$.

Die Eingangsmatrix des vorderen Teils weicht gemäß (A.7b) lediglich in der fünften Spalte von der Eingangsmatrix des Kerns ab, so dass die ersten vier Spalten der Matrix ${}^{1ers}\mathbf{B}$ aufgrund der in Abschnitt 2.1.2.3 festgestellten Eigenschaft der Eingangsmatrix des Kerns keine Elemente enthalten können, die unabhängig von den Parametern den Wert Null aufweisen. Der fünfte Spaltenvektor der Matrix ${}^{1ers}\mathbf{B}$ ist das Resultat einer Linearkombination des vierten und fünften Spaltenvektors der Eingangsmatrix des Kerns. Der einzige von Eins verschiedene Koeffizient der Linearkombination ergibt sich aus Parametern des Nachschaltsatzes, so dass die miteinander kombinierten Vektoren selbst nicht von den Parametern abhängen, welche die Koeffizienten der Linearkombination bilden. Somit können auch in der fünften Spalte keine Elemente existieren, die unabhängig von den Parametern des Systems den Wert Null aufweisen. Diese Eigenschaft gilt also für die gesamte Matrix ${}^{1ers}\mathbf{B}$.

Nach dieser grundlegenden Erkenntnis kann die Vereinfachung fortgesetzt werden, indem das Massenträgheitsmoment J_{1ers} der Ausgangswelle des vorderen Teils zugeschlagen wird.

Die Gesamtheit aus (A.6b) und (A.7) ist also äquivalent zu:

$$\underbrace{\begin{pmatrix} \dot{\omega}_R(t) \\ \dot{\omega}_P(t) \end{pmatrix}}_{=^1\dot{\mathbf{x}}} = {}^{1ers}\mathbf{B}|_{J_{S2}=\hat{J}_{S2}} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} M_R(t) \\ M_{E1}(t) \\ M_{E2}(t) \\ \hat{M}_{Rad}(t) \\ M_{KM2}(t) \end{pmatrix}}_{:=^{1ers}2\mathbf{u}} \quad (\text{A.8a})$$

mit

$$\hat{J}_{S2} = J_{S2} + J_{1ers}. \quad (\text{A.8b})$$

Das entsprechende System, dessen Eingangsmatrix durch Parametervariation aus der Matrix ${}^{1ers}\mathbf{B}$ hervorgeht und deshalb ebenfalls die beschriebene Eigenschaft aufweist, wird durch Bild A.2(b) illustriert.

Dieses System unterscheidet sich vom betrachteten Teilsystem, welches durch (2.57) beschrieben wird, noch in dem Punkt, dass das von der Ausgangswelle abgegebene Drehmoment \hat{M}_{Rad} und nicht \tilde{M}_{Rad} heißt. Um die Äquivalenz zu (2.57) herzustellen, ist deshalb noch (A.6c) einzusetzen und es ergibt sich das in Bild A.2(c) veranschaulichte System, welches beschrieben wird durch:

$$\underbrace{\begin{pmatrix} \dot{\omega}_R(t) \\ \dot{\omega}_P(t) \end{pmatrix}}_{=^1\dot{\mathbf{x}}} = \left[{}^{1ers}\mathbf{b}_1 \quad {}^{1ers}\mathbf{b}_2 \quad {}^{1ers}\mathbf{b}_3 \quad \frac{{}^{1ers}\mathbf{b}_4}{i_{1ers}} \quad {}^{1ers}\mathbf{b}_5 \right] \Big|_{J_{S2}=\hat{J}_{S2}} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} M_R(t) \\ M_{E1}(t) \\ M_{E2}(t) \\ \tilde{M}_{Rad}(t) \\ M_{KM2}(t) \end{pmatrix}}_{:=^1\mathbf{u}} \quad (\text{A.9a})$$

mit

$$i_{1ers} = i_{N56} \cdot i_{N24} \cdot i_{end}, \quad (\text{A.9b})$$

wobei ${}^{1ers}\mathbf{b}_i$ den i -ten Spaltenvektor der Matrix ${}^{1ers}\mathbf{B}$ bezeichnet.

Die Unter-Eingangsmatrix ${}^{M1u}\mathbf{B}$ geht also durch Parametervariation und Division des vierten Spaltenvektors aus der Matrix ${}^{1ers}\mathbf{B}$ hervor. Dividiert wird durch das (endliche und von Null verschiedene) Übersetzungsverhältnis i_{1ers} . Die Besetztheitsstruktur wird durch

die Division nicht beeinflusst. Die Parametervariation verhindert erst recht nicht, dass die Eigenschaft, keine Elemente zu besitzen, die unabhängig von den Parametern den Wert Null aufweisen, von der Matrix ${}^{1ers}\mathbf{B}$ auf die Matrix ${}^{M1u}\mathbf{B}$ übergeht.

Die Unter-Eingangsmatrix ${}^{M1u}\mathbf{B}$ besitzt also kein Element, das unabhängig von den Parametern des Antriebsstrangs den Wert Null aufweist.

Diese Information ermöglicht in Verbindung mit (2.57b) und (2.57c) eine Aussage über die Besetztheitsstruktur der Eingangsmatrix ${}^{M1}\mathbf{B}$ für Mode 1 bei offener Kupplung zwischen Verbrennungskraftmaschine und Hohlrad.

Ist diese Kupplung geschlossen, dann kann das Massenträgheitsmoment der Verbrennungskraftmaschine gedanklich dem Hohlrad zugeschlagen werden. Das Drehmoment M_{VKM} der Verbrennungskraftmaschine wirkt dann gedanklich direkt auf das Hohlrad und tritt somit an die Stelle des Kupplungsmoments M_R . Folglich kann man sich die Eingangsmatrix ${}^{M1v}\mathbf{B}$ für diesen Fall durch Parametervariation aus der Matrix ${}^{M1u}\mathbf{B}$ entstanden denken.

Deshalb kann auch die Eingangsmatrix ${}^{M1v}\mathbf{B}$ für Mode 1 bei geschlossener Kupplung zwischen Verbrennungskraftmaschine und Hohlrad keine Elemente besitzen, die unabhängig von den Parametern den Wert Null aufweisen.

A.4 Besetztheitsstrukturen der (Unter-) Eingangsmatrizen ${}^{M2u}\mathbf{B}$ und ${}^{M2v}\mathbf{B}$

Sie ist auch hier die Eingangsmatrix eines Teilsystems, welches den gesamten Antriebsstrang mit Ausnahme der Verbrennungskraftmaschine umfasst. Dieses Teilsystem ist etwas transparenter darzustellen. Der erste Schritt ist wieder die Gliederung in einen vorderen und einen hinteren Teil.

Der vordere Teil umfasst den Kern des Antriebsstrangs und die Wellen 2 und 4 des Nachschaltsatzes. Dieser Teil wurde bereits im Anhang A.1 betrachtet und in Bild A.1(a) dargestellt. Beschrieben wird dieser vordere Teil durch (2.44). Es wurde bereits bewiesen, dass dessen Eingangsmatrix ${}^{A1}\mathbf{B}$ kein Element besitzt, das unabhängig von den Parametern den Wert Null aufweist.

Der hintere Teil setzt sich folglich aus den restlichen Wellen des Nachschaltsatzes (Wellen 1, 3, 5 und 6) und allen dahinter liegenden Wellen bis einschließlich der Räder zusammen, welcher im Folgenden noch in einer zweckorientierten Weise zu beschreiben ist.

Zuerst wird das Drehmoment M_{KM2} , welches über die geschlossene Kupplung KM2 auf die Welle 1 des Nachschaltsatzes übertragen wird, nochmals anders als in (2.58) dargestellt, nämlich durch die Gleichungen:

$$M_{KM2}(t) = \hat{M}_{KM2} - \frac{i_{N56}}{i_{N16}} \cdot M_{KM1}(t) \quad (\text{A.10a})$$

mit

$$\hat{M}_{KM2} = J_{2ers} \cdot \dot{\omega}_{W1}(t) + \check{M}_{Rad}(t), \quad (\text{A.10b})$$

$$\check{M}_{Rad}(t) = \frac{1}{i_{N16} \cdot i_{end}} \cdot \tilde{M}_{Rad}(t) \quad (\text{A.10c})$$

und dem Ersatz-Massenträgheitsmoment für den hinteren Teil:

$$J_{2ers} = \frac{1}{AE b_{46} \cdot i_{N16}},$$

welches sich mit (2.46d) explizit ergibt zu:

$$J_{2ers} = \frac{i_{end}^2 \cdot (i_{N16}^2 \cdot J_{W1} + i_{N36}^2 \cdot J_{W3} + i_{N56}^2 \cdot J_{W5} + J_{W6} + J_{end}) + J_{Rad}}{i_{end}^2 \cdot i_{N16}^2}. \quad (\text{A.10d})$$

(A.10) beschreibt nun den hinteren Teil des Antriebsstrangs. Die Transparenz wird noch etwas durch die Tatsache gestört, dass Kern und hinterer Teil des Antriebsstrangs durch zwei Wellen miteinander verbunden sind. Dieser Gegebenheit kann durch Einsetzen von (A.10a) in die Zustandsdifferentialgleichung des vorderen Teils (2.44a) begegnet werden. Es ergibt sich:

$$\begin{pmatrix} \dot{\omega}_R(t) \\ \dot{\omega}_P(t) \end{pmatrix} = {}^{2ers}\mathbf{B} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} M_R(t) \\ M_{E1}(t) \\ M_{E2}(t) \\ M_{KM1}(t) \\ \hat{M}_{KM2}(t) \end{pmatrix}}_{:= {}^{2ers1}\mathbf{u}} \quad (\text{A.11a})$$

mit

$${}^{2ers}\mathbf{B} = \begin{bmatrix} {}^{A1}\mathbf{b}_1 & {}^{A1}\mathbf{b}_2 & {}^{A1}\mathbf{b}_3 & \left({}^{A1}\mathbf{b}_4 - \frac{i_{N56}}{i_{N16}} \cdot {}^{A1}\mathbf{b}_5 \right) & {}^{A1}\mathbf{b}_5 \end{bmatrix}. \quad (\text{A.11b})$$

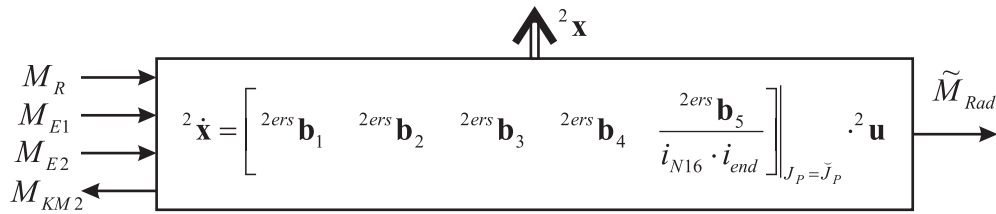
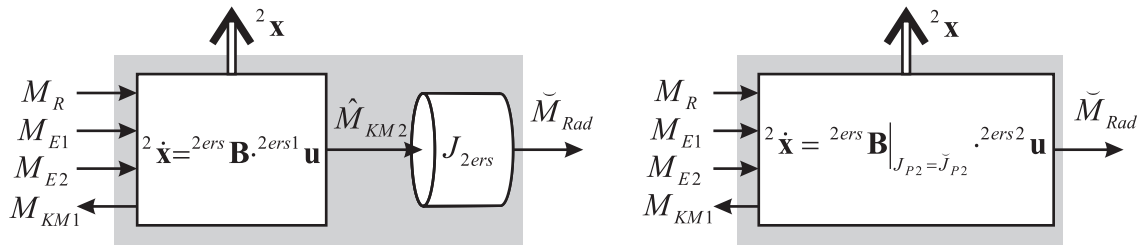


Bild A.3: Sukzessive Konstruktion eines zu (2.59) äquivalenten Systems

Die Gesamtheit aus (A.11) und (A.10b) bis (A.10d) stellt eine zu (2.59) alternative Beschreibung des gesamten betrachteten Teilsystems dar. Nun können die Gleichungen (A.11) und (A.10b) als ein mechanisches System interpretiert werden, wie es in Bild A.3(a) skizziert ist. Dabei ist ${}^2\mathbf{x} := \begin{pmatrix} \omega_R(t) & \omega_P(t) \end{pmatrix}^T$.

Die Matrix ${}^{2ers}\mathbf{B}$ ist bis auf einen Spaltenvektor mit der Matrix ${}^{A1}\mathbf{B}$ identisch, wobei der abweichende Spaltenvektor eine Linearkombination zweier Spaltenvektoren der Matrix ${}^{A1}\mathbf{B}$ darstellt. Der von Eins verschiedene Koeffizient der Linearkombination ist das Verhältnis zweier Übersetzungen des Nachschaltsatzes. (2.44b) offenbart in Verbindung mit (2.34f), dass diese Übersetzungen des Nachschaltsatzes nicht in die Matrix ${}^{A1}\mathbf{B}$ eingehen. Diese Gegebenheiten reichen aus, um die Existenz von Elementen der Matrix ${}^{2ers}\mathbf{B}$, die unabhängig von den Parametern den Wert Null aufweisen, ebenfalls auszuschließen.

Um fortzufahren kann das Massenträgheitsmoment J_{2ers} gedanklich der Ausgangswelle des vorderen Teils zugeschlagen werden, so dass das Drehmoment \tilde{M}_{Rad} in Gedanken direkt auf die Ausgangswelle des vorderen Teils wirkt. Die Gesamtheit aus (A.11) und (A.10b)

ist also äquivalent zu:

$$\underbrace{\begin{pmatrix} \dot{\omega}_R(t) \\ \dot{\omega}_P(t) \end{pmatrix}}_{=^2\dot{\mathbf{x}}} = {}^{2ers}\mathbf{B} \Big|_{J_P=\check{J}_P} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} M_R(t) \\ M_{E1}(t) \\ M_{E2}(t) \\ M_{KM1}(t) \\ \check{M}_{Rad}(t) \end{pmatrix}}_{:=^{2ers}2\mathbf{u}} \quad (\text{A.12a})$$

mit

$$\check{J}_P = J_P + J_{2ers}. \quad (\text{A.12b})$$

Das durch (A.12) beschriebene System wird durch Bild A.3(b) illustriert.

In Bild A.3(b) heißt das Drehmoment der Ausgangswelle nicht wie in (2.59) \tilde{M}_{Rad} , sondern \check{M}_{Rad} . Um eine Äquivalenz zu (2.59) herzustellen ist deshalb noch (A.10c) zu berücksichtigen. Damit ergibt sich das in Bild A.3(c) veranschaulichte System, welches beschrieben wird durch:

$$\underbrace{\begin{pmatrix} \dot{\omega}_R(t) \\ \dot{\omega}_P(t) \end{pmatrix}}_{=^2\dot{\mathbf{x}}} = \left[\begin{array}{ccccc} {}^{2ers}\mathbf{b}_1 & {}^{2ers}\mathbf{b}_2 & {}^{2ers}\mathbf{b}_3 & {}^{2ers}\mathbf{b}_4 & \frac{{}^{2ers}\mathbf{b}_5}{i_{N16} \cdot i_{end}} \end{array} \right] \Big|_{J_P=\check{J}_P} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} M_R(t) \\ M_{E1}(t) \\ M_{E2}(t) \\ M_{KM1}(t) \\ \check{M}_{Rad}(t) \end{pmatrix}}_{:=^2\mathbf{u}}. \quad (\text{A.13})$$

Die Unter-Eingangsmatrix ${}^{M2u}\mathbf{B}$ geht also durch Parametervariation und Division des fünften Spaltenvektors aus der Matrix ${}^{2ers}\mathbf{B}$ hervor. Genau wie in Mode 1, geht auch in diesem Fall die diskutierte Eigenschaft der Matrix ${}^{2ers}\mathbf{B}$ auf die Matrix ${}^{M2u}\mathbf{B}$ über.

Die Unter-Eingangsmatrix ${}^{M2u}\mathbf{B}$ besitzt also kein Element, das unabhängig von den Parametern des Antriebsstrangs den Wert Null aufweist.

Diese Information ermöglicht in Verbindung mit (2.59b) und (2.59c) eine Aussage über die Besetztheitsstruktur der Eingangsmatrix ${}^{M2}\mathbf{B}$ für Mode 2 bei offener Kupplung zwischen Verbrennungskraftmaschine und Hohlrad.

Ist diese Kupplung geschlossen, dann kann das Massenträgheitsmoment der Verbrennungs-

kraftmaschine gedanklich dem Hohlrad zugeschlagen werden. Wie in Mode 1 kann man sich dann auch hier die Eingangsmatrix ${}^{M2v}\mathbf{B}$ durch Parametervariation aus der Matrix ${}^{M2u}\mathbf{B}$ entstanden denken.

Deshalb kann auch die Eingangsmatrix ${}^{M2v}\mathbf{B}$ für Mode 2 bei geschlossener Kupplung zwischen Verbrennungskraftmaschine und Hohlrad keine Elemente besitzen, die unabhängig von den Parametern den Wert Null aufweisen.

B Mathematische Beschreibung des gesamten Antriebs bei formschlüssiger Verbindung zwischen Fahrzeug und Fahrbahn

Als Ergänzung zu den Ausführungen in Kapitel 4 soll der gesamte Antrieb im Folgenden noch für den Fall einer formschlüssigen Verbindung zwischen Fahrzeug und Fahrbahn – wie sie etwa bei Zahnradbahnen vorkommt – mathematisch beschrieben werden. Im Unterschied zu der bereits betrachteten kraftschlüssigen Verbindung ist hier kein Schlupf zwischen den (Antriebs-) Rädern und der Fahrbahn möglich. In Abschnitt 4.4 wurde für diesen Fall bereits eine Beschreibung für den gesamten Antrieb hergeleitet. Diese gilt, wenn bei geschlossener Kupplung zwischen Verbrennungskraftmaschine und Hohlrad in einem der Modi gefahren wird. Um auch alle anderen Kupplungs-Schaltzustandskombinationen abzudecken, soll hier eine allgemeinere Beschreibung hergeleitet werden.

Da sich bei formschlüssigen Verbindungen zwischen Fahrzeug und Fahrbahn keine Diskrepanz zwischen der Umfangsgeschwindigkeit der Antriebsräder und der gefahrenen Geschwindigkeit aufbauen kann, gilt (unter Beachtung von (2.49h)):

$$v(t) = r_{Rad0} \cdot \omega_{Rad}(t) = \frac{r_{Rad0}}{i_{end}} \cdot \omega_{W6}(t). \quad (\text{B.1})$$

Mit (3.9) ergibt sich daraus das Radmoment

$$M_{Rad}(t) = \frac{r_{Rad0}^2 \cdot m}{i_{end}} \cdot \dot{\omega}_{W6}(t) + r_{Rad0} \cdot F_{nl}(t), \quad (\text{B.2})$$

wobei die grundsätzliche Zusammensetzung des nichtlinearen Zugkraftanteils F_{nl} gemäß (3.8) unverändert bleibt. Allerdings muss für den Rollwiderstand eine den veränderten

Gegebenheiten angepasste Gleichung zur Anwendung kommen.

In der Beschreibung der Fahrwiderstände (B.2) findet man bei dieser Art der Kraftübertragung einen zeitlichen Differentialquotienten einer Zustandsgröße des Antriebsstrangs vor. Im Gegensatz zur kraftschlüssigen Verbindung ist es in diesem Fall also nicht möglich, jeweils ein separates blockorientiertes Simulationsmodell für den Antriebsstrang und die Fahrwiderstände zu erstellen, welche dann durch Rückführung des Radmoments auf das Modell des Antriebsstrangs zu einem Modell des gesamten Antriebs zusammengesetzt werden. Das Modell für die Fahrwiderstände bräuchte dann nämlich die Winkelbeschleunigung $\dot{\omega}_{W6}$ einer Welle des Antriebsstrangs. Deren Berechnung durch das Modell des Antriebsstrangs würde wiederum die Kenntnis des Radmoments erfordern. Es würde also eine algebraische Schleife vorliegen.

Die algebraische Schleife kann nochmals in einer Gleichung sichtbar gemacht werden, indem die Beschreibung der Fahrwiderstände (B.2) in die Zustandsdifferentialgleichung des Antriebsstrangs (2.46a) eingesetzt wird. Dadurch ergibt sich unter Beachtung von (2.38):

$$\begin{pmatrix} \dot{\omega}_{VKM}(t) \\ \dot{\omega}_R(t) \\ \dot{\omega}_P(t) \\ \dot{\omega}_{W6}(t) \end{pmatrix} = {}^{AE}\mathbf{B} \cdot \begin{pmatrix} {}^{A1}\mathbf{u}(t) \\ M_{KM1}(t) \\ M_{KM2}(t) \\ \frac{r_{Rad0}^2 \cdot m}{i_{end}} \cdot \dot{\omega}_{W6}(t) + r_{Rad0} \cdot F_{nl}(t) - M_{brems}(t) \end{pmatrix}$$

mit dem Unter-Eingangsvektor ${}^{A1}\mathbf{u}$ gemäß (2.49c). Die algebraische Schleife äußert sich nun in dem Auftreten der Winkelbeschleunigung $\dot{\omega}_{W6}$ auf beiden Seiten des Gleichheitszeichens. Um die Schleife aufzulösen, wird unter Beachtung von (2.46b) zunächst umgeformt zu:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{i_{end} - {}^{AE}b_{47} \cdot r_{Rad0}^2 \cdot m}{i_{end}} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{\omega}_{VKM}(t) \\ \dot{\omega}_R(t) \\ \dot{\omega}_P(t) \\ \dot{\omega}_{W6}(t) \end{pmatrix} = {}^{AE}\mathbf{B} \cdot \begin{pmatrix} {}^{A1}\mathbf{u}(t) \\ M_{KM1}(t) \\ M_{KM2}(t) \\ r_{Rad0} \cdot F_{nl}(t) - M_{brems}(t) \end{pmatrix}.$$

Durch Invertierung der linken Matrix¹ und anschließender Multiplikation von links ergibt

¹Die Invertierung der Matrix erfolgt hier am schnellsten durch gedankliche Erweiterung der zu invertierenden Matrix um eine (östlich zu ihr angeordnete) Einheitsmatrix und anschließender/n elementarer/n Zeilenumformung/en, bis aus der ursprünglichen Matrix eine Einheitsmatrix wird. Wie die Matrizenrechnung lehrt, geht die bei der Erweiterung zugefügte Einheitsmatrix dabei in die gesuchte inverse Matrix über.

sich die Zustandsdifferentialgleichung

$$\begin{pmatrix} \dot{\omega}_{VKM}(t) \\ \dot{\omega}_R(t) \\ \dot{\omega}_P(t) \\ \dot{\omega}_{W6}(t) \end{pmatrix} = {}^F\mathbf{T} \cdot {}^{AE}\mathbf{B} \cdot \begin{pmatrix} {}^{A1}\mathbf{u}(t) \\ M_{KM1}(t) \\ M_{KM2}(t) \\ r_{Rad0} \cdot F_{nl}(t) - M_{brems}(t) \end{pmatrix} \quad (\text{B.3a})$$

des gesamten Antriebs (bei maximaler Ordnung) mit der Transformationsmatrix

$${}^F\mathbf{T} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{i_{end}}{i_{end} - {}^{AE}b_{47} \cdot r_{Rad0}^2 \cdot m} \end{pmatrix}, \quad (\text{B.3b})$$

wobei ${}^{AE}b_{47}$ das Element in der 4-ten Zeile und 7-ten Spalte der Eingangsmatrix ${}^{AE}\mathbf{B}$ des Antriebsstrangs gemäß (2.46b) bezeichnet und dem Unter-Eingangsvektor ${}^{A1}\mathbf{u}$ gemäß (2.49c) (wobei von nicht geschlossener Kupplung zwischen Verbrennungskraftmaschine und Hohlrad auszugehen ist). Da es sich bei der Transformationsmatrix ${}^F\mathbf{T}$ um eine konstante Diagonalmatrix handelt, *weist die Eingangsmatrix ${}^F\mathbf{T} \cdot {}^{AE}\mathbf{B}$ des gesamten hier betrachteten Antriebs die selbe Besetztheitsstruktur auf, wie die Eingangsmatrix ${}^{AE}\mathbf{B}$ des Antriebsstrangs gemäß (2.46b)*. Der nichtlineare Zugkraftanteil F_{nl} ergibt sich gemäß (3.8), wobei jedoch für den Rollwiderstand eine den veränderten Gegebenheiten angepasste Gleichung zur Anwendung kommen muss. Die Kupplungsmomente M_R , M_{KM1} und M_{KM2} ergeben sich weiterhin gemäß (4.1). Vervollständigt wird die Zustandsbeschreibung durch die Ausgangsgleichungen (B.1), (2.49g) und (2.49i) bis (2.49k), die hier nicht wiederholt werden sollen.

Aus der soeben vorgestellten mathematischen Beschreibung des gesamten Antriebs lässt sich das in Bild B.1 illustrierte Strukturbild konstruieren. Es ähnelt sehr dem entsprechenden Strukturbild für den Antrieb mit kraftschlüssiger Kraftübertragung aus Bild 4.1. Der Unterschied wird hauptsächlich in den hell hinterlegten Rahmen beider Strukturbilder sichtbar. Der untere dunkel hinterlegte Rahmen ist hier wegen des zusätzlichen Proportionalgliedes nicht mehr allein einer Baugruppe des Antriebsstrangs zuzuordnen. Die beiden oberen dunkel hinterlegten Rahmen haben sich gegenüber Bild 4.1 nicht verändert und sind auch den selben Baugruppen zuzuordnen wie in Bild 4.1.

Das in Bild B.1 gezeigte Strukturbild lässt sich ebenfalls direkt in ein blockorientiertes

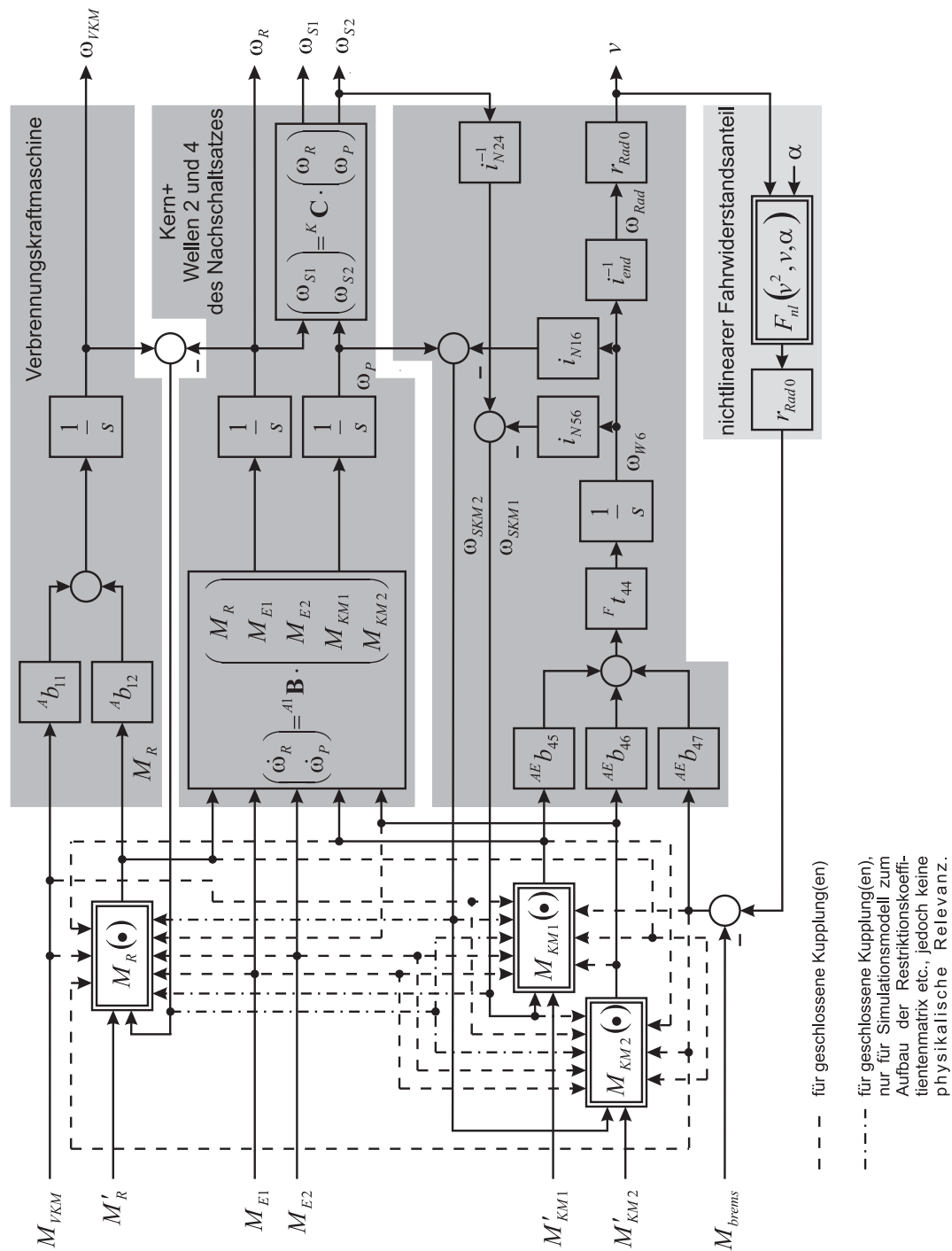


Bild B.1: Struktur des gesamten Antriebs bei formschlüssiger Verbindung zwischen Fahrzeug und Fahrbahn

Simulationsmodell umsetzen, das alle möglichen Kupplungs-Schaltzustandskombinationen abdeckt. Was hierzu noch fehlt, ist eine Grundlage zum Auffinden der in den Kupplungsblöcken zu hinterlegenden Gleichungen für geschlossene Kupplungen. Bei der kraftschlüssigen Verbindung zwischen Fahrzeug und Fahrbahn konnte zu diesem Zweck auf die in Abschnitt 2.4.2.5 hergeleitete Vektorgleichung (2.55) verwiesen werden. Eine Gleichung dieser Form lässt sich für diesen Fall nun sehr schnell angeben. Die zentrale Rolle bei der Herleitung der Vektorgleichung (2.55) spielte nämlich die Gleichung (2.50), die lediglich eine andere Form der Zustandsdifferentialgleichung (2.46a) des Antriebsstrangs darstellt. Die sonst noch eingeflossenen Drehzahlrestriktionen gelten auch hier. Vergleicht man nun die Zustandsdifferentialgleichung (B.3a) des gesamten hier betrachteten Antriebs mit der Zustandsdifferentialgleichung (2.46a) des Antriebsstrangs, so folgt beim Betrachten von (2.50) aus (2.55) sofort

$$\begin{pmatrix} \dot{\omega}_{VKM}(t) \\ \dot{\omega}_R(t) \\ \dot{\omega}_P(t) \\ \dot{\omega}_{W6}(t) \\ {}^a\mathbf{m} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{I} & -{}^F\mathbf{T} \cdot {}^a\mathbf{B} \\ \boldsymbol{\Psi} & \mathbf{0} \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} {}^F\mathbf{T} \cdot {}^{A3}\mathbf{B} & {}^F\mathbf{T} \cdot {}^u\mathbf{B} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} M_{VKM}(t) \\ M_{E1}(t) \\ M_{E2}(t) \\ r_{Rad0} \cdot F_{nl}(t) - M_{brems}(t) \\ {}^u\mathbf{m} \end{pmatrix} \quad (\text{B.4})$$

mit ${}^F\mathbf{T}$ gemäß (B.3b), ${}^{A3}\mathbf{B}$ gemäß (2.51) und der Einheitsmatrix \mathbf{I} . Die Matrizen ${}^u\mathbf{B}$, ${}^a\mathbf{B}$ und $\boldsymbol{\Psi}$, sowie die Vektoren ${}^u\mathbf{m}$ und ${}^a\mathbf{m}$ sind bereits aus Abschnitt 2.4.2.5 bekannt und sollen hier nicht nochmals erläutert werden.

C Technische Daten

Im Folgenden werden die technischen Daten aufgelistet, die für die durchgeführten Berechnungen und Simulationen relevant waren.

C.1 Technische Daten des Antriebs

C.1.1 Technische Daten des Antriebsstrangs

Massenträgheitsmomente des Antriebsstrangs

Welle	Formelzeichen	Massenträgheitsmoment
Sonnenradwelle 1 einschließlich Elektromaschine 1	J_{S1}	0,051 N m s ²
Sonnenradwelle 2 einschließlich Elektromaschine 2	J_{S2}	0,051 N m s ²
Elektromaschine 1		0,05 N m s ²
Elektromaschine 2		0,05 N m s ²
Räder (insgesamt)	J_{Rad}	8 N m s ²
Verbrennungskraftmaschine einschließlich 2-Massen-Schwinger und Eingangswelle der Kupplung	J_{VKM}	0,25 N m s ²

Die Massenträgheitsmomente aller anderen Wellen werden pauschal mit 10⁻⁴ N m s² angenommen.

Sonstige Daten der Elektromaschinen und der Verbrennungskraftmaschine

Elektromaschine 1:

maximale mechanische Leistung (dauerhaft)	30 kW
maximales Drehmoment (dauerhaft)	140 N m

Elektromaschine 2:

maximale mechanische Leistung (dauerhaft)	35 kW
maximales Drehmoment (dauerhaft)	160 N m

Beide Elektromaschinen können bis zu ihren Eckdrehzahlen um den Faktor 1,2 überlastet werden. Dieser Überlastbarkeitsfaktor fällt mit steigender Drehzahl linear ab, bis er bei einer Drehzahl von 7500 min^{-1} einen Wert von 1 erreicht.

Für das gemittelte Schleppmoment der Verbrennungskraftmaschine (ohne das zur Überwindung der Trägheit erforderliche Drehmoment) wird ein Wert von 9 N m angenommen.

Übersetzungsverhältnisse und Radian

Formelzeichen

Standübersetzung	i_{R1}	$\approx -1,917$
Standübersetzung	i_{R2}	2,3
Standübersetzung	i_{F2}	-2
Übersetzung	i_{N16}	4
Übersetzung	i_{N36}	4
Übersetzung	i_{N56}	4
Übersetzung	i_{N24}	$\approx 3,222$
Übersetzung	i_{end}	1
aktiver Radradius	r_{Rad0}	0,317 m

C.1.2 Fahrwiderstandsdaten

Größe	Formelzeichen	
Gesamtgewicht einschließlich Anhänger	m	maximal 2800 kg
Luftwiderstandsbeiwert	c_W	0,328
Querspanntfläche	A	2,38 m ²
Rollwiderstandsbeiwert	f_R	0,01
Luftdichte	ρ	1,25 $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

D Matrizen der äquivalenten und approximativen Zustandsdifferentialgleichung aus Abschnitt 4.4

D.1 Besetztheitsstrukturen der Matrizen der approximativen Zustandsdifferentialgleichung

Im Folgenden soll eine Aussage über die Besetztheitsstrukturen der Eingangsmatrix ${}^{Rx}\mathbf{B}$, der Störgrößeneingangsmatrix ${}^{Rx}\mathbf{E}$ und der Zustandsrückführung ${}^{Rx}\mathbf{a}$ der *approximativen* Beschreibung (4.7) des gesamten Antriebs gefunden werden. Rückblickend auf deren Herleitung in Abschnitt 4.4 ist festzustellen, dass diese durch die Annahmen

$$S_R(t) = 0 \quad (\text{D.1a})$$

und

$$\dot{S}_R(t) = 0 \quad (\text{D.1b})$$

aus der zu dem Gleichungssystem (4.3a), (4.3c), (4.3h) und (4.3j) äquivalenten Beschreibung (4.6)¹ entstanden ist. Diese wiederum ist durch Einsetzen von (4.5) in (2.60a) entstanden.

Anstatt durch Einsetzen von (4.5) in (2.60a) die äquivalente Beschreibung (4.6) zu erhalten und darin dann (D.1) einzusetzen, kann (D.1) auch zuerst in (4.5) eingesetzt werden und

¹Wie aus Abschnitt 4.4 bereits hervor geht, ist diese Beschreibung nur in Verbindung mit (4.4b) zu dem genannten Gleichungssystem äquivalent. Diese Tatsache ist hier aber nicht weiter von Bedeutung.

den dadurch erhaltenden Ausdruck

$$\tilde{M}_{Rad}(t) = m \cdot r_{Rad0}^2 \cdot \dot{\omega}_{Rad}(t) + r_{Rad0} \cdot F_{nl}(t) - M_{brems}. \quad (D.2)$$

dann in die (vom Reifenschlupf S_R und dessen zeitlichem Differentialquotienten \dot{S}_R unabhängige) verallgemeinerte Zustandsdifferentialgleichung (2.60a) eingesetzt werden. So ergibt sich unmittelbar die approximative Beschreibung (4.7), deren Matrizen hier im Fokus der Betrachtung stehen.

Die approximative Beschreibung (4.7) beschreibt demnach das selbe System wie das Gleichungssystem bestehend aus (2.60a) und (D.2). (2.60a) beschreibt bekanntlich den Antriebsstrang. Hinter (D.2) darf man sich eine Welle mit dem Massenträgheitsmoment

$$J_m = m \cdot r_{Rad0}^2 \quad (D.3)$$

vorstellen, die auf der einen Seite mit dem Brutto-Radmoment \tilde{M}_{Rad} angetrieben und auf der anderen Seite mit dem Lastmoment

$$M_L(t) = r_{Rad0} \cdot F_{nl}(t) - M_{brems}(t) \quad (D.4)$$

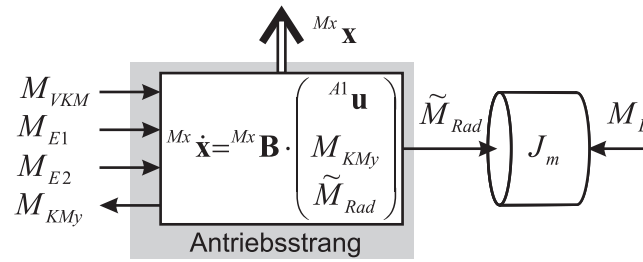
beaufschlagt wird. Insgesamt darf man sich also das in Bild D.1(a) dargestellte System durch das Gleichungssystem bestehend aus (2.60a) und (D.2) – bzw. die daraus hervorgehende approximative Beschreibung (4.7) – beschrieben denken. Die graue Umrahmung hebt dabei den Antriebsstrang hervor.

Nun darf man sich das Massenträgheitsmoment J_m dem Massenträgheitsmoment J_{Rad} der Räder zugeschlagen denken. Das Lastmoment M_L wirkt dann gedanklich direkt auf den Antriebsstrang. Dieser Gedanke transformiert das Gleichungssystem bestehend aus (2.60a) und (D.2) zu:

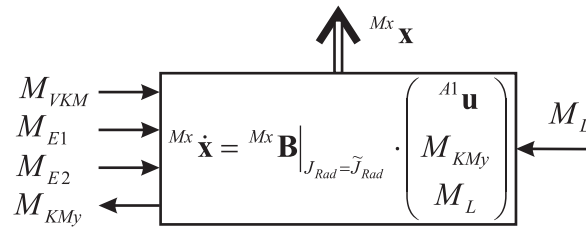
$${}^{Mx}\dot{\mathbf{x}} = {}^{Mx}\mathbf{B} \Big|_{J_{Rad}=\tilde{J}_{Rad}} \cdot \begin{pmatrix} {}^{A1}\mathbf{u}(t) \\ M_{KMy}(t) \\ M_L(t) \end{pmatrix} \quad (D.5a)$$

mit

$$\tilde{J}_{Rad} = J_{Rad} + J_m. \quad (D.5b)$$



(a) Mechanisches System gemäß dem Gleichungssystem (2.60a), (D.2)



(b) Äquivalentes System zu (4.7): Massenträgheitsmoment J_m wird dem Trägheitsmoment der Räder zugeschlagen.

Bild D.1: Sukzessive Konstruktion eines zur approximativen Beschreibung (4.7) äquivalenten Systems

(D.5a) kann unter Beachtung von (D.4), (3.8), (3.4), (3.6), (4.4a), (D.1a) und (2.61b) leicht auf die gleiche Form wie (4.7a) gebracht werden. Wie leicht nachvollzogen werden kann, ergibt sich die Zustandsrückführung der Strecke dabei zu:

$${}^{Rx} \mathbf{a}(\mathbf{x}(t)) = {}^{Rxv} \mathbf{b}_5 \Big|_{J_{Rad}=\tilde{J}_{Rad}} \cdot \frac{\rho \cdot c_x \cdot A \cdot r_{Rad0}}{2} \cdot \overbrace{r_{Rad0} \cdot {}^{Nx} \mathbf{c}_1^T \cdot M_x \mathbf{x}(t)}^{=v(t)} \cdot \left(\underbrace{r_{Rad0} \cdot {}^{Nx} \mathbf{c}_1^T \cdot M_x \mathbf{x}(t)}_{=v(t)} - 2 \cdot \cos(\tau_W(t)) \cdot v_W(t) \right), \quad (D.6)$$

weiterhin ergibt sich die Eingangsmatrix

$${}^{Rx} \mathbf{B} = \begin{bmatrix} {}^{Mxv} \mathbf{b}_2 & {}^{Mxv} \mathbf{b}_3 \end{bmatrix} \Big|_{J_{Rad}=\tilde{J}_{Rad}} \quad (D.7a)$$

und die Störgrößeneingangsmatrix

$${}^{Rx} \mathbf{E} = \begin{bmatrix} {}^{Mxv} \mathbf{b}_1 & {}^{Mxv} \mathbf{b}_4 & -{}^{Mxv} \mathbf{b}_5 & {}^{Mxv} \mathbf{b}_5 \cdot r_{Rad0} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & \frac{\rho \cdot c_x \cdot A}{2} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \Big|_{J_{Rad}=\tilde{J}_{Rad}} \cdot (D.7b)$$

(D.7) verdeutlicht nun, dass man sich die Eingangsmatrix $^{Rx}\mathbf{B}$ und die Störgrößeneingangsmatrix $^{Rx}\mathbf{E}$ aus den (zum Teil mit von Eins – aber stets von Null – verschiedenen skalaren Faktoren multiplizierten) Spaltenvektoren der Eingangsmatrix $^{Mxv}\mathbf{B}$ zusammengesetzt denken kann, die zuvor der Parametervariation $J_{Rad} = \tilde{J}_{Rad}$ unterzogen wurde.

Wie mit (2.62b) aus den Anhängen A.3 und A.4 hervor geht, kann die Eingangsmatrix $^{Mxv}\mathbf{B}$ keine Elemente besitzen, die unabhängig von den Systemparametern den Wert Null aufweisen. Dies muss zwangsläufig auch für jeden ihrer Spaltenvektoren gelten. Eine Parametervariation ändert an dieser Eigenschaft nichts. Außerdem bleibt die Besetztheitsstruktur eines Vektors durch eine Multiplikation mit einem von Null verschiedenen skalaren Faktor unverändert.

Deshalb kann auch die Eingangsmatrix $^{Rx}\mathbf{B}$ und die Störgrößeneingangsmatrix $^{Rx}\mathbf{E}$ der approximativen Beschreibung keine Elemente besitzen, die unabhängig von den Systemparametern den Wert Null aufweisen.

Den Vektor $^{Rx}\mathbf{a}$ der Zustandsrückführung kann man gemäß (D.6) in ein Produkt aus einem Skalar und einem Spaltenvektor aufspalten. Letzterer ist den obigen Ausführungen zufolge als voll besetzt anzunehmen, d. h. dass beide Zustandsgrößen durch die Rückführung beeinflusst werden. Jedoch verrät die Besetztheitsstruktur des Zeilenvektors $^{Nx}\mathbf{c}_1^T$ der verallgemeinerten Ausgangsmatrix $^{Nx}\mathbf{C}$ gemäß (2.62c), dass nur in Mode 1 beide Zustandsgrößen zurückgeführt werden, während in Mode 2 lediglich die Winkelgeschwindigkeit ω_P des Planetenträgers als Zustandsgröße zurückgeführt wird.

D.2 Reifenschlupfabhängige Matrizen der äquivalenten Zustandsdifferentialgleichung

Mit den im Anhang C angegebenen technischen Daten des Antriebs ergeben sich die Matrizen aus Abschnitt 4.4 für einen Reifenschlupf (beim Antreiben) von 0,1 wie folgt:

$$^{R1S}\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 3,745 & 0,499 \\ 7,209 & 0,068 \end{pmatrix} \quad (\text{D.8})$$

und

$$^{R1S}\mathbf{E} = \begin{pmatrix} 1,5 & -2,115 & 0,0387 & -0,0123 & -0,0123 & -0,00599 \\ 2,27 & -3,942 & 0,0053 & -0,0017 & -0,0017 & -0,00082 \end{pmatrix} \quad (\text{D.9})$$

für Mode 1, sowie

$${}^{R2S}\mathbf{B} = \begin{pmatrix} -2,561 & 3,23 \\ 0,2 & 0,014 \end{pmatrix} \quad (\text{D.10})$$

und

$${}^{R2S}\mathbf{E} = \begin{pmatrix} 1,445 & -0,931 & 0,018 & -0,0056 & -0,0056 & -0,0028 \\ 0,071 & 0,111 & 0,029 & -0,0091 & -0,0091 & -0,0045 \end{pmatrix} \quad (\text{D.11})$$

für Mode 2.

Für den Fall, dass kein Reifenschlupf vorliegt, ergibt sich

$${}^{R1}\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 3,775 & 0,458 \\ 7,213 & 0,062 \end{pmatrix} \quad (\text{D.12})$$

und

$${}^{R1}\mathbf{E} = \begin{pmatrix} 1,48 & -2,125 & 0,0355 & -0,0113 & -0,0113 & -0,0055 \\ 2,267 & -3,943 & 0,0048 & -0,0015 & -0,0015 & -0,00075 \end{pmatrix} \quad (\text{D.13})$$

für Mode 1, sowie

$${}^{R2}\mathbf{B} = \begin{pmatrix} -2,573 & 3,229 \\ 0,182 & 0,013 \end{pmatrix} \quad (\text{D.14})$$

und

$${}^{R2}\mathbf{E} = \begin{pmatrix} 1,441 & -0,938 & 0,016 & -0,0051 & -0,0051 & -0,0025 \\ 0,065 & 0,101 & 0,026 & -0,0083 & -0,0083 & -0,0041 \end{pmatrix} \quad (\text{D.15})$$

für Mode 2.

Um Platz zu sparen wurden die Einheiten in (D.8) bis (D.15) nicht angegeben, was nun nachgeholt werden soll. Die Eingangsmatrizen ${}^{R1S}\mathbf{B}$, ${}^{R2S}\mathbf{B}$, ${}^{R1}\mathbf{B}$ und ${}^{R2}\mathbf{B}$ haben die Einheit $\frac{1}{\text{N m s}^2}$.

Für die Störgrößeneingangsvektoren ${}^{R1S}\mathbf{E}$, ${}^{R2S}\mathbf{E}$, ${}^{R1}\mathbf{E}$ und ${}^{R2}\mathbf{E}$ gilt folgendes:

Die ersten drei Spaltenvektoren haben ebenfalls die Einheit $\frac{1}{\text{N m s}^2}$, während der vierte

und fünfte Spaltenvektor die Einheit $\frac{1}{\text{Ns}^2}$ und der sechste Spaltenvektor die Einheit $\frac{1}{\text{m}^2}$ hat.

E Alternative Formulierung der Optimalsteuerungsaufgabe für den Wiederstart und der Satz von Feldbaum

In Abschnitt 6.1.3 wurde für den Wiederstart die Optimalsteuerungsaufgabe (6.8) formuliert. Die zentrale Anforderung an den Wiederstart, einen Sollwert für das Radmoment einzuhalten, wird mathematisch durch die Gleichungsrestriktion (6.2) ausgedrückt. Das Zielfunktional wäre also unter Gleichungs- und Ungleichungsrestriktionen zu minimieren. Die bekannten Methoden der Optimalsteuerungstheorie zielen jedoch nur auf die Extremierung eines Funktionals unter Ungleichungsrestriktionen ab. Deshalb darf die Gleichungsrestriktion nicht explizit in der Beschreibung der Optimalsteuerungsaufgabe auftreten, sondern ist auf anderem Wege zu berücksichtigen.

In Abschnitt 6.1.3 wurde die Gleichungsrestriktion durch das zu ihr äquivalente Ungleichungsrestriktionen-Paar aus (6.8f) und (6.8g) berücksichtigt. Die daraus hervorgegangene Beschreibung (6.8) der Optimalsteuerungsaufgabe ist zwar grundsätzlich auf die bekannten Methoden der Optimalsteuerungstheorie zugeschnitten. Für deren gezielte Anwendung zur Findung einer geschlossenen Lösung, die frei von numerischen Algorithmen ist, ist diese Formulierung jedoch schlecht geeignet. Das Steuergesetz für den zeitoptimalen Wiederstart wurde in Abschnitt 6.1.3 etwas losgelöst von den einschlägigen Methoden hergeleitet, was aber durch den Vorteil gekrönt ist, dass die Herleitung auch ohne fundierte Kenntnisse in der Optimalsteuerungstheorie leicht verstanden werden kann.

Trotzdem soll hier noch gezeigt werden, wie die Optimalsteuerungsaufgabe vorteilhaft umformuliert werden kann. Dass sich dabei der Bezug zum Satz von Feldbaum eröffnet, ist nur einer der positiven Aspekte.

Als Grundlage für eine alternative Formulierung der Optimalsteuerungsaufgabe kann eine spezielle Lösung des Gleichungssystems (6.1) dienen. Es handelt sich dabei um die bereits aus Abschnitt 6.1.3 bekannte Lösung (6.9). In ihr ist die Gleichungsrestriktion (6.2) bereits berücksichtigt. Sie wird in (6.9) durch die erste Zeile vertreten, die den durch die Steuerung/Regelung zu realisierenden Zusammenhang zwischen den Drehmomenten der beiden Elektromaschinen ausdrückt. Separiert man die erste Zeile aus dem Gleichungssystem, so gelangt man zu der bekannten Steuergleichung (6.10a).

Man kann sich nun den Antrieb zusammen mit dem Teil der Steuerung/Regelung, der das Drehmoment *einer* Elektromaschine gemäß der Steuergleichung (6.10a) realisiert, zu einer Baugruppe zusammengesetzt denken, deren Zustandsdifferentialgleichungen durch die beiden letzten Zeilen aus (6.9) gegeben sind. Dann besteht die Aufgabe darin, diese Baugruppe so zu steuern, dass das Zielfunktional minimiert wird. Dabei ist der Sollwert ${}_sM_{Ek}$ des Drehmoments derjenigen Elektromaschine, die nicht durch die gedachte Baugruppe geregelt wird, die einzige Steuergröße. Es handelt sich dabei wahlweise um einen der Sollwerte $M_{E1,soll}$ oder $M_{E2,soll}$, je nach Definition der gedachten Baugruppe. Der gesamte Unter-Pseudoeingangsvektor ${}_s^{A2}\mathbf{u}$ ergibt sich wie in Abschnitt 6.1.1 beschrieben und ist somit bekannt. Um die Beschreibung der Optimalsteuerungsaufgabe abzuschließen, sind neben dem Zielfunktional (6.8a), dem Anfangszustand und der Endbedingung (6.8b) noch die Ungleichungsrestriktionen zu ergänzen. Darin sind die Drehmomente beider Elektromaschinen durch die Steuergröße ${}_sM_{Ek}$ auszudrücken. Das heißt, die ursprünglichen Ungleichungsrestriktionen aus Abschnitt 6.1.3 sind etwas umzuformen. Um den Betrag der Batterieleistung zu begrenzen soll die Ungleichungsrestriktion

$$\left| \begin{bmatrix} M_{E1}(t) & M_{E2}(t) \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \omega_{S1}(t) \\ \omega_{S2}(t) \end{pmatrix} \right| - P_{EM,max}(t) \leq 0$$

berücksichtigt werden. Sie kann mit der Ausgangsgleichung (4.3k) zu

$$\left| \begin{bmatrix} M_{E1}(t) & M_{E2}(t) \end{bmatrix} \cdot {}^K\mathbf{C} \cdot {}^{Mx}\mathbf{x} \right| - P_{EM,max}(t) \leq 0$$

mit dem Zustandsvektor ${}^{Mx}\mathbf{x}$ gemäß (4.2b) umgeformt werden. Daraus erhält man letztendlich die Ungleichungsrestriktion

$$\left| \begin{bmatrix} M_{Ej}(t) & M_{Ek}(t) \end{bmatrix} \cdot \boldsymbol{\omega} \right| - P_{EM,max}(t) \leq 0. \quad (\text{E.1a})$$

mit ω gemäß (E.2). Die beiden Ungleichungsrestriktionen für die Drehmomente der Elektromaschinen werden zu:

$$|M_{Ek}(t)| - M_{Ek,max}(t) \leq 0 \quad (\text{E.1b})$$

und

$$\left| W^{2x} \mathbf{s}^T \cdot \begin{pmatrix} s M_{Ek}(t) \\ A^2 \mathbf{u}(t) \\ s \end{pmatrix} \right| - M_{Ej,max}(t) \leq 0. \quad (\text{E.1c})$$

Dabei ist

$$\omega = \begin{cases} {}^{Nx} \mathbf{C} \cdot {}^{Mx} \mathbf{x} & \text{für } M_{Ek}(t) = M_{E2}(t) \\ \begin{pmatrix} {}^{Nx} \mathbf{c}_2^T \cdot {}^{Mx} \mathbf{x} \\ {}^{Nx} \mathbf{c}_1^T \cdot {}^{Mx} \mathbf{x} \end{pmatrix} & \text{sonst} \end{cases} \quad (\text{E.2a})$$

mit dem Zustandsvektor ${}^{Mx} \mathbf{x}$ gemäß (4.2b),

$$M_{Ek,max}(t) = \begin{cases} M_{E1,max}(t) & \text{für } M_{Ek}(t) = M_{E1}(t) \\ M_{E2,max}(t) & \text{sonst} \end{cases} \quad (\text{E.2b})$$

und

$$M_{Ej,max}(t) = \begin{cases} M_{E1,max}(t) & \text{für } M_{Ek}(t) = M_{E2}(t) \\ M_{E2,max}(t) & \text{sonst} \end{cases}. \quad (\text{E.2c})$$

Damit ist eine alternative Formulierung der Optimalsteuerungsaufgabe aus Abschnitt 6.1.3 gefunden, die mit zwei Ungleichungsrestriktionen weniger auskommt. Außerdem liegt kein zweidimensionaler Steuervektor mehr vor, sondern nur noch eine Steuergröße. Von Vorteil ist dies nicht nur für die Suche nach einem zeitoptimalen Steuergesetz, sondern grundsätzlich für die Minimierung eines beliebigen Zielfunktional der Form (6.7). Die zu lösende Aufgabe wird dadurch grundsätzlich überschaubarer und die Anwendung der bekannten Methoden der Optimalsteuerungstheorie ist mit weniger Rechenschritten verbunden.

Eine weitere Vereinfachung ist durch Linearisierung der Zustandsdifferentialgleichung der oben beschriebenen Baugruppe möglich. Die linearisierte Zustandsdifferentialgleichung beschreibt das System während der Anlaufphase hinreichend genau, da bei der Linearisierung

lediglich die quadratische Abhängigkeit des Luftwiderstands von der Geschwindigkeit durch eine lineare Abhängigkeit approximiert wird. Wegen der relativ kleinen Geschwindigkeitsänderung während der Anlaufphase ist dies praktisch bedeutungslos.

Mit der linearisierten Zustandsdifferentialgleichung bietet sich zur Lösung der zeitoptimalen Problemstellung die Anwendung des Satzes von Feldbaum an. Er kann aus dem Pontrjaginschen Maximumprinzip hergeleitet werden (siehe etwa [7]) und besagt folgendes: *Ist das vorliegende (linear zeitinvariante) System n -ter Ordnung vollständig steuerbar und hat dessen Systemmatrix ausschließlich nichtpositive reelle Eigenwerte, so hat jede Komponente des zeitoptimalen Steuervektors höchstens $n - 1$ Umschaltungen.* (Mit einer Umschaltung ist dabei der schnelle Wechsel von der unteren Grenze der betreffenden Steuergröße zur oberen Grenze oder in umgekehrter Richtung gemeint.)

Geht man davon aus, dass die linearisierte Zustandsdifferentialgleichung ein vollständig steuerbares System beschreibt und dass die Systemmatrix ausschließlich nichtpositive reelle Eigenwerte hat, dann folgt aus dem Satz von Feldbaum zunächst, dass die Steuergröße M_{Ek} höchstens einmal von einem ihrer beiden Grenzwerte auf den anderen Grenzwert zu springen hat. Diese Aussage ist mit der in Abschnitt 6.1.3 gefundenen Lösung vereinbar.

Im nächsten Schritt nehme man an, die Ungleichungsrestriktion (E.1a) sei stets inaktiv, was mit dem vollkommenden Fehlen dieser Restriktion gleichzusetzen ist. Betrachtet man nun diese leicht modifizierte Optimalsteuerungsaufgabe (durch Ausblenden von (E.1a)) mit der nichtlinearen Zustandsdifferentialgleichung, bestehend aus den beiden letzten Zeilen aus (6.9), so stellt man fest, dass die Zustandsgröße ω_P außer im festen Anfangszustand und der letzten Zeile der Zustandsdifferentialgleichung, in der gesamten Optimalsteuerungsaufgabe nicht mehr auftritt. Sie ist somit irrelevant, da ihr Verlauf während der Anlaufphase beliebig ist. Die Zustandsgröße ω_R tritt hingegen nicht allein in der Zustandsdifferentialgleichung, sondern auch noch in der Endbedingung auf. Deshalb muss nur die erste Zeile der Zustandsdifferentialgleichung im Rahmen der Optimalsteuerungsaufgabe berücksichtigt werden, während die zweite Zeile der Zustandsdifferentialgleichung aus der Optimalsteuerungsaufgabe ausgeblendet werden darf. Es liegt also quasi nur noch ein System erster Ordnung vor, dessen optimale Steuergröße gefunden werden muss. Nach dem Satz von Feldbaum kann diese dann unter den genannten Voraussetzungen, die als gegeben angenommen seien, keine Umschaltung haben. Diese Aussage deckt sich nun vollkommen mit der Lösung aus Abschnitt 6.1.3. Dort wurde darüber hinaus klar, dass auch bei aktiver Ungleichungsrestriktion (E.1a) keine Umschaltung erfolgt.

Literatur

- [1] Böhm, T.; Kube, R.; Hofmann, L.: *Energiemanagement für Hybridantriebsstränge*. In: Hybridfahrzeuge und Energiemanagement. Beiträge zum gleichnamigen 3. Braunschweiger Symposium vom 15. Februar 2006. Herausgeber: Gesamtzentrum für Verkehr Braunschweig
- [2] Beitz, W.; Grote, K.-H.: *Dubbel. Taschenbuch für den Maschinenbau*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York, 1997
- [3] Boltjanski, W.G.: *Mathematische Methoden der optimalen Steuerung*. Akademische Verlagsgesellschaft Gaest & Portig, Leipzig, 1971
- [4] Bryson, A.E.; Ho, Y.-C.: *Applied Optimal Control*. Taylor & Francis Verlag, 1975
- [5] Canders, W. R.: *Charakterisierung und gezielter Entwurf von Elektromotoren für Fahrzeugantriebe*. In: Hybridfahrzeuge und Energiemanagement. 2. Braunschweiger Symposium vom 04. Februar 2004, IHK Braunschweig
- [6] Denton, K.; Goldman, J.; Hays, B.; Hyatt, C.; Wilhelm, L.; Whiteley, C.: *2000 University of Maryland Future Truck Design Description*. SAE-Paper 2001-01-0681, 2001
- [7] Föllinger, O.; Roppenecker, G.: *Optimierung dynamischer Systeme*. R. Oldenbourg Verlag, 1988
- [8] Föllinger, O.: *Nichtlineare Regelungen*. Band I, II. R. Oldenbourg Verlag, 1993
- [9] Föllinger, O.; Dörrscheidt, F.; Klittich, M.: *Regelungstechnik. Einführung in die Methoden und ihre Anwendung*. Hüthig Verlag, 1994
- [10] Förster, H.J.: *Automatische Fahrzeuggetriebe. Grundlagen, Bauformen, Eigenschaften, Besonderheiten*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1991
- [11] Frei, B.: *Regelung eines elektromechanischen Getriebes für Hybridfahrzeuge*. Shaker Verlag, 2006

- [12] Hartig, G.: *Fahrverhaltens- und Qualitätsanforderungen bei Motor Start-/Stopp-Funktionen für Hybrid-Fahrzeuge*. In: Hybridfahrzeuge und Energiemanagement. 2. Braunschweiger Symposium vom 04. Februar 2004, IHK Braunschweig
- [13] Hayashida, M.; Narusawa, H.: *Optimization of Performance and Energy Consumption on Series Hybrid Electric Power System*. SAE-Paper 1999-01-0922, 1999
- [14] Hofmann, L.; Steiger, W.; Adamis, P.; Petersen, R.: *Möglichkeiten und Grenzen von Elektromaschinen im Antriebsstrang*. VDI-Bericht-1704, 2002
- [15] Isidori, A.: *Nonlinear Control Systems: An Introduction*. Springer Verlag Berlin Heidelberg New York, 1989
- [16] Kleimaier, A.: *Optimale Betriebsführung von Hybridfahrzeugen*. Dissertation am Lehrstuhl für Elektrische Antriebssysteme der TU München, 2003
- [17] Kleimaier, A.; Schröder, D.: *Optimized Design and Control of a Hybrid Vehicle with CVT*. 1st IFAC Conference on Mechatronic Systems, Darmstadt, September 2000; Proceedings , PP 197-202
- [18] Kube, R.; Böckl, M.; Hommel, M.; Köhle, S.; *Energy Management Strategies for Hybrid Drive Train Systems Using Infrastructure Information*. In: Eur_{motor} New Advances in Electronics Engineering, Energy Management – Today and tomorrow, 23. und 24. September, Aachen
- [19] Küçükay, F.; Canders, W. R.; Herchenhan, M.; Scholz, N.; Schumacher, W.; Wöhl-Bruhn, H.: *Elektrisch leistungsverzweigte Stufenlosgetriebe für Hybridfahrzeuge*. Tagungsband zur VDI-Tagung Innovative Fahrzeugantriebe am 09./10. November 2006 in Dresden
- [20] Leonhard, W.: *Einführung in die Regelungstechnik*. Vieweg Verlag Braunschweig Wiesbaden, 1991
- [21] Lunze, J.: *Regelungstechnik 2. Mehrgrößensysteme, Digitale Regelung*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2005
- [22] Miska, J.: *Hybridfahrzeuge – Produktausprägungen und als Antwort auf Kundenanforderungen*. In: Hybridfahrzeuge und Energiemanagement. 2. Braunschweiger Symposium vom 04. Februar 2004. Herausgeber: Gesamtzentrum für Verkehr Braunschweig

- [23] Mitschke, M.; Wallentowitz, H.: *Dynamik der Kraftfahrzeuge*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2004
- [24] Papageorgiou, M.: *Optimierung: statische, dynamische, stochastische Verfahren für die Anwendung*. R. Oldenbourg Verlag, 1996
- [25] Pischinger, R.; Kraßnig, G.; Taucar, G.; Sams, Th.: *Thermodynamik der Verbrennungskraftmaschine*. Springer-Verlag Wien-New York, 2002
- [26] Scholz, N.; Herchenhan, M.; Lindenkamp, N.; Wöhl-Bruhn, H.; et al.: *Getriebeanordnung für ein Fahrzeug*. Offenlegungsschrift vom Oktober 2007 zum Patent Nr. DE 10 2007 006 651.3
- [27] Scholz, N.; Küçükay, F.: *Elektrisch leistungsverzweigte Stufenlosgetriebe für Hybridfahrzeuge*. In: Hybridfahrzeuge und Energiemanagement. Beiträge zum gleichnamigen 3. Braunschweiger Symposium vom 15. Februar 2006. Herausgeber: Gesamtzentrum für Verkehr Braunschweig
- [28] Schumacher, W.; Herchenhan, M.: *Control Design of Hybrid Car Drive Trains*. In: Hybridfahrzeuge und Energiemanagement. Beiträge zum gleichnamigen 5. Braunschweiger Symposium vom 20. bis 21. Februar 2008. Herausgeber: Gesamtzentrum für Verkehr Braunschweig
- [29] Schwarz, H.: *Nichtlineare Regelungssysteme. Systemtheoretische Grundlagen*. R. Oldenbourg Verlag, 1991
- [30] Schwarz, H.: *Mehrfachregelungen*. Band 1, Springer-Verlag, 1967
- [31] Sciarretta, A.; Guzzella, L.; Onder, C. H.: *On the Power Split Control of Parallel Hybrid Vehicles: from Global Optimization towards Real-time Control*. In: at – Automatisierungstechnik 51 (2003). Oldenbourg Verlag, Mai 2003
- [32] Stryk, O. von; Bulirsch, R.: *Direct and Indirect Methods for Trajectory Optimization*. Annals of Operations Research 37(1992)357-373, 1992
- [33] Stryk, O. von: *A Direct Collocation Method for the Numerical Solution of Optimal Control Problems*. <http://www-m2.mathematik.tu-muenchen.de/~stryk>
- [34] Stryk, O. von: *Numerical Solution of Optimal Control Problems by Direct Collocation*. <http://www-m2.mathematik.tu-muenchen.de/~stryk>

- [35] Tenberge, P.; Müller, J.: *Zukunftsweisendes Energiemanagement durch einen hybriden Antriebsstrang. Das Multistrang-Getriebe als Basis für einen optimierten Hybrid*. 16. Internationaler AVL Kongress „Motor und Umwelt“, 9.-10. September 2004, Graz, Österreich
- [36] Unbehauen, H.: *Regelungstechnik*. Band I bis III. Vieweg Verlag, 1993
- [37] Unbehauen, R.: *Systemtheorie 1. Allgemeine Grundlagen, Signale und lineare Systeme im Zeit- und Frequenzbereich*. R. Oldenbourg Verlag München Wien, 1997
- [38] Unbehauen, R.: *Systemtheorie 2. Mehrdimensionale, adaptive und nichtlineare Systeme*. R. Oldenbourg Verlag München Wien, 1998
- [39] Weinmann, A.: *Regelungen. Analyse und technischer Entwurf*. Band I bis III. Springer Verlag Wien New York, 1988
- [40] Wöhl-Bruhn, H.; Canders, W. R.; Kube, R.: *Trägheitsarme Elektromaschinen für Hybridfahrzeuganwendungen*. In: Hybridfahrzeuge und Energiemanagement. Beiträge zum gleichnamigen 3. Braunschweiger Symposium vom 15. Februar 2006. Herausgeber: Gesamtzentrum für Verkehr Braunschweig

